



TITLE:

河川改修に伴う断面急変部の水理
とその適用に関する研究(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

芦田, 和男

CITATION:

芦田, 和男. 河川改修に伴う断面急変部の水理とその適用に関する研究.
京都帝国大学, 1961, 工学博士

ISSUE DATE:

1961-12-26

URL:

<https://doi.org/10.14989/138523>

RIGHT:

河川改修に伴う断面急変部の
水理とその適用に関する研究

芦 田 和 男

河川改修に伴う断面急変部の
水理とその適用に関する研究

芦 田 和 男

昭和 36 年 7 月

目 次

結 論	1
オ 1 縮 開水路断面拡大部の水理とその適用に関する研究	11
1・1 長方形水路幅急拡部の水理	11
1・1・1 結 言	11
1・1・2 実験的研究	12
1・1・3 損失水頭の理論	36
1・1・4 支配断面を生じる限界条件	48
1・1・5 水理計算法	49
1・1・6 結 語	51
1・2 段落ち部の水理	55
1・2・1 結 言	55
1・2・2 実験的研究	56
1・2・3 損失水頭の理論	64
1・2・4 支配断面を生じる限界条件	73
1・2・5 段落ち部における水理計算法	74
1・2・6 計算値と実測値との比較	76
1・2・7 結 語	77
1・3 断面拡大部の水理の適用に関する研究	80
1・3・1 結 言	80
1・3・2 断面拡大部を伴う水路の設計法	82
1・3・3 もぐりぜきの水理計算法	96
1・3・4 結 語	98

才 2 編	開水路断面縮小部の水理とその適用に関する研究	101
2・1	十分な領域内におかれた障害物の水理	102
2・1・1	結 言	102
2・1・2	障害物の影響域に関する考察	103
2・1・3	実験による検討	105
2・1・4	結 語	107
2・2	水路幅縮小部の水理	110
2・2・1	結 言	110
2・2・2	流れの境界線および死水域	111
2・2・3	損失水頭	115
2・2・4	水理計算法	117
2・2・5	取り付け部の形状	118
2・2・6	結 語	122
2・3	鉛直方向に縮小する場合 — 幅厚ぜきの場合 —	124
2・3・1	結 言	124
2・3・2	双形ぜきの水理	126
2・3・3	上流端が角ばった幅厚ぜきの水理	127
2・3・4	幅厚ぜきの流量公式	134
2・3・5	流量公式に対する3次元の補正	134
2・3・6	結 語	138
2・4	断面縮小部の水理の適用に関する研究	140
2・4・1	結 言	140
2・4・2	人工水路に含まれる断面縮小部の設計法	140
2・4・3	水門など水路幅を縮小する構造物の水理設計法	146
2・4・4	上流端が角ばったせきの水理計算の実例	153
結 論		157

河川改修に伴う断面急変部の水理とその適用に関する研究

芦 田 和 男

緒 論

河川は人間の生活や文化と密接な関係があるため、人類は古くから治水および利水の目的をもって河川の改修を行なってきた。このため自然河川にはさまざまな人工が加えられている。その種類は兼堤、護岸から水門、せき、床固め、水制などの構造物、こう水流排除のための人工水路などに至るまで、実に多い。

自然河川においてはその断面形が一様であることはあまりないが、普通の場合にはその変化が比較的ゆるやかであり、その水面追跡においても抵抗項に一様流れの抵抗法則を用いた不等速定流としての取り扱いで十分であると考えられる。

しかしながら人工構造物は急激な断面変化を伴う場合が多い。このような断面変化部においては水流の変化が顕著であり、時により流れの形態が変化する。また抵抗法則も一様水路の場合と異なり、流れがはく離する場合には渦による余分の損失水頭を生じて、構造物の上流の水位をせき上げる。また構造物の近傍では局所的洗掘を生じやすい。このような現象は、こう水時における弱点となりやすいことは明らかである。

河川においては、大部分のところがこう水流に対して大きな安全率をもっているが、一カ所でも重要なところに弱点をもっておれば、その河川の安全度はその弱点によって支配され、全体として非常に低いものとなる。したがって全体としての河川改修と同時に、弱点となりやすいこれらの断面変化部の適切な水理計算法、水理設計法を求めることが重要であるといわねばならない。

水利用が高度化するにつれ、河川や水路に構造物を設けることも多くなり、治水と利水との関連がますます増大し、これらの構造物による治水上の影響についても従来よりもさらに厳密な検討が要求されるに至った今日、これらの問題はますますその重要度を加えてきた。

しかしながら、従来とかくこの方面に注意が拂われないきらいがある。また注意が拂われている場合でも、開水路断面変化部の水理について明らかでない点があり、一貫的合理的な取り扱いができず、経験などにもとずいて適当に行なわれているのが現状であろう。

著者はこのような断面変化部の適切な水理設計（水理計算も含む）法が確立されることの必要性を痛感し、そのために努力しているものであるが、これには非常に広範囲の問題が含まれるため、まず、断面変化部の設計法を確立するための問題点について考察する。

1. 断面変化部の設計上の問題点。

断面変化部は実に多種多様であり、その水理設計法もそれぞれによって異なる。したがって、設計上の問題点をできるだけ一般的な形で示すため、断面変化部をその機能によって次のように大別する。

- (a) 流量測定のためのもの、
- (b) 減勢のためのもの、
- (c) 人工構造物に伴うもの、
- (d) 分合流などのような自然的条件に伴うもの。

(a)、(b)が積極的に一つの目的をもって断面変化部を作るものであるのに対して、(c)は他の目的に付ずいして断面変化を生じるものである。せき、水門、床固め、橋梁、人工水路など河川に設ける大ていの構造物は、これに属する。次にそれぞれに対して設計上の問題点を示す。

(a)は断面変化により流れの相に変化を与え、その水理特性によって流量を求めようとするものである。もっとも的確な方法は断面変化部に支配断面を生じさせ、その支配断面における水位と流量との関係が境界特性によって一義的に定まることを利用する方法である。しかし時には支配断面を生じない構造物（もぐりせき、橋脚などの水路幅縮小構造物）も流量測定に利用されることもあるが、これは、これらの構造物によって生じる損失水頭にもとづく落差および水深と流量との関係を用いる方法である。したがって、

これらの問題を明らかにするためには、

- (1) 境界特性と流れの相の変化との関係（特に支配断面を生じる限界条件）、
- (2) 支配断面における水理特性、
- (3) 断面変化部のエネルギー損失、

などに関する的確な知識を必要とする。

(4) はエネルギーを殺すための断面変化で、これには次の二つの方法が考えられる。

- (1) 跳水を起こさせてエネルギーを殺す、
- (2) 断面縮小部を作り、流速を増加させて、その摩擦損失の増加や断面縮小・拡大などの損失によってエネルギーを殺す。

(2) の方法では非常に長い区間を必要とする。これに対して (1) の方法では長さも短く、水理的にも安定しているが、跳水前の流速がかなり大きくなり、十分な河床保護を行なう必要がある。しかし、一般的には (1) の方が有利である。(1) の方法では跳水に関する水理を明らかにすることが必要であって、これについては理論的・実験的研究が数多く行なわれている。

(c) の設計法はそれぞれの目的によって異なり、これを一般的に論じることは困難である。例えば取水が主目的な構造物では、必要な取水位・取水量を確保するような構造にしなければならないことはいうまでもない。また床固めの場合には、河床高をどの位置にするのが適切であるかを検討し、それを満足するように床固めを設計しなければならない。このように設計条件はそれぞれの場合によって異なるが、その基礎となるものは断面変化部の水理計算である。

このように断面変化部の設計においては、その水理計算にもとづいて、設計条件を満足するようにするほかに、次の事項をも考慮しなければならない。

(1) こう水流を安全に流下させる； 断面変化による損失水頭を的確に算定して、構造物の治水に対する影響を明らかにし、こう水流を安全に流下させるようにする。

(2) 射流を生じる構造物においては、適切な減勢法を講じる。射流を生じるかどうかは、構造物の設計条件により定まるが、射流を生じる構造物においては、跳水によりで

きるだけ短い区間で確実にエネルギーを殺すことが必要である。

(3) 射流を生じない構造物においては、不安定な流れや流線のかたよりなどをなるべく起こさない形状にするとともに、損失水頭をできるだけ小さくすることが望ましい。特にこう水流排除や取水のための人工水路に伴う断面変化部の設計においては、このことは重要である。

この問題は工事費の面から制約を受け、損失水頭を最小にする（同時に流況もよくなる）ことによって得られる利益が、そのための工事費を越えるかどうかについて検討する必要があることはいうまでもない。

(4) 構造物による局所的河床変動に対して十分な河床保護工を行なう。

(5) 構造物が河川全体の河床変動におよぼす影響を十分検討する。

せきや床固めなどの構造物は流送土砂量に変化を与え、その上下流にわたって河床の変動をきたす。この影響がかなり大きいと考えられる場合には、これについて十分な検討を行なう必要があるが、そのためには、流送土砂量およびその運動法則とともに、構造物を含む水理計算法が明らかでなければならない。

(6) は計画流量配分を満足し、局所的河床変動が少なく維持の容易なことが設計上の重要な点であるが、境界の形状が複雑な形をしている場合が多く、計算のみによつて的確な設計を行ない得ない場合もあり、模型実験などが数多く行なわれている。

以上を要約して断面変化部の設計上の問題点を示すと、

(1) 断面変化部における境界形状と流れの相の変化との関係、断面変化部における水面追跡法、

(2) 適切な収勢方法、

(3) 水理的に好ましいせん移部の形状

(a) 流れがはく離せず、局所的な渦を生じない、

(b) 損失水頭ができるだけ小さくなる、

(c) 流速がなるべく一様になる。

などの諸点を満足する形状の決定法、

(4) 断面変化部近傍の護岸・水叩きなどの設計法、

となる。

射流を生じる構造物と生じない構造物とでは問題の重きが異なり、前者に対しては(2)の問題が特に重要であり、後者に対しては(3)の問題が重要である。(1)および(4)の問題はいずれの場合にも必要である。

河川においてはダム之余水吐の問題、完全越流になるせきの問題などは、射流を生じる場合であるが、水門や放水路などこう水流排除のための構造物は一般に射流を生じないように設計することが望ましく、したがってこの場合には(3)の問題が重要である。

2. 断面変化部の水理上の問題点、

以上に設計上の問題点を示したが、それぞれについての水理上の問題点について述べる。

まず境界の形状とそれによってひき起こされる水流のせん移特性との関係、および水面追跡法については、従来より数多くの研究が行なわれている。例えば岩佐氏は不等流の運動方程式について考察し、非線型力学におけるトポロジ的方法を応用して、せん移点を分類し、それぞれについての水理学的意義および水面形状の追跡法を明らかにしている。これにより、せん移流において連続流とみなされる場合については、ほぼ完全に明らかにされていると考えられる。

しかし断面の変化の割合が大きくなると、流速分布は一様水路の場合とちがうしく異なり、壁面付近において遅くなり、ついには流れが壁面からはく離し、不連続流となる。このような場合には上記の取り扱いができない。このように、はく離を伴うかまたははく離近傍の断面急変部に対しては、その三次元性などによる複雑さのため、損失水頭についても個々の場合に応じて実験係数を用いているのが現状である。その係数の内容についての水理的意義も明らかでない場合も多く、したがって、

(1) 流れのはく離する限界、

(2) はく離限界付近およびはく離した流れの水面追跡法、

(3) はく離限界付近およびはく離した流れにおける特異点およびその発生限界、

の諸点を明らかにすることは、断面変化部の一貫的な水理計算法の確立のために必要である。これらの方法は河床こう配が限界こう配以上の場合と以下の場合では異なる。

自然に形成された河川においては、その河床こう配が一般に限界こう配以下であるので、河川改修に伴う断面変化部の水理設計に対しては、限界こう配以下の場合が特に重要であると考えられる。

適切な減勢方法に関する研究は、水理的にみれば主として跳水の問題である。これについてはダム分野において特に重要であり、数多く研究されている。

水理的に好ましいせん移部の形状の問題は、水理的に見れば、境界の変化の割合と水理との関係の解明である。境界の変化の割合が大きく、流れがはく離すると、流れは非対称となり、流れのかたよりを生じて、河床や河岸の局所洗掘の原因となることが従来の実験により明らかにされている。また渦による損失水頭を生じて、水位を余分にせき上げる。また断面の縮小部において、流れがはく離すると、その収縮のために射流を生じやすくなり、水理的に好ましくない。

一方、はく離を生じない場合には、これらの現象はおこらない。またある一つの断面から他の断面に変化させる場合には、ある拡がり度において損失水頭が最小となるところがある。したがって、はく離限界、損失水頭が最小になる拡がり度などを明らかにすることが必要であるが、開水路についてこれらの研究がほとんどないのが現状であろう。

断面変化部近傍の護岸・水叩きなどの設計法に関しては、水理的に見れば、断面変化を伴う構造物の流れに影響を与える範囲、その範囲内の流速などを求めることが問題である。

3. 本研究の目的と方法

河川改修に伴う断面変化部の水理的な取り扱い（水理設計・水理計算）を従来よりさらに一貫的な立場から合理的に確立することが河川工学上において非常に重要な問題であること、およびこのために解明しなければならない水理的な問題点はすでに示したとおりである。これらの問題点の中、射流が発生し、その減勢方法が問題になる

場合は、ゲム水理の分野で数多くの研究が行なわれているので、本論では取り扱わないこととする。

また河川改修において一般に問題になるのは、主として限界こう配以下の場合であるので、取り扱いをこの範囲に限る。

また断面の変化の割合が少なく、流れを二次元的に取り扱える場合は、従来の研究で明らかにされているので、本論では取り扱わないことにする。

したがって本論では、境界の変化が大きく、流れが壁面からはく離しはじめの状態にある場合とはく離する場合の水理、および水理的に好ましい境界の形状などを明らかにし、それらの成果を河川改修に伴う断面変化部の設計に適用する方法について考察することを目的とする。

断面変化部は拡大部と縮小部に分けられ、それぞれによって水理的な特性が異なるので、本論ではこれを分離して取り扱い、それぞれⅠ編およびⅡ編で述べる。

断面拡大部または縮小部だけの場合には、それぞれの結果をそのまま適用することができる。一般の構造物は流水断面を縮小し、さらに拡大するものであるので、その適用に対しても検討を要するが、これは

(a) 縮小部において、はく離を生じない場合

(b) 縮小部において、はく離を生じる場合

(b₁) はく離した流れが拡大始点以前に壁面にもどる場合

(b₂) はく離した流れが拡大始点以前に壁面にもどらない場合

の三つの場合により異なる。

(a) の場合には断面の最小の位置から、断面拡大部の水理を適用すればよく、断面の縮小部においては水理的に特に問題はない。

(b₁) の場合には、断面縮小部と断面拡大部の水理を別々に適用することができる。

(b₂) の場合には、流線の最も縮小する位置までは断面縮小部の水理を適用し、その位置から下流は、その最小断面積から断面が拡大するものとして、断面拡大部の水理を適用することができる。

本論の取扱いは実用上の観念に留意し、実験を主体としている。例えば水面追跡

については、実用上の観兵から二次元流としての取り扱いを行なっているが、このために流れの有効断面や形状損失水頭の問題を詳細に検討し、この方法が妥当なことを実証的に示している。

さらにこれらの実験結果に対して一般的な解釈を与え、合理的な適用法を得るために、水理学的な考察を加えている。またこれらの成果の実際問題への適用法については実例をもって詳細に述べる。

4. 本研究の内容

オ / 編 ^{開水路} 断面拡大部の水理とその適用に関する研究

断面拡大部においては、流れの方向に圧力が上昇するため、流速は壁面付近で遅くなり、拡大角がある程度以上になると水流は壁面からはく離し、いろいろ好ましくない水理現象を生じる。本編においては、これらの現象やはく離した流れの水面追跡法、はく離を生じない限界の拡大角などを明らかにし、さらにこれらの結果の実際問題への二・三の適用例について述べる。

オI章においては、断面拡大部の中で水平方向の拡大の場合について述べる。

拡大部に対して前記のような実用的な水面追跡法の考え方では流れの有効断面したがって死水域の大きさ、流速分布形とともに急拡大に伴う形状損失水頭が非常に大切である。著者は前者に対して実験的研究を行ない、さらにこの結果に考察を加え、水理的によく説明し得る関係式を導いた。また後者の形状損失水頭については次に示すような方法で実験的、理論的検討を加え、その算定式を求めた。

従来は急拡大による損失水頭を算定するに際して、普通河床摩擦を無視していた。跳水を生じる場合のように、水流の状態が急激に変化する場合には、このような取り扱いで差しつかえないが、常流の不連続流の場合には、一つの状態から他の状態に変化するのにかかなりの区間を必要とし、この区間の河床摩擦は省略し得ない大きさになるのが普通である。急拡大による形状損失水頭は、水路幅急拡大部の場合には横断方向の大きな速度こう配にもとづくものであり、摩擦損失は鉛直方向の流速分布の速度こう配にもとづくものであると考えられる。

着者は常流の場合には、鉛直方向の流速分布が急流と一様流とではそれほど変化しないという実験的事実にもとづいて、両損失水頭を分離する方法を示し、形状損失水頭式を導いた。

これらの理論の展開を厳密に行なうことは困難であり、二・三の仮定を設けているので、その妥当性を確かめるため、二種類の底面粗度に対して、急流による損失水頭の実験を行なったが、理論値と実験値とはよく一致し、上記の取り扱い方の妥当なことを知り得た。

また、水理的に好ましい塩がり角度を求めるために、境界の塩がり角度と水面形や損失水頭との関係、はく離限界となる塩がり角度などについて実験的研究を行なっている。

オ1章においては、これらの諸点およびこれによって得られる水理計算法について述べるつもりである。

断面拡大部の中で鉛直方向に拡大する段落ち部の場合についても、上に示したのとはほぼ同様な研究を行なっており、これについてオ2章で述べる。しかしこの場合には、摩擦の主要因である河床面摩擦が急流の場合と漸流の場合とでかなり異なるため、形状損失水頭を分離する方法によるよりも、分離しない方法による方がむしろよい結果が得られているので、オ2章においては上記の諸点以外に、この点についても述べるつもりである。

オ3章においては、本論において明らかにされた水理を実際問題に適用する方法について述べる。このような場合として、

(1) 放水路などのようになるべく損失水頭を少なくしようとする水路に含まれる断面拡大部の設計および水理計算。

(2) もぐりせきなどにおける断面拡大部の水理計算。

が考えられるが、(1)に対しては狩野川放水路の場合に対して本論の方法により設計を行ない、模型実験により確かめている。もぐりせきについては、本論の方法を用いて厳密な流量公式を導き、従来の近似的な流量公式による誤差を明らかにしている。

オ2編 開水路断面縮小部の水理とその適用に関する研究

断面が漸縮する場合には境界層は次第に小さくなり、断面拡大部にあらわれるような現象は生じないが、断面が急縮する場合には流れははく離し、種々好ましくない水理現象を生じる。したがって断面縮小部の水理設計や水理計算を行なうためには、次の諸点を明らかにする必要がある。

- (1) 不連続流の生じない境界の形状、
- (2) 不連続流を生じる場合の死水域の大きさ、急縮による損失水頭など、

本編においては主として上の二点を取り扱うが、これについての著者の考え方を示すと次のとおりである。

- (1) 急縮部の流線の概況は、二次元ポテンシマル流れと

して等角写像の方法などにより求めることができる。これによりはく離を生じない境界の形状なども求めることができる。

- (2) 実際の流れにおいては、

- (a) 粘性の影響により乱れのかく散領域を生じる、
- (b) 境界において圧力変化がある、

などのため、(1)に述べた境界線が多少変化する。これについては実験的に求めなければならないのが現状であるが、(1)に述べた境界線を基準として、(a)、(b)の影響を表わす指標を導入することにより、実験結果をかなり一般的に説明し得る関係を導くことができると思われる。

境界線を基準とする二次元ポテンシマル流れは、重力に無関係な水平方向の縮小と、重力に關係する鉛直方向の縮小の場合とでは異なるので、それぞれについて章を分けて述べる。

水平方向に流れが縮小する場合として、実際河川においてわれわれがしばしば関係するものに、不透過水制などの流れの障害物による場合と、水路幅が縮小する場合とがある。前者に対しては死水域の大きさを算定することが非常に重要な問題であるが、これについて才ノ章で述べる。不透過水制などは、流れの縮小することによる流れ方向の圧力変化を無視できるほど十分に広い領域内におかれる場合が多いが、このような場合には、ポテンシマル流れとして求めた自由流線上の各点から乱流がかく散する

ものとして、死水域の算定式を求め得ることを、実測の結果から確かめている。

水路幅が縮小する場合には、水理計算法およびはく離を生じない境界の形状の決定法が重要な問題であるが、これらについてはオ3章において実験的に述べる。

鉛直方向に流れが縮小する場合として、床固めやせきなどがあるが、これには上流端において丸みがあり流れがはく離しない場合と、かどばって流れがはく離する場合とがあり、両者は水理的に非常に異なる。

これらについては流量公式を確立することが最も大切な問題である。前者に対しては従来より数多くの研究があり、明らかにされているが、後者については理論的に求めることは困難であり、一貫的に説明し得る流量公式が得られていない。このようなせきの流量を規定する重要な要素ははく離境界線であるが、これを理論的に求めることは困難であるので、この代りに、境界の圧力が大気圧である場合の境界線である円形せきのナップの形状特性と境界の圧力とを用いて、実測値を一貫的に説明し得る流量公式を導いた。これらについてオ3章において述べる。

オ4章においては本論において明らかにされた水理を実際問題に適用する方法について述べる。このような場合として、

- (1) 放水路のようになるとく損失水頭を少なくしようとする水路に含まれる断面縮小部の水理設計および水理計算、
- (2) 水門など水路幅を縮小する構造物の水理設計および水理計算、
- (3) 砂防ダムのように上流端がかどばったせきの流量計算、

などがあるが、これらに対して実例をもって詳細に述べるつもりである。

1. 開水路断面拡大部の水理とその適用に関する研究

1. I. 長方形水路幅急拡大部の水理

1. I. / 緒言

開水路における断面拡大部は大別すれば、水平方向の急拡大（幅の急拡大）と鉛直方向の急拡大（段落ち）とである。

前者について本章で、後者については次章で述べる。

拡大部の断面形としてはいろいろの形が考えられるが、長方形断面が最も普通の場合

合であることと、他の断面形は後記のように、等値幅を持った長方形水路として取り扱うことができることの2点を考えて、ここでは長方形水路幅の拡大部を取り扱うことにする。

長方形水路幅急拡大部の水理設計を行なうためには、その基礎となる水理計算を的確に行なう必要がある。また拡大部の角度と水理現象との関係を十分に知っておくことも必要である。これらのために、明らかにすべき諸点は次のとおりである。

- (1) 急拡大部に支配断面が生じる限界条件；断面拡大部においては、断面の拡大部の割合と下流の Froude 数に応じて急拡大部に支配断面が生じて、常流から射流に変わることがある。常流と射流とでは水理的に全く異なるので、この限界を的確に算定することが重要である。
- (2) 急拡大部における水面形；急拡大部始点から下流へ行くにつれ流速水頭が水位に変換するため、水位が上昇し、ある距離のところで最大になる。この距離が急拡大の影響範囲であり、この算定は水理設計のために必要である。
- (3) 急拡大部における死水域の形状および大きさ、
- (4) 急拡大部における流速分布の補正係数、
- (5) 急拡大による形状損失水頭、
- (6) 急拡大部における全損失水頭の算定法、
- (7) 拡大部の角度と上の諸量との関係。

著者は以上の諸点を明らかにするため実験的研究⁽¹⁾を行ない、それぞれの関係式を導いた。特に最も問題となる損失水頭については、形状損失水頭と摩擦損失水頭とを分離する方法を提案して、前者の公式を誘導してその妥当性を実験的に確かめた。最後に以上の諸点を総合して、急拡大部の水理計算法を明らかにした。

1. I. 2 実験的研究

(1) 概説。 実験に用いた水路は図-1. 1. 1 に示すとおり、長さ20m、幅57cm、深さ40cm、こう配 $\frac{1}{1,000}$ の長方形断面の木製水路である。水路の上流端から5.5m～7.5mの区間の水路幅を狭め、これを水路幅57cmに拡大させた。この場合、断面が狭くなる流入部はベルマウスにして縮流の影響をなくした。断面拡大部は△を

いろいろ変化させ、また θ も $4^\circ \sim 90^\circ$ の範囲でいろいろ変化させた。

摩擦による損失水頭と形状損失水頭とを分離し得るかどうかを調べるために、同一の拡大率に対してそれぞれ河床の粗度を2種類変えた。すなわち、木製のままのものと、ラッカーで 2 mm の砂を散布したものとである。なお、同一の拡大率に対して下流のFroude数をいろいろ変えて実測しているが、このためには、河床こう配を変化させることなく、水位調節せきで水面こう配のみを変化させた。したがって実験結果には下流部が等流でない資料も含まれている。

実験の種類は表-1、I. 1、水位測定の場合1例は表-1、I. 2に示すとおりである。

(2) 水面形。断面急拡大部の水面形は、1例を図-1、1. 2 (Q_1, Q_2, h_1, h_2) に示すようになり、速度水頭が圧力水頭(水位)に移り変わるため、下流に行くにつれて水位が上昇する。急拡大始点を断面1、水位が回復して最高となるところを断面2とすると、断面1より上流は流れの一樣区間であり、断面1の水位が求まれば容易に水面形を求めることができる。また断面2より下流は急拡大の影響がない区間である。したがって断面1~2間の距離およびこの区間の水面形が問題となる。これを求めるためには、流れの有効断面(全断面から死水域を除いた部分)および流速分布と急拡大による損失水頭を明らかにしなければならないが、これについては後述し、ここでは水面形と境界の拡大角との関係について実験的に考察する。

図-1、I. 2から明らかなように、 θ が $10^\circ \sim 15^\circ$ 付近の場合に水位の回復が最も早く、 θ がそれよりも小さくても大きくても水位の回復は遅くなる。他の資料についてもほぼ同様な結果が得られた。

θ が 10° 付近においては、流れはほとんど壁面からはく離せず、断面が拡大し終わった位置で水位はほとんど回復しているが、流速分布が一樣水路の場合と異なるため、なお多少下流まで影響が残っている。 θ が 10° より小さくなるにつれて水位の回復が遅くなるのは、断面が拡大し終る位置が下流へ移るためである。 θ が 10° より大きくなって水位の回復が遅くなるのは、流れが壁面からはく離して生じる後流領域の拡大の方が 10° よりゆるやかなことと、流速分布の一樣水路の場合とのちがいがより大きく、

表 1.1.1

実験番号	Q (l/sec)	Δb (cm)	θ	備考	実験番号	Q (l/sec)	Δb (cm)	θ	備考
A-1	5	10	90°	水面形死水域	Comp. C ₁	10	10	90°	"
A-2	10	10	"	の測定	C ₂	10	10	115°	"
A-3	15	10	"	"	C ₃	10	10	30°	"
A-4	20	10	"	"	C ₄	10	10	15°	"
A-5	25	10	"	"	H-1	2.5	13	90° 45° 30° 20° 15°	水面形死水域の測定
B-1	5	5	"	"	H-2	2	13	10° 8° 6° 4°	河床に砂付着
B-2	10	5	"	"	I-1	7.5	10	"	"
B-3	15	5	"	"	I-2	5	10	"	"
B-4	20	5	"	"	I-3	2.5	10	"	"
B-5	25	5	"	"	J-1	20	7	"	"
C-1	5	7	"	"	J-2	10	7	"	"
C-2	10	7	"	"	J-3	5	7	"	"
C-3	15	7	"	"	K-1	10	5	90° 10°	$\theta=90^\circ/10^\circ$ の損失 水頭の比較
C-4	20	7	"	"	K-2	10	7	"	"
C-5	25	7	"	"	K-3	10	10	"	"
Comp. A ₁	10	10	"	"	K-4	10	10	"	(河床に砂付着)
A ₂	10	10	15°	"	K-5	10	13	"	"
Comp. B ₁	10	10	90°	"	K-6	10	13	"	(河床に砂付着)
B ₂	10	10	45°	"	K-7	10	18	"	"
B ₃	10	10	30°	"	K-8	10	18	"	(河床に砂付着)
B ₄	10	10	45°	"	L	20	10	40° 30° 15° 90°	表面流速分布

实验序号 I — 1

表 1. 1. 2

X	水深 (h) (cm)						河床高 Z (cm)	水位 h+Z (cm)
	2	3	4	5	6	平均		
2.0	5.71	—	5.67	—	5.66	5.68	1.57	7.25
3.0	5.73	—	5.73	—	5.74	5.73	1.42	7.15
4.0	5.82	—	5.84	—	5.87	5.84	1.28	7.12
5.0	5.90	—	5.86	—	5.79	5.85	1.18	7.03
5.5	5.09	5.18	5.19	5.16	5.06	5.14	1.19	6.33
6.0	5.07	5.17	5.13	5.06	5.00	5.09	1.11	6.20
6.5	5.03	5.07	5.07	5.09	5.07	5.07	0.99	6.06
7.0	4.92	5.01	4.95	4.94	4.89	4.94	0.97	5.91
7.25	4.78	4.80	4.83	4.89	4.85	4.83	0.98	5.81
7.5	4.67	4.71	4.70	4.69	4.69	4.69	0.96	5.65
7.6	4.65	4.73	4.72	4.70	4.66	4.69	0.98	5.67
7.75	4.71	4.73	4.68	4.71	4.74	4.71	0.96	5.67
8.0	4.79	4.77	4.75	4.75	4.75	4.76	0.92	5.68
8.25	4.85	4.82	4.89	4.92	4.93	4.88	0.91	5.79
8.5	4.98	4.97	4.97	4.98	5.01	4.98	0.87	5.85
8.75	5.02	5.00	5.09	5.10	5.09	5.06	0.84	5.90
9.0	5.15	5.05	5.01	5.10	5.09	5.08	0.83	5.91
9.25	5.04	5.06	5.04	5.05	5.08	5.05	0.84	5.89
9.5	5.04	5.03	5.07	5.08	5.09	5.06	0.85	5.91
9.75	5.10	5.11	5.11	5.12	5.10	5.11	0.78	5.89
10.0	5.20	5.12	5.19	5.15	5.17	5.17	0.72	5.89
10.25	5.27	5.20	5.20	5.18	5.19	5.21	0.70	5.91
10.50	5.22	5.21	5.18	5.19	5.18	5.20	0.65	5.85
11.00	5.30	5.29	5.27	5.21	5.20	5.25	0.60	5.85
11.50	5.28	5.31	5.29	5.28	5.27	5.29	0.54	5.83
12.00	5.30	—	5.30	—	5.28	5.29	0.51	5.80
13.00	5.28	—	5.25	—	5.22	5.25	0.45	5.70
14.00	5.32	—	5.32	—	5.30	5.31	0.33	5.64
15.00	5.31	—	5.31	—	5.30	5.31	0.24	5.55

はく離を生じない場合よりも一様状態になるために長区間を必要とすることの二つの理由による。θが30°以上の場合においては、水面形はθに無関係にほとんど同じである。このようにθが30°より大きい場合には壁面が流れに影響しないことは、後記のように理論的に説明することができる。

A. A. Kalinske⁽²⁾ は管水路について、θ = 15°と90°の拡大部に対してエネルギー変換の機構を実測し、前者の方がすみやかにエネルギーが変換されると述べている。これは開水路における上の実測結果と一致する。また、藤本武助博士⁽³⁾が長方形断面の風どう水路で行なった拡がり流れの実験的研究によれば、θ = 30°以上においては静圧回復率がほとんど同じであり、壁面の影響はあらわれていない。

このように開水路急拡部の水面形と角度との関係が管水路の場合とほぼ同じであることは重要な事実である。

(3) 死水域。急拡点より下流では、流れが壁面からはく離して死水域(ゆるやかな後流があるので厳密には後流領域)を生じる。

はく離した流れには、(A) *Instant stop boundary*, (B) *Separation boundary* の二つの境界が考えられる⁽⁴⁾。いま、瞬間速度を u 、変動速度を u' 、時間的平均速度を \bar{u} とすれば、

$$u = \bar{u} + u' \quad (1. I. I.)$$

である。はく離した流れでは乱れが大きく、したがって \bar{u} に比べて u' がかなり大きい。 $\bar{u} = u'$ となるところでは、瞬間的に $u = 0$ となるときがある。このように瞬間的に流れが止まる境界を結んだものが *Instant stop boundary* である。この境界より流れの内側では常に順流であるが、壁面の方では瞬間的な逆流を生じる。さらに壁面に近づくに従って、その継続時間と振幅がだんだん大きくなり、逆流と順流の継続時間が等しくなるようなところがある。これは $u = u'$ すなわち $\bar{u} = 0$ の境界であり、*Separation boundary*と呼ばれるもので、本文で死水域というのはこれを指すことにする。

死水域の測定方法は過マンガン酸カリまたは白色粉末などで着色して肉眼または写真撮影による方法、ポイントゲージの先端に短い糸(2~3cm)を取りつけ、この糸

が流される方向が順逆平均するところを求めて行く方法などが考えられるが、ここでは後者の方法によった。

死水域は左右非対称であるので、左右両岸について求めたが、その結果を表-1.1.3.に示す。同表の h_1 , h_2 はそれぞれ拡大始点および水位が回復した地点の水深であり、 l_x は拡大始点から水位が回復するまでの距離である。

死水域について明らかにしなければならない諸量は、

(1) 死水域の形状、(2) 死水域の大きさ、(3) 死水域の非対称性と形状および水理量との関係、(4) 死水域と境界の広がり角度との関係、である。

(a) 死水域の形状 ; 死水域の形状の1例は、図-1.1.3(a)に示すとおりである。左右非対称であるが、これを(b)図のように通水断面が等しい左右対称なものになおして考えると、その形状は、

$$\frac{b - b_1}{b_2 - b_1} = \left(\frac{x}{l_0} \right)^n \quad (1.1.2)$$

の形であらわされる。ここに n は常数であって、その値の1例は表-1.1.4に示すとおりである。他のものもこれとほぼ同様な値が得られた。

渦の領域は非定常的であるため、その形状の測定には比較的誤差を伴いやすく、 n の値は多少ばらついているが、境界形状を定める重要な要素は n よりも l_0 であり、 l_0 さえははっきり定めれば、 n の値が多少変化しても境界形状はそれほど変わらないから、 n の平均値を取って、 $n = 0.6$ として差しつかえないであろう。

(b) 死水域の長さ ; 死水域の長さを l_0 とし、壁面の拡大した部分の幅を Δb とすれば、 $\frac{\Delta b}{l_0}$ は流線の広がり角度をあらわす。この値は後ほどの考察により知られるように、境界のせん断力の大きさに関係する。この境界のせん断力の大きさは、上下流断面の圧力差を両断面の平均圧力で割った値によつてほぼおきかえることができるから、 $\frac{\Delta b}{l_0}$ は $\frac{(h_2 - h_1)}{\frac{1}{2}(h_2 + h_1)}$ の関数になることが予想される。

実測値は図-1.1.4に示すように点がかなり分散しているが、Froude 数その他の水理量や幅の広がり大きさによつて系統的な差異が認められず、この分散は測定上の誤差によるものと考えられるから、上述した両者の関係が十分成立していると思

表 — 1.1.3

No.	$\Delta B(\text{cm})$	$Q(\text{kg/sec})$	$h_1(\text{cm})$	$h_2(\text{cm})$	$l_0(\text{cm})$			N_0	$\Delta B(\text{cm})$	$Q(\text{kg/sec})$	$h_1(\text{cm})$	$h_2(\text{cm})$	$l_0(\text{cm})$		$l_{\alpha}(\text{cm})$
					長	短	平均						長	短	平均
A-1	10	5	2.87	3.28	220	60	143	C-11	7	20	6.06	7.63	127	61	97
2	10	10	4.97	5.90	168	63	116	5	7	25	6.80	8.61	176	70	123
2'	10	10	4.50	5.55	174	64	119	H-1	13	2	2.19	2.28	80	65	73
2''	10	10	4.09	4.70	210			2	13	2.5	2.43	2.59	95	90	93
3	10	15	7.06	7.99	131	72	102	I-1	10	2.5	2.48	2.61	90	90	90
4	10	20	6.96	8.71	177	64	121	2	10	5	3.67	3.88	110	70	90
4'	10	20	9.66	10.61	115	62	89	3	10	7.5	4.69	5.08	135	75	105
5	10	25	10.77	11.95	105	65	85	J-1	7	5	3.81	4.00	40	40	40
5'	10	25	7.81	9.90	205	65	135	2	7	10	5.63	5.94	50	35	43
B-1	5	5	2.92	3.26	37	35	36	3	7	15	7.84	8.64	75	75	75
2	5	10	4.35	4.93	40	38	39	Q-1	18	5	9.79	11.36	325	75	200
3	5	15	5.47	6.41	46	42	44	2	18	5	8.69	10.31	325	75	200
4	5	20	6.75	7.77	40	39	40	3	18	5	6.88	8.62	325	75	200
5	5	25	7.93	8.94	43	42	43	4	18	5	7.65	9.34	274	65	169
C-1	7	5	2.64	3.18	111	67	89	5	18	5	5.63	7.28	325	147	236
2	7	10	3.87	4.63	112	107	110	6	18	5	9.47	10.93	287	61	174
3	7	15	4.85	5.96	171	69	120								

表 — 1.1.4

No	H-1	H-2	I-1	I-2	I-3	J-1	J-2	J-3
η	0.62	0.57	0.49	0.50	0.48	0.60	0.68	0.66

られる。同図に示した曲線は分散している点の平均と思われる線を示したものである。
なお l_0 として左右の死水域の平均値を用いている。

同図から、圧力上昇率が大きくなるにつれて、 $\Delta b/l_0$ の値が減少し、これによって流線の広がり方がゆるくなる。

圧力上昇率がある程度以上に大きくなると、 $\Delta b/l_0$ はほぼ一定の値に近づくが、この値は Tollmien の二次元の噴出角 $11^\circ 10'$ に比べてかなりゆるやかであり、長さにして約 2.5 倍程度になる。一方、圧力上昇率が小さくなるにつれて二次元の噴出角 $11^\circ 11' \left(\frac{\Delta b}{l_0} = 0.197 \right)$ に近づく傾向を示している。

$\frac{(h_2 - h_1)}{\frac{1}{2}(h_2 + h_1)}$ の値は、Froude 数および $\gamma = b_1/b_2$ が大きくなるにつれて大きくなる。したがって同一の γ に対しては Froude 数が大きくなるほど、また同一の Froude 数に対しては γ が大きくなるほど、死水域が長くなることがわかる。

$\frac{(h_2 - h_1)}{\frac{1}{2}(h_2 + h_1)}$ の値は、 γ 、流量および下流の Froude 数により求めることができるから、これらの値を知って図 1.1.4 の関係から死水域の長さを求めることができるはずである。

(C) 死水域の非対称性 ; 死水域の非対称の程度を $l_{0長}/l_{0短}$ の値であらわすと、図 1.1.5 に示すとおり断面の広がり方が大きいほど大きい。とくに $\gamma = 0.823$ では $l_{0長}/l_{0短}$ の値が 1 に近く、ほとんど対称的であるに対し、 $\gamma = 0.360$ では $l_{0長}/l_{0短}$ が 4.0 程度の値になっている。また $\gamma = 0.36$ の資料を除いては、 $l_{0長}/l_{0短}$ の値は Froude 数が大きくなるにつれて大きい。

これらについての的確な関係を求めるためには、さらに理論的研究を必要とするが、いずれにしても圧力上昇に関係する F および γ が死水域の非対称性と密接な関係を持っていることは言えるようである。開水路においては圧力上昇をある程度以上大きくすると流れが常流から射流に変るため、常流の範囲では、圧力上昇率がむやみに大きくなり得ず、圧力上昇をいくらかでも大きくし得る管水路に比べればその非対称の程度も小さいと考えられる。

非対称的な死水域は不安定であり、外力を加えなければ一応そのまゝの形を保っているが、少しの外力に対しても容易に動く。この外力が左右交互に働くような場合に

は、長い方の死水域は右から左へ、左から右へと振動する。これは二水流が合流するような場合によく見られる現象である。

(d) 死水域と境界の拡がり角度との関係 ; 拡がり度と水理量をそれぞれ一定にして拡がり角度だけ変化させ、死水域の長さ l_0 と角度との関係を実測したものを図-1.1.6に示す。したがって死水域の長さは、 $\theta = 30^\circ$ 以上ではほぼ一定であるが、 θ が 30° 以下になると急激に減少する。とくに θ が 20° では短い方の死水域はほとんど消失するが、長い方はいまだかなり大きく、 $\theta = 15^\circ$ においてもまだ消失しない。 $\theta = 10^\circ$ 付近において死水域はほとんどなくなる。

松下氏⁽⁵⁾は開水路拡大部のはく離近傍についての実験的研究を行なっている。それによれば、境界の拡大角が $\theta = 15^\circ$ より大きい場合は、実験の全範囲に対してはく離するが、 $\theta = 12.5^\circ$ では上流水路の Fr 数が 0.315 以下、 $\theta = 10^\circ$ では同じく 0.413 以下のものはく離していない。はく離面は非対称であるが、これを通水断面が同じである水路軸に対称なものになおし、その水路軸とのなす角 θ と Fr 数との関係を示すと図-1.1.7のようになる。 Fr 数が大きくなるにつれて流れの拡がり方がゆるくなり、はく離を生じやすくなる。しかし開水路においては Fr 数がある程度以上に大きくなると拡大始点に支配断面が生じ、射流となるので、常流流れの範囲内では、はく離限界は上の関係から実用上 $\theta = 8^\circ \sim 10^\circ$ とすることができる。

(4) 拡大部の流速分布。断面拡大部の流速分布は一樣水路のそれとはなはだ異なり、このためいろいろ興味ある水理特性を生じる。この流速分布の特徴は主として管水路についてかなり研究され、明らかにされているが、開水路についても実験の結果、ほぼ同様であるので、これについて簡単に述べる。次に急拡部における流速分布の補正係数は 1.0 に比してかなり大きいが、この値は水面形を求める場合に必要であるので、これについても検討する。最後に流速分布が一樣状態になるための必要な距離について検討する。

(a) 流速分布の特性。断面拡大部における水流の最も大きな特徴は流れ方向に境界層が発達し、その発達に依りて、層内の流速分布が変化し、壁面付近でやせ、ついには壁面からはく離することである。これらの関係は開水路においては図-1.1.8に示

すように水深方向の各層において異なる。しかしこの異なり方は水深と水路幅の比に関係し、この比が小さくなるにつれて、水流の状態が上層と底層において変らなくなると考えられている。松下氏⁽⁵⁾は $h/b = 0.183 \sim 0.137$ (b は狭い方の水路幅) という条件で行ったはく離限界付近の実験によれば、上層と底層とではほとんど変化していないのみならず、著者の行った $h/b = 0.25$ という実験においても、図-1.19に示すようにはく離境界線は上層と底層とではあまり変らない。これらの結果から、自由表面付近のみに着目して流速分布の特性を調べる。

図-1.1.10には各種の拡大角をもつ水路における自由表面付近の流速分布の実験結果を示しているが、この図からわかるように $\theta = 4^\circ 40'$, 6° , 8° では壁面付近でも流れがある。 $\theta = 10^\circ$ では明らかな逆流は認められないが、流速分布の形からほぼはく離限界であることがわかる。 $\theta = 15^\circ$ では流れははく離し、明らかな逆流が認められ、 $\theta = 90^\circ$ では逆流域は非常に顕著である。

図-1.1.10から排除厚 $\delta^* = \int_0^\delta (1 - \frac{u}{u_0}) \alpha y$ を計算すれば、図-1.1.11に示すようにほぼ距離に比例して直線的に増大する。この増大の仕方は拡大角が大きいほど大きい。いずれの場合でも断面拡大終点から下流では δ^* は漸次減少するが、図がはんどつになるため図-1.1.11には省略している。

次に拡大角と流速分布の形を表わす一つの指標である $H (= \frac{\delta^*}{\theta})$ (ここに θ は運動量厚で $\theta = \int_0^\delta \frac{u}{u_0} (1 - \frac{u}{u_0}) \alpha y$ である。) との関係は図-1.1.12に示すように H は断面拡大部始点のすぐ下流部で急激に、またその後はゆるやかに増加して拡大終点付近で最大となり、その下流側では再び減少し、 $\frac{1}{\theta}$ 乗則に対する H になる。 $\theta = 4^\circ 40'$, 6° , 8° に対する H の最大値はそれぞれ 1.6, 1.8, 1.9 であり、この場合にはいずれもはく離を生じていない。これに対して $\theta = 10^\circ$, 15° の H の値は非常に大きくなり、その最大値はそれぞれ 2.7, 2.9 である。この場合、 $\theta = 15^\circ$ では流れははく離し明らかな逆流が認められた。 $\theta = 10^\circ$ では明らかな逆流は認められないが、ほぼはく離限界であると考えられる。

はく離を生じるようになると、 H の値は急に大きくなるため、はく離限界における H の値を正確には定めにくい。が、 $H < 2.0$ でははく離を生じていないことから、 $H \approx$

2.0 をはく離限界と定めると、管水路で求められているものとほぼ一致する。

拡大部の流速分布を決定する基本量として、 $Bu u^{(6)}$ は無次元量 $\Gamma (= \frac{\theta}{u_0} \frac{du_0}{dx})$ を提案している。図-1.13は各拡大角について Γ と X との関係を示したものである。点はかなり分散し確定的なことはいえないが、 X とともに $-\Gamma$ は増加する傾向が認められる。

以上の結果からわかるように、 $\delta_* H$ は断面拡大終点付近で最大となり、その下流では逆に減少するのに対して、 $-\Gamma$ の値はなお増加する。二次元流れの場合、 $-\Gamma$ の値が $0.06 \sim 0.12$ ではく離を生じるとされているが、この場合には逆流を生じている $\theta = 15^\circ$ における $-\Gamma$ の値は 0.09 であり、はく離を生じない他の拡大角に対しては $+0.09$ 以下であり、二次元流れの場合とほぼ一致する。

次に立場を変えて、流速分布の実測値と噴流における理論値とを比較すると図-1.14に示すとおりとなり、拡大角が大きい場合には両者は比較的よく一致するようになる。

以上に流速分布の諸特性について述べたが、その他のいろいろな特性として、非対称性がある。この特性はすでに多くの管水路の実験により明らかにされているところであり、死水域が左右岸で非対称となるが、これに対しては前項で述べたとおりである。

さらに流速分布の他の特徴は、上流側の壁面の延長上の付近に変曲点があられることである。これはこの付近の乱れが断面内において最も大きいことによると考えられるが、その理由は次のとおりである。

せん断応力は

$$\tau = \int \overline{u'v'} = \rho l^2 \cdot \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad (1.1.3)$$

であらわされる。乱れ、すなわち $\overline{u'v'}$ の最大なところでは、上式より $\frac{d\tau}{dy} = 0$ を満足するはずである。断面内の l の分布は、壁面の影響がある場合には壁面付近で小さく、離れるにつれて大きくなり、拡大角が大きくなるにつれ、また同じ拡大角でも流下距離が長くなるにつれて、噴流の場合のように断面内で一様な分布に

近づくものと思われる。

いま $l = \text{const}$ とすれば, (1.1.3) 式より

$$\frac{d\tau}{dy} = 0 \text{ に対して } \frac{d^2u}{dy^2} = 0 \quad \text{または} \quad \frac{du}{dy} = 0 \quad \text{を得る。}$$

実験の結果 $\frac{du}{dy} \neq 0$ であることが知られているので, $\overline{u'v'}$ の最大の点において, 流速分布は変曲点を持つはずである。

実験した条件に対しては, $\theta = 40^\circ$ の場合, 左岸側は 8.5 m, 右岸側は 8.7 m 付近までは, 流速分布が変曲点を持たず, 壁面の影響がかなりあることを示している。

なお管水路の場合について Kalinske⁽²⁾ は乱れを実測し, 拡大部の近傍では上流側の壁面のほぼ延長上に $\overline{u'^2}$, $\overline{v'^2}$ の最大が生じていることを示している。これより $\overline{u'v'}$ も同様な傾向を示すであろうことが類推されるが, これは上の事実と一致する。

ゆ 流速分布の補正係数 ; $\theta = 90^\circ$ の場合について断面内において細かく流速分布を測定し, エネルギー水頭と運動量に対する補正係数をそれぞれ

$$\alpha = \frac{\int_A u^3 \cdot dA}{\overline{u}^3 \cdot \Sigma A} \quad (1.1.4)_1$$

$$\eta = \frac{\int_A u^2 \cdot dA}{\overline{u}^2 \cdot \Sigma A} \quad (1.1.4)_2$$

で求めると, 図-1.1.15 のとおりである。ここに, A は逆流部を除いた通水断面積である。 α の実測以外の点は, 通水断面を用いて計算したエネルギー水頭が滑らかな曲線になるように逆算して補足したものである。

α, η は断面急拡大始点より下流に急激に増大して極大値となり, その後漸次下流に減少する。死水域の末端においては α, η はまだかなり大きく, 十分に減少して一様となるところは, それよりもかなり下流である。したがって水位は死水域の末端においてまだ十分に回復していない。このため, 図 1.1.15 には α がほぼ一様となり水位が回復するに要する距離 l_α を基準にして距離を表わしている。

α には鉛直方向に対するものと, 水平方向に対するものが含まれる。(1.1.4), 式は

$$\alpha = \frac{\int_0^b (\int_0^h u^3 dz) dy}{\bar{u}^3 \cdot b \cdot h}$$

であらわされる。したがって鉛直方向の平均流速を u_m ，補正係数を α_z ，水平方向の補正係数を α_y とすれば

$$\alpha_z = \frac{\int_0^h u^3 dz}{u_m^3 \cdot h}$$

$$\alpha_y = \frac{\int_0^b u_m^3 dy}{\bar{u}^3 \cdot b}$$

であるから， α_z が水平方向に変化しないとすれば，

$$\alpha = \alpha_z \cdot \alpha_y \quad (1.1.5)$$

となる。図-1.1.15には α_z ， α_y が同時に図示されている。この場合 α_z は水路中心線に沿って求めたものである。 α_y は1に比べてかなり大きい， α_z は1に近く，その変化は比較的小さい。このことより， α の大きくなるのは主として横方向の速度分布形にもとづくものであることがわかる。 α_y の大きさは中心部の流速一様部分の幅と乱れの拡散領域の幅に関係し，一様部分の幅が相対的に小さくなるにつれて，大きくなると考えられ，図-1.1.15の1例で確定的な値は定めることができないが，その大きさの程度，流下方向への変化の様子は知り得よう。

なお Harold Tufts⁽⁴⁾ は二次元長方形管水路で片側のみを広げた場合について，

$\theta = 12^\circ 30'$ の広がりに対して実験水路の末端で $\alpha = 1.5.1$ を得ている。また松下氏⁽⁵⁾ によれば， $\theta = 10^\circ \sim 17^\circ$ の範囲で α の値は大差なく，その最大値は $\alpha = 1.64$ である。いずれにしても，有効断面によって α を求めるとそれほど大きな値にはならない。

(c) 流速分布が一様となるに必要な距離；水位が回復する位置は流速分布が一様となるところであるが，この区間について考察する。

G. N. Patterson⁽⁷⁾ は円管ディフューザーの実験の結果，断面拡大終点から流速分布が一様状態になるまでの距離は出口管径の2～6倍であると述べている。また藤本博士⁽⁸⁾ によれば，二次元長方形管水路について広がり終りの断面より圧力が最高値に達するまでの距離は，広がり角と広がり比にもよるが，大略出口幅の5～6倍までであ

って、断面が凹の場合とほぼ同じ長さである。そして拡がり角が大きくなると距離がおこる場合にはこの距離は長く、また拡がり比が大きいほど長いということである。

断面急拡の場合には、死水域の末端を断面拡大終点として、上の考え方を適用すればよい。

しかし図-1.1.16において Δb が b_1 に比べてそれほど大きくない場合(実際問題としてこういう場合がしばしばある)には、死水域の末端(図の断面 α')において中心部分に一樣流速の部分がある。このような場合には流速分布が一樣になるまでの距離 l_x に關係するものは b_2 ではなく、むしろ y_0 であると考えられる。実測値について、 $l_x - l_0$ を求めると、

$$l_x - l_0 = (1 \sim 6) b_2$$

となり、 $(5 \sim 6) b_2$ に比べてかなり小さく、しかもな範囲に分散する。したがって $(5 \sim 6) b_2$ では求められないことがわかる。このような場合の $l_x - l_0$ の求め方について、図-1.1.16を参照して考察すると、次のとおりである。

断面1の一樣な流速分布は、その中心部の運動量が外側に輸送され、同時に乱れが内側にもくいこんで行くことによつて、死水域の末端において断面 α' に示すような分布となる。このように壁面付近の流速分布がやせたところに内側から運動量が輸送され、漸次ふとりながら一樣分布になる。こうした流速分布の交換は運動量の輸送にもとづくもので、これは乱れの割合 $\frac{\sqrt{u'v'}}{u}$ によつて定まる。1 \sim 2'間の乱れの割合と2' \sim 2間のそれとの間に一定の關係があると考えられるから、交換に要する距離 l_0 と $l_x - l_0$ との間にも一定の關係が予想される。

断面1 \sim 2'間は自由な乱れの場合であり、断面2' \sim 2間は壁面の存在のために v' が制約されるので、 $\frac{\sqrt{u'v'}}{u}$ の値は断面1 \sim 2'間の方が大きいと考えられる。この値が大きいほど運動量はすみやかに輸送されるから、 l_0 の方が $l_x - l_0$ よりも短いはずである。実測値によると、

$$l_x - l_0 = (1 \sim 2.6) l_0$$

となる。しかし実測の精度の点から、また実用上の観点から、 $(l_x - l_0) / l_0$ を一定値とし、次のような平均的な値を取って差しつかえないと考えられる。

$$l_a - l_0 = 2.0 l_0 \quad (1.1.6)$$

Δb が b_1 に比べてかなり大きくなると、中央部の流速の一樣区間が狭くなり、

$$l_a - l_0 = (5 \sim 6) b_2 \quad (1.1.7)$$

となる。上の式式の適用範囲は $\Delta b/l_0$ の値にもよるが、図-1.1.4 の関係により平均的な値として $\Delta b/l_0 = 0.1$ を取ると、 $\Delta b < \frac{3}{4} b$ に対しては(1.1.6)式、 $\Delta b > \frac{3}{4} b$ に対しては(1.1.7)式を用いればよい。

(5) 損失水頭。急拡部における損失水頭の性質について、実験結果により考察する。

急拡部においては、不連続流の境界面に沿って大きな速度こう配を生じ、このため摩擦による損失水頭以外の損失水頭を生じる。この損失水頭は二、三の板定をとおいて、合理的に算定することができるが、これについては1.1.3において詳論することとし、ここでは境界の拡がり角度と損失水頭の関係について実験結果にもとづいて考察し、全損失水頭に対する摩擦損失水頭、摩擦以外の損失水頭の占める割合などを検討しよう。

急拡の影響がなくなるところの下流断面の水深および流量を一定にして拡がり角度のみ変え、損失水頭が角度によつてどのように変わるか実測した。実験範囲($\gamma = 0.55, 0.65, 0.76$; $F_2 = 0.3 \sim 0.45$)に対し、損失水頭が最小になる角度はいずれも $8^\circ \sim 10^\circ$ であった。この原因は $\theta = 8^\circ \sim 10^\circ$ 付近がはく離限界になっており、側壁付近において横方向の速度こう配が小さく、このため側壁に沿うせん断力が小さいことによる。

θ がこれより小さくなると側壁に沿うせん断力が増加し、流速の増加と相まって損失水頭が増加し、一方 θ が大きくなるとはく離を生じ、境界面に沿う速度こう配が大きくなった損失水頭が増加する。このようにいずれの場合にも $\theta = 8^\circ \sim 10^\circ$ の場合に比べて損失水頭が増加する。

$\theta = 8^\circ \sim 10^\circ$ における損失水頭は河床面摩擦のみによるものと考えられる。このことは、下流断面から不等流計算を行なつて得られる水面形が実測値と良く一致することにより証明することができる、(図-1.1.17)。この場合、不等流計算では $\theta = 10^\circ$ の境界に対して河床面摩擦のみを考慮し、粗度係数は一樣区間の値と同じものを用いた。なお、流速分布の補正係数として、実測値を用いたものと $\alpha = 1.0$ としたもの

の二通りの場合について計算した。 $\alpha=10$ とした場合の計算値は、断面1~2の中間においては実測値よりも多少高いが、断面1においては実測値と一致する。したがって $\alpha=10$ として損失水頭を計算しても、実際と大きな差異を生じない。

$\theta=90^\circ$ の場合の断面1の水位は、 $\theta=10^\circ$ の場合よりも高く(図-1.1.17)、余分の損失水頭が生じていることがわかる。 $\theta=90^\circ$ の場合と $\theta=10^\circ$ の場合の河床面に沿う摩擦損失水頭を等しいと考えることができれば、両者の損失水頭の差を形状による損失水頭とすることができる。

支配断面近傍の流れのように水面の彎曲している場合を除いては、水圧は静圧分布となり、したがって鉛直方向の流速分布形は一樣水路の場合とそれほど異ならない。このことは、急流流れに対して急流始点から下流へ水路の中心に沿って測った流速分布を示す図-1.1.18によっても実証されている。したがって $\theta=90^\circ$ と $\theta=10^\circ$ の河床面に沿う摩擦損失水頭をほぼ等しいと考えることができるが、厳密な意味で、形状損失水頭 $=\theta=90^\circ$ の損失水頭 $-\theta=10^\circ$ の損失水頭、と定義すると、実験的にも正確に形状損失水頭が求められる。すなわち、下流端の水理条件および流量を一定にして、 θ を 90° および 10° とした場合の断面1のエネルギー差として、形状損失水頭を求められることになるが、実験結果は表-1.1.5に示すとおりである。

上のよう定義して求めた形状損失水頭が、河床粗度にかかわらず、上記の仮定にもとづいて理論的に導いた損失水頭公式と一致し、上の定義が妥当なことは、1.1.3において改めて説明する。

拡がり角 θ の形状損失水頭と 90° のそれとの比が拡がり角度によりどのように変わるかの1例は、図-1.1.19のとおりである。すなわち、 $\theta=30^\circ$ 以上では $\theta=90^\circ$ の場合と変わらないが、このことは $\theta=30^\circ$ 以上では死水域の大きさと流速分布が同じであることによる。 $\theta=30^\circ\sim10^\circ$ までの間に形状損失水頭は急激に減少する。他の資料についても同様な傾向が見られるが、 $\theta=30^\circ\sim10^\circ$ の区間の損失水頭と角度との関係はかなり不安定であり、点は分散する。なお Gibson⁽⁹⁾は円管に対して、拡がり角度と損失水頭との関係について図-1.1.19のような関係を得ている。この場合には損失水頭には摩擦によるものも含んでいるので、最小値においても0となっていない。損

表— 1. 1. 5

No.	δ	n	$Q (l/sec)$	$k_1 (cm)$	$R_{10}(cm)$	$k_2 (cm)$	$k_g (cm)$	$k_e (cm)$	β
K-1 (1)	0.823	0.010	10.0	8.13	8.14	8.54	0.03	0.01	0.0466
(2)		"	"	7.14	7.15	7.56	0.06	0.01	0.0366
(3)		"	"	6.10	6.13	6.53	0.11	0.02	0.0545
(4)		"	"	5.22	5.26	5.74	0.15	0.03	0.0632
(5)		"	"	4.55	4.64	5.15	0.23	0.04	0.0678
(6)		"	"	4.21	4.32	4.91	0.26	0.04	0.0616
K-2 (1)	0.753	0.010	10.0	9.12	9.14	9.56	0.03	0.02	0.117
(2)		"	"	8.14	8.16	8.61	0.04	0.02	0.095
(3)		"	"	7.15	7.19	7.71	0.02	0.03	0.114
(4)		"	"	6.18	6.24	6.80	0.07	0.05	0.148
(5)		"	"	5.37	5.47	6.09	0.11	0.06	0.142
(6)		"	"	4.73	4.85	5.57	0.17	0.06	0.119
(7)		"	"	9.96	9.98	10.37	0.02	0.02	0.138
(8)		"	14.0	9.69	9.72	10.24	0.03	0.03	0.103
(9)		"	18.0	9.41	9.47	10.16	0.12	0.05	0.102
(10)		"	22.0	9.04	9.16	10.24	0.18	0.08	0.111
K-3 (1)	0.648	0.010	10.0	8.63	8.69	9.23	0.05	0.05	0.272
(2)		"	"	7.88	7.95	8.51	0.06	0.06	0.277
(3)		"	"	6.86	7.01	7.64	0.06	0.10	0.373
(4)		"	"	6.28	6.45	7.15	0.09	0.11	0.360
(5)		"	"	5.81	6.00	6.81	0.12	0.11	0.327
(6)		"	"	5.50	5.77	6.61	0.12	0.14	0.390

表-1.1.5つづき

No.	δ	ν	$Q(\text{g/sec})$	$k_1(\text{cm})$	$k_{1a}(\text{cm})$	$k_2(\text{cm})$	$k_{1f}(\text{cm})$	$k_{2e}(\text{cm})$	ρ
K-4(1)		0.014	10.0	10.17	10.21	10.74	0.02	0.04	0.274
(2)		"	"	8.75	8.79	9.35	0.08	0.04	0.208
(3)		"	"	7.85	7.93	8.51	0.11	0.06	0.255
(4)		"	"	6.71	6.82	7.46	0.19	0.08	0.263
(5)		"	"	6.11	6.28	6.96	0.23	0.11	0.315
(6)		"	"	5.53	5.77	6.47	0.32	0.14	0.348
K-5(1)	0.534	0.010	5.0	7.92	7.96	8.52	0.02	0.04	0.732
(2)		"	"	9.00	9.05	9.94	0.02	0.05	1.171
(3)		7.5	7.5	7.63	7.78	8.49	0.02	0.11	0.888
(4)		"	"	7.07	7.25	8.09	0.02	0.14	1.029
(5)		10.0	10.0	13.18	13.25	13.91	0.02	0.06	0.732
(6)		"	"	12.80	12.87	13.52	0.03	0.06	0.690
(7)		"	"	11.33	11.41	12.10	0.03	0.07	0.642
(8)		"	"	10.11	10.24	10.94	0.05	0.11	0.828
(9)		"	"	7.58	7.81	8.70	0.11	0.18	0.857
(10)		"	"	6.44	6.80	7.90	0.13	0.21	0.827
(11)		12.5	12.5	10.42	10.62	11.46	0.03	0.16	0.847
(12)		"	"	9.34	9.61	10.60	0.07	0.21	0.953
K-6(1)		0.014	5.0	8.54	8.59	9.09	0.01	0.05	0.969
(2)		"	"	5.91	5.97	6.56	0.09	0.05	0.550
(3)		7.5	7.5	9.34	9.45	10.04	0	0.10	1.040
(4)		"	"	7.27	7.43	8.08	0.09	0.13	0.885

表-1.1.5 つづき

No.	γ	n	$Q(\text{D/sec})$	$h_1(\text{cm})$	$h_{1a}(\text{cm})$	$h_2(\text{cm})$	$h_4(\text{cm})$	$h_e(\text{cm})$	q
K-6 (5)		0.014	10.0	13.28	13.36	13.96	0.02	0.07	0.803
(6)		"	"	12.56	12.63	13.26	0.01	0.06	0.619
(7)		"	"	11.35	11.43	12.09	0.02	0.07	0.598
(8)		"	"	10.31	10.44	11.10	0.04	0.12	0.870
(9)		"	"	9.20	9.38	10.08	0.07	0.15	0.893
(10)		"	"	8.02	8.25	9.04	0.11	0.18	0.861
(11)		"	"	6.97	7.33	8.13	0.23	0.24	0.927
(12)		"	"	6.36	6.74	7.67	0.29	0.22	0.759
K-7 (1)	0.360	0.010	5.0	6.30	6.59	8.47	0.06	0.22	3.970
(2)		"	"	7.32	7.55	9.30	0.07	0.19	4.130
(3)		"	"	8.36	8.52	10.24	0.04	0.15	3.970
(4)		"	"	9.44	9.59	11.23	0.04	0.13	4.150
K-8 (1)	0.360	0.014	"	12.14	12.24	12.80	0.05	0.09	3.71
(2)		"	"	10.79	10.87	11.44	0.01	0.08	2.63
(3)		"	"	9.19	9.36	9.95	0.01	0.16	3.98
(4)		"	"	8.32	8.52	9.15	0	0.18	3.82
(5)		"	"	7.37	7.56	8.27	0.03	0.25	4.28
(6)		"	"	6.74	7.04	7.74	0.06	0.24	3.62

矢水頭最小の角度は $\theta = 4^\circ$ 付近であり、開水路の $\theta = 8^\circ \sim 10^\circ$ とはかなり異なるが、他の傾向については両者はよく似ている。

(b) 実験結果の考察。圧力上昇および底面摩擦の影響がない二次元噴流は Tollmien⁽⁹⁾ などがすでに取り扱っているが、本論における場合はこれらの影響があり厳密に考えると同様な取り扱いはできないことは言うまでもない。

しかしながら以上述べた実験結果により拡大角の大きい場合の流速分布形は噴流のそれとよく似ており、乱れの伝達の機構はかなり似ているように思われる。しかし実験的にも知られるように、噴流境界線の外側で逆流があり、Tollmien の取り扱っている境界条件とはかなり異なる。また壁面の存在は横方向の流れを遮断しこれによっても境界条件が異なってくる。このような境界条件の相違が流れにどのような影響を与えるかを検討することにより、上記の実験結果に水理的な解釈を与えることができ、るであろう。したがって圧力上昇のある場合の流れの取り扱いとしては多少の厳密さを欠くが、ここでは Tollmien と同じ手法により、境界条件を二・三変えて取り扱い上記の点を検討してみよう。

(a) 流れにおよぼす広がり壁の影響。二次元噴流の運動方程式は

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu l^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1.1.8)$$

によって表わされるが、この解は Tollmien によれば

$$F = d_1 e^{-\eta'} + e^{\frac{1}{2}\eta'} \left(d_2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' + d_3 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' \right) \quad (1.1.9)$$

である。ここに $\eta = \frac{y}{x}$, $\eta' = A \cdot x \cdot F(\eta)$, $\eta' = \frac{1}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} (\eta - \eta_1)$ (ただし $l = C \cdot x$)
(1.1.10)

である。

また積分常数 d_1, d_2, d_3 , および η_1, η' の値は与えられた境界条件により求められる。

すなわち、図—1.1.20に示すように噴流の境界面を $\eta = \eta_1$ および (η_2) とすれば、Tollmien の用いた境界条件は

$$\eta = \eta_1 \text{ で } u = u_0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad v = 0 \quad (1.1.11)$$

$$\eta = (\eta_2)_0 \text{ で } u = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (1.1.12)$$

であり、この条件によると $\eta = (\eta_2)_0$ において v はある値を持っている。いま、ここに壁面をおくと v をしゃ断するから上の境界条件を満足しなくなる。したがってただ壁面をおいたのでは流れが変わるから、壁面上にソースを考えて $\partial u / \partial y = 0$ を満足するような v_2 を与えることにする。いま壁面を置く角度をいろいろ変えることを考えて $(\eta_2)_0$ とは異なる記号 η_2 を用いる。

上の v_2 の値および計算して求められる u_2 の値は η_2 の関数となるであろう。 η_2 がある程度以上大きくなれば、 u_2 および v_2 の値はかなり小さくなることが予想されるが、この場合には壁面上にソースを考えなくとも壁面のない場合の流れと異ならない。このような方法で、ある拡大角以上に壁面をおいてもそれは流れに影響を与えないという実験的事実を説明し得よう。

さて、境界条件は図-1.1.2/に示すように

$$\eta = \eta_1 \text{ において } u = u_0 \quad (1.1.13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (1.1.14)$$

$$v = 0 \quad (1.1.15)$$

$$\eta = \eta_2 \text{ において } \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (1.1.16)$$

$$v = v_2 \quad (1.1.17)$$

とする。(1.1.10)式より

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = A \cdot F'(\eta) = \frac{A}{(2c^2)^{\frac{1}{2}}} \frac{dF(\eta)}{d\eta'} \quad (1.1.18)$$

および

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -A \left\{ F(\eta) - \eta F'(\eta) \right\} = -A \left\{ F(\eta') - \eta' \frac{1}{(2c^2)^{\frac{1}{2}}} \frac{dF(\eta)}{d\eta'} \right\} \quad (1.1.19)$$

がえられる。さらに(1.1.18)式より

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{A}{(2c^2)^{\frac{1}{2}}} \frac{d^2 F(\eta)}{d\eta'^2} \quad (1.1.20)$$

となる。ここに、これらの式における $\frac{dF(\eta)}{d\eta'}$, $\frac{d^2 F(\eta)}{d\eta'^2}$ は(1.1.9)式より

$$\frac{dF(\eta)}{d\eta'} = -d_1 e^{-\eta'} + \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}\eta'} \left\{ d_2 \left(\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' - \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' \right) + d_3 \left(\sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' + \sqrt{3} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' \right) \right\} \quad (1.1.21)$$

$$\frac{d^2 F(\eta')}{d\eta'^2} = d_1 e^{-\eta'} - \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}\eta'} \left\{ d_2 \left(\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' \right) + d_3 \left(\sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' - \sqrt{3} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' \right) \right\} \quad (1.1.22)$$

である。

$$\text{いま } A = (2C^2)^{\frac{1}{3}} U_0 \quad (1.1.23)$$

とおけば (1.1.13) の条件は (1.1.18) を用いて

$$\eta = \eta_1 \text{ すなわち } \eta' = 0 \text{ において } \frac{dF(\eta')}{d\eta'} = 1 \quad (1.1.24)$$

となり, (1.1.14) 式は (1.1.20) 式を用いて

$$\eta' = 0 \text{ において } \frac{d^2 F(\eta')}{d\eta'^2} = 0 \quad (1.1.25)$$

となる。また (1.1.16) および (1.1.17) 式の条件はそれぞれ

$$\eta = \eta_2 \text{ すなわち } \eta'_2 = \frac{1}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} (\eta_2 - \eta_1) \text{ において}$$

$$\frac{d^2 F(\eta')}{d\eta'^2} = 0, \quad (1.1.26)$$

$$F(\eta') - \eta \frac{1}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} \frac{dF(\eta')}{d\eta'} = -\frac{U_2}{(2C^2)^{\frac{1}{3}} U_0} \quad (1.1.27)$$

となる。また (1.1.15) 式の条件は、(1.1.19) 式を用いて

$$\eta = \eta_1 \text{ において } \frac{\eta_1}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} = F(\eta_1) \quad (1.1.28)$$

となる。したがって, (1.1.24) ~ (1.1.28) 式という 5 個の方程式より $d_1, d_2, d_3,$
 η_1 および η_2 を求めることができるはずである。また逆に η_2 を与えれば, それに
 対して U_2 を求めることができる。以上の境界条件式より積分常数 d_1, d_2, d_3 およ
 び η_1, η_2 をもとめるとつぎのようになる。

$$d_1 = \frac{1}{2} (d_2 - 1) \quad (1.1.29)$$

$$d_2 = \frac{1 - e^{\frac{1}{2}\eta_2} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 \right)}{1 + e^{\frac{1}{2}\eta_2} \left(-\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 - \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 \right)} \quad (1.1.30)$$

$$d_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad (1.1.31)$$

$$-\frac{U_2}{(2C^2)^{\frac{1}{3}} U_0} = \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}\eta_2} \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2}{1 - e^{\frac{1}{2}\eta_2} \left(\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 \right)} + 2 \left(d_2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + d_3 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 \right) \right. \\ \left. - (\eta'_2 + d_1 + d_2) \left\{ -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2}{1 - e^{\frac{1}{2}\eta_2} \left(\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 \right)} + d_2 \left(\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 - \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 \right) \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + d_3 \left(\sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \sqrt{3} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 \right) \right\} \right] \right], \quad (1.1.32)$$

$$\frac{\eta_1}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} = d_1 + d_2 \quad (1.1.33)$$

ここに $\eta_2' = \frac{1}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} (\eta_2 - \eta_1)$ であるから, $\frac{1}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} \eta_2$ を定めればこれに対して上の諸量を求めることができ, $\frac{v_2}{(2C^2)^{\frac{1}{3}} u_0}$ の値も確定する. いいかえれば境界壁の板張り角を与えれば, それに応じて (1.1.13) ~ (1.1.17) を満足する v_2 の値が上のように求められることとなる. またこの場合の u の値は (1.1.18) 式より

$$\frac{u}{u_0} = \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2} \eta_2'} \left\{ - \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2'}{1 - e^{\frac{1}{2} \eta_2'} (\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2')} + d_2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' - \sqrt{3} d_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right\} \quad (1.1.35)$$

となる.

以上の諸式を計算の結果, えられる η_2' と d_2 との関係を図-1.1.22に, また $\frac{v_2}{(2C^2)^{\frac{1}{3}} u_0}$ および $\frac{u}{u_0}$ と η_2' との関係を図-1.1.23に示す. v_2 および u の値は η_2' の増加とともに急激に減少する. また,

$$\frac{v_2}{(2C^2)^{\frac{1}{3}} u_0} \text{ の値は}$$

$$\eta_2' < -6.5 \quad (1.1.36)$$

の範囲に対してかなり小さく

$$\eta_2' < -10 \quad (1.1.36)_2$$

ではほとんど0となる. これらの条件は (1.1.33) および (1.1.34) 式を用いれば

$$\frac{\eta_2}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} < -5.5 \quad (1.1.37),$$

$$\frac{\eta_2}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} < -9 \quad (1.1.37)_2$$

とかきあらためられるから, 自由な乱れにおいては比例常数 C が一定であると考えて,

Tollmien の実験値, $C = 0.0174$ を用いることにすれば

$$\theta > 25^\circ \quad (1.1.38),$$

$$\theta > 35^\circ \quad (1.1.38)_2$$

となる. また, これらの範囲に対しては $\frac{u}{u_0}$ の値も非常に小さくなることが計算される.

以上を示した Tollmien の理論を応用した解析より, $\theta = 25^\circ \sim 35^\circ$ よりも大きい角度で壁面を置いても壁面の流れに及ぼす影響はかなり小さく, $\theta = 35^\circ$ よりも大き

い角度では壁面はほとんど影響を流れに及ぼさないといふことができる。また一方、すでに述べたように、着着の行った実験結果も $\theta = 30^\circ$ 以上では壁面の影響があらわれていないから、ここで述べた解析法は実験的事実をかなりよく説明し、またしたがって、このような解析法が水路急変部の水理現象の解明に応用されるという重要な結果がえられることになる。

(b) 急変部の噴出角。すでに述べたように水路幅の急変部における噴出角は *Tollmien* のそれとは異なるが、このことを噴流の境界面における条件を変えて取り扱い、水理的に説明しよう。

着着の行なった実験結果によれば、 η_2 面上において逆流のために速度こう配があり、 $\partial u / \partial y \neq 0$ であり、またさらに、 x の小さいところでは $\frac{\partial u}{\partial y}$ は大きい。しかしながら、表-1.1.6に示すように、 $\frac{\partial u}{\partial y}$ と x から求められる無次元量 $\frac{(\frac{\partial u}{\partial y})x}{u_0}$ を考えると、 η_2 面上においては x に無関係にほぼ一定となる^{こと}がわかる。したがってこのような実験結果を参考にし、この場合の境界条件として

表 1.1.6

$x(\text{cm})$	20	40	60	80
$u_0(\text{cm/sec})$	75	75	70	60
$\frac{\partial u}{\partial y}$ 右	20	13.3	11.7	
$\frac{\partial u}{\partial y}$ 左	19.3	10	8.2	5
平均	19.7	12.2	10.0	5
$\frac{\frac{\partial u}{\partial y} x}{u_0}$	5.2	6.5	8.6	6.1
平均 6.1				
$\frac{\frac{\partial u}{\partial y} x}{u_0} (20^2)^{\frac{1}{3}}$			0.5	

$$\eta = \eta_1 \text{ において } u = u_0 \quad (1.1.39)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (1.1.40)$$

$$v = 0 \quad (1.1.41)$$

$$\eta = \eta_2 \text{ において } \frac{\frac{\partial u}{\partial y} \cdot x}{u_0} = a' (\text{Const}) \quad (1.1.42)$$

$$u = 0$$

(1.1.43)

を用いる。(a)に述べたと同様な計算を行ない、(1.1.9)式の常数を計算すれば次の諸式のようなになる。

$$d_1 = \frac{1}{2} (d_2 - 1) \quad (1.1.44)$$

$$d_2 = \frac{e^{-\frac{3}{2}\eta'_2} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2}{\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 - e^{-\frac{3}{2}\eta'_2}} \quad (1.1.45)$$

$$e^{\frac{1}{2}\eta'_2} \left\{ \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 (e^{-\frac{3}{2}\eta'_2} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2)}{\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 - e^{-\frac{3}{2}\eta'_2}} + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 \right\} = (2C^2)^{\frac{1}{3}} \cdot a' \quad (1.1.46)$$

$$\frac{\eta_1}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} = d_1 + d_2, \quad (1.1.47)$$

$$\text{および } \eta'_2 = \frac{1}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} (\eta_2 - \eta_1) \quad (1.1.48)$$

(a)の場合と同様に $C = 0.0174$ として $(2C^2)^{\frac{1}{3}} \cdot a'$ と $-\eta'_2$ の関係を求めれば図-1.1.24に示すようになり、 $(2C^2)^{\frac{1}{3}} \cdot a'$ が増加するにつれて $-\eta'_2$ は減少し、境界線の極まり方がゆるやかになることがわかる。また、 η'_2 から η_2 を求めるためには η_1 が必要であるから、(1.1.47)式により $\frac{\eta_1}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}}$ と η'_2 の関係を求め、図-1.1.24に示してある。

以上に述べた考え方が妥当であるかどうかを表-1.1.6の実測例について調べる。

この場合には $a = 0.5$ であるから、図-1.1.24より $\frac{\eta_1}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} = 1.04$, $\frac{\eta_1 - \eta_2}{(2C^2)^{\frac{1}{3}}} = 2.10$ がえられる。この関係に Tollmien のえた $C = 0.0174$ を用いると $\eta_2 = -0.09$ となる。一方、実測による l_D は長い方で 1.4 m , また短い方で 0.8 m であるから、その平均値 1.1 m より η_2 を求めると $\eta_2 = (-\Delta b / l_D) = -(0.1) / 1.1 = -0.09$ となり、計算値と実測値とはよく一致し、上の考え方が妥当であると思われる。したがって断面急拡大部の死水域が Tollmien の場合よりも長くなるのは境界条件の相違によるものであり、逆流域の影響が強くあらわれればあらわれるほど長くなることが理論的に説明されることがみられよう。

1.1.3 損失水頭の理論

(1) 従来の研究の検討。断面急拡大部における損失水頭の問題は, Borda - Carnot

によって次のように取り扱われ、明らかにされている。

図-1.1.25の記号を用いると、断面1～2間の運動量方程式，エネルギー式，連続式はそれぞれ

$$Q \cdot f(u_2 - u_1) = p_1 \cdot a_2 - p_2 \cdot a_2 + w(z_1 - z_2) a_2 \quad (1.1.49)$$

$$z_2 - z_1 + \frac{p_2 - p_1}{w} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + h_e = 0 \quad (1.1.50)$$

$$a_1 \cdot u_1 = a_2 \cdot u_2 = Q \quad (1.1.51)$$

となる。これらの3式から h_e を求めると、

$$h_e = \frac{(u_1 - u_2)^2}{2g} = \left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right)^2 \cdot \frac{u_1^2}{2g} = f_e \cdot \frac{u_1^2}{2g} \quad (1.1.52)$$

を得る。(1.1.52)式は管水路において実験値とかなりよく一致する。しかし実際の流れでは、断面1の圧力が理論的に考えたものと多少異なるため、 f_e も理論値よりも多少異なり、次のようになる。⁽⁸⁾

$$f_e = \left\{ 1.025 + 0.0025 \frac{a_2}{a_1} - 0.0008 d_1 \right\} \left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right)^2, \quad d_1: \text{単位 mm} \quad (1.1.53)$$

実験範囲: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2} \sim \frac{1}{12}$; $d_1, d_2 = 12.5 \sim 150 \text{ mm}$

開水路においては、自由表面の存在のために管水路と同様にはならないが、原理は同じである。開水路における損失水頭の計算法として、次に示す方法がある。

(i) Borda-Carnot 式と同様な形の次式で概算する方法；

$$h_e = \left(1 - \frac{u_2}{u_1}\right)^2 \cdot \frac{u_1^2}{2g} \quad (1.1.54)$$

(ii) 衡力理論による方法；これは連続式，運動量方程式として、

$$Q = b_1 \cdot h_1 \cdot u_1 = b_2 \cdot h_2 \cdot u_2 \quad (1.1.55)$$

$$b_2 \cdot \left(\frac{w h_1^2}{2} - \frac{w h_2^2}{2} \right) = Q \cdot f(u_2 - u_1) \quad (1.1.56)$$

を用い、この2式を満足するような h_1 を試算により求める方法である。

(iii) 衡力理論の図式解法；(1.1.55)式，(1.1.56)式を図式的に解く方法である。

すなわち、上流および下流の断面の単位重量当りの運動量と圧力との和、および比エネルギー

$$M_0 = \frac{Q^2}{gA} + \frac{h}{2} \cdot A \quad (1.1.57)$$

$$H_0 = \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2} + h \quad (1.1.58)$$

と h との関係を、図-1.1.26 に示すように Q をパラメーターとして画く。与えられた Q および h_2 に対して $M_0 = \text{Const}$ になるような h_1 を図から読み取り、損失水頭を求める。

次に上の諸方法について検討を加えよう。開水路においては自由表面の存在のために、ある近似を行わなければ (1.1.54) 式が成立しない。この近似がどの程度の誤差を与えるか調べる必要がある。図-1.1.25 において河床面摩擦を無視し、断面1, 2 の圧力が静圧分布とすれば、断面1~2間の運動量方程式は

$$Q \cdot \rho (u_2 - u_1) = \frac{w}{2} b_2 (h_1^2 - h_2^2) + h_m b_2 (z_1 - z_2) \cdot w \quad (1.1.59)$$

である。ここに、 h_m は断面1~2間の平均水深である。

またエネルギー式と連続式は、

$$z_2 - z_1 + h_2 - h_1 + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + h_e = 0 \quad (1.1.60)$$

$$Q = b_1 h_1 u_1 = b_2 h_2 u_2 \quad (1.1.61)$$

である。(1.1.59)式で h_m を近似的に $\frac{h_1 + h_2}{2}$ であらわせば、

$$Q \cdot \rho (u_2 - u_1) = w \cdot b_2 \cdot (h_2 - h_1) \frac{h_2 + h_1}{2} + w b_2 (z_1 - z_2) \frac{h_2 + h_1}{2} \quad (1.1.62)$$

となる。(1.1.60)式、(1.1.62)式より

$$h_e = \frac{(u_1 - u_2)^2}{2g} \left(1 + \frac{2u_2}{u_2 - u_1} \varepsilon \right) \quad (1.1.63)$$

ここに、 $\frac{2h_2}{h_1 + h_2} = 1 + \varepsilon$

となる。(1.1.63)式の ε の項が1に対して無視できる場合には、(1.1.54)式が成立する。実際に ε の項が1に対してどの程度の値であるかの1例を示すと、表-1.1.7のとおりであって、 δ の値が1.0に近くなるほど、 ε の項は大きくなり無視することができない。

表-1.1.7

$b_1(\text{cm})$	$b_2(\text{cm})$	δ	$Q(\text{l/sec})$	$u_1(\text{cm/sec})$	$h_1(\text{cm})$	$u_2(\text{cm})$	$h_2(\text{cm})$	ε	$\frac{2u_2}{u_2 - u_1} \cdot \varepsilon$
20.5	56.7	0.360	5.0	26.05	9.36	8.88	9.95	0.030	-0.0311
30.3	56.7	0.534	10.0	28.87	11.43	14.58	12.09	0.027	-0.0551
37.0	57.1	0.648	10.0	39.66	6.82	23.48	7.46	0.045	-0.1306
43.0	57.1	0.753	10.0	37.20	6.24	25.75	6.80	0.043	-0.1933
47.0	57.1	0.823	10.0	40.45	5.26	30.51	5.74	0.043	-0.2648

h_e が (1.1.54) 式で表わされるとしても、開水路においては u_1 の値が未知であるので、試算により求めなければならない不便がある。したがって (1.1.54) 式を下流断面の水理量と境界の次元だけから求める式に書きなおしておこう。いま、 $\delta = b/b_2$ 、 $F_2 = u_2/\sqrt{gh_2}$ とすれば、(1.1.54) 式より

$$\frac{h_e}{h_2} = \frac{F_2^2}{2} \left(\frac{1}{\delta} \cdot \frac{h_2}{h_1} - 1 \right)^2 \quad (1.1.64)$$

を得る。また、(1.1.54) 式、(1.1.60) 式、(1.1.61) 式より

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1 - \frac{Z_1 - Z_2}{h_2} + F_2^2 \pm \sqrt{\left(\frac{Z_1 - Z_2}{h_2} - 1 - F_2^2 \right)^2 - 4 \frac{F_2^2}{\delta}}}{2} \quad (1.1.65)$$

となるから、これを (1.1.64) 式に代入して

$$\frac{h_e}{h_2} = \frac{F_2^2}{2} \left(\frac{1}{\delta} \frac{2}{F_2^2 + 1 - \frac{Z_1 - Z_2}{h_2} \pm \sqrt{\left(\frac{Z_1 - Z_2}{h_2} - 1 - F_2^2 \right)^2 - 4 \frac{F_2^2}{\delta}}} - 1 \right)^2 \quad (1.1.66)$$

となる。

(1.1.66) 式は断面2の水理量と境界の次元とだけしか含んでいないので、容易に損失水頭を計算することができる。

なお、この式の F_2 の4乗の項は一般に小さいし、また $Z_1 - Z_2$ の項も他の項に比して小さい場合が多いので、これらが省略できる場合には、次のように簡単になる。

$$\frac{h_e}{h_2} = \frac{F_2^2}{2} \left(\frac{1}{\delta} \frac{2}{F_2^2 + 1 \pm \sqrt{1 + 2F_2^2(1 - \frac{2}{\delta})}} - 1 \right)^2 \quad (1.1.66)'$$

(1.1.66) 式、(1.1.66)' 式は2根を有し、根号の正負に対するものがそれぞれ常流および射流に対する値である。根号の中が0となるとき、すなわち (1.1.66) 式および (1.1.66)' 式において、それぞれ

$$\left(\frac{Z_1 - Z_2}{h_2} - 1 - F_2^2 \right)^2 - 4 \frac{F_2^2}{\delta} = 0 \quad (1.1.67)$$

$$1 + 2F_2^2 \left(1 - \frac{2}{\delta} \right) = 0 \quad (1.1.67)'$$

を満足するときは、解は一つとなるが、この場合には断面1が限界水深となる。限界状態においては、 δ と F_2 との間には (1.1.67) 式または (1.1.67)' 式の関係があるから、このときの損失水頭は δ だけであらわすことができる。(1.1.66)' と (1.1.67)' 式を用いると、次の関係が得られる。

$$\frac{h_e}{h_2} = \frac{(\delta^2 - 8\delta + 8)^2}{4\delta(\delta - 2)(\delta - 4)^2} \quad (1.1.68)$$

以上の取り扱いでは、いずれも河床摩擦を無視しているが、実際の流れにおいては断面1から断面2まで水流の状態が変化するのでかなりの区間を必要とし、この区間における摩擦損失と形状損失とは同程度の大きさであるので、このような取り扱いではかなり大きな誤差を生じる。

跳水を生じる場合のように、水流の状態が急激に変化する場合の取り扱いでは、摩擦損失を無視してさしつかえないが、常流の不連続流の場合には摩擦損失を考慮しなければならない。着者は次に示すように、摩擦損失を考慮して形状損失を導く公式を、新しい観点から提案する。

(2) 形状損失水頭式の誘導。ここで取り扱う範囲は断面が拡大する場合に限るが、このときの流れの状態は常流のままであることを前提とする。断面が拡大する場合には、前記したとおり流速分布などが複雑に変化するので、適当な近似および仮定を設けなければ、損失水頭を求めることはできない。このために着者の用いた仮定および近似は、次のとおりである、(図-1.1.27参照)。

(a) 断面1および2における水圧は静圧分布に従うものとする。水面の曲りの影響を無視できる場合には、水圧は静圧分布とみなし得る。常流流れの場合には一般に水面の曲りの影響は無視することができ、上のごとく仮定してもさしつかえない。実測値もこのことを示している。

(b) 断面1および2の水位を断面内において一定と仮定する。流速が早くなり、流れに対して横方向の曲率の影響があらわれると、断面内における水位の変化が多少あらわれるが、常流の範囲に対しては、この仮定は妥当で、あると考えられる。

(c) 急拡大の河床に働くせん断力と漸拡大のそれとは等しいと仮定する。水路幅のみ急拡大する場合には、横断方向の流速分布は一様水路の場合に比べて非常に変化するが、鉛直方向の流速分布は前記のように、上のように仮定するのは近似的に正しいと考えられる。

(d) 側壁および拡大りの境界に働く水圧は、近似的に上下流断面の平均水深に対す

る水圧に等しいとする。

(e) 上下流断面間にある水の体積は、両断面積の平均値に両断面間の距離を乗じたもので近似される。

図-1.1.27の(a), (c) 両図を比較してわかるように、急拡流に対しては流れの境界にせん断力 τ_s が働き、漸拡流に対しては $\tau \approx 0$ と考えられ、このせん断力の差が形状損失水頭の原因であると考えられる。(a)~(e)の仮定および近似すると、次のように形状損失水頭と摩擦損失水頭を分離することができる。

漸拡流に対するエネルギー式および運動量方程式は、図-1.1.27を参照して

$$Z_1 + h_1 \cdot \cos \theta_0 + \alpha_1 \frac{U_1^2}{2g} = Z_2 + h_2 \cdot \cos \theta_0 + \alpha_2 \frac{U_2^2}{2g} + h_f \quad (1.1.69)$$

$$\begin{aligned} \frac{w h_1^2 \cdot b_1}{2} + \int \cdot \eta_1 \cdot U_1^2 \cdot b_1 \cdot h_1 &= \frac{w h_2^2 \cdot b_2}{2} + \int \cdot \eta_2 \cdot U_2^2 \cdot b_2 \cdot h_2 + \int_1^2 b \cdot \tau_0 \cdot dx \\ &- w \cdot V \cdot \sin \theta_0 - \frac{w}{2} (b_2 - b_1) \cdot h_m^2 \end{aligned} \quad (1.1.70)$$

急拡流に対しては同様に、

$$Z_1 + h_{1a} \cdot \cos \theta_0 + \alpha \frac{U_{1a}^2}{2g} = Z_2 + h_2 \cdot \cos \theta_0 + \alpha_2 \frac{U_2^2}{2g} + h_f + h_e \quad (1.1.71)$$

$$\begin{aligned} \frac{w h_{1a}^2 \cdot b_1}{2} + \int \cdot \eta_1 \cdot U_{1a}^2 \cdot b_1 \cdot h_{1a} &= \frac{w h_2^2 \cdot b_2}{2} + \int \cdot \eta_2 \cdot U_2^2 \cdot b_2 \cdot h_2 + \int_1^2 b \cdot \tau_0 \cdot dx \\ &+ 2 \tau_{sx} - w V' \cdot \sin \theta_0 - 2 p_{mx} \end{aligned} \quad (1.1.72)$$

ここに、 h_e ：形状損失水頭， h_f ：摩擦損失水頭，

α, η ：流速分布の補正係数， τ_0 ：底面に働くせん断力

p_{mx} ：急拡流の不連続面に働く全垂直力のx方向の分力

τ_{sx} ：急拡流の不連続面に働く全せん断力のx方向の分力，

V ：漸拡流れに対する断面1~2間の水の容積，

V' ：急拡流れに対する断面1~2間の水の容積，

h_m ：断面1~2間の平均水深

w, ρ ：それぞれ単位体積の水の重量および密度，

添字1, 2はそれぞれ断面1および2の水理諸量を表わし，添字/aは急拡の場合の断面1の水理諸量を表わす。

h_m, V, V' は近似的に次のように表わすことができる。

$$h_m = \frac{h_1 + h_2}{2} \quad (1.1.73)$$

$$V = \frac{b_1 h_1 + b_2 h_2}{2} \cdot l \cdot \cos \theta_0 \quad (1.1.74)$$

$$V' = \frac{h_{1a} + h_2}{2} \cdot b_2 \cdot l \cdot \cos \theta_0 \quad (1.1.75)$$

(1.1.72) 式の \mathcal{C}_{sx} は、図-1.1.27(a) の死水域に働く力の釣り合い条件から、

$$2 \mathcal{C}_{sx} - 2 P_{mx} = -\frac{1}{2} \omega (b_2 - b_1) h_{1a}^2 \quad (1.1.76)$$

となり、これを(1.1.72)式に代入して、

$$\frac{\omega h_{1a}^2}{2} b_2 + \beta \cdot \eta \cdot U_{1a}^2 \cdot b_1 \cdot h_{1a} = \frac{\omega \cdot h_2^2 \cdot b_2}{2} + \int_1^2 \eta_2 \cdot U_2^2 \cdot b_2 \cdot h_2 + \int_1^2 b \mathcal{C}_0 dx - \omega V' \sin \theta \quad (1.1.77)$$

となる。この式はもちろん、急流の境界全体に対する運動量方程式から直接求めることができる。しかし形状損失水頭の原因である \mathcal{C}_{sx} の意味を明らかにするため、上のようにして導いた。

(1.1.69), (1.1.70), (1.1.71), (1.1.77) 式を連立させて解き、 h_e を断面2の水理量および境界の次元だけで表わせればよいわけである。

解くための便宜上

$$\frac{b_1}{b_2} = \gamma, \quad \frac{h_1 b_1}{h_2 b_2} = \beta', \quad \frac{h_{1a} \cdot b_1}{h_2 \cdot b_2} = \beta \quad (1.1.78)$$

とおけば

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \gamma \cdot b_2, & h_1 &= \frac{\beta'}{\gamma} \cdot h_2, & h_{1a} &= \frac{\beta}{\gamma} \cdot h_2 \\ U_1 &= \frac{1}{\beta'} \cdot U_2, & U_{1a} &= \frac{1}{\beta} U_2 \end{aligned} \right\} \quad (1.1.79)$$

となる。

(1.1.71) 式より(1.1.69)式を差し引き、この関係に(1.1.79)式を代入して、

整理すれば

$$h_e = \left\{ \frac{2}{F_2^2 \gamma} (\beta - \beta') + \alpha_1 \left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta'^2} \right) \right\} \frac{U_2^2}{2g} \quad (1.1.80)$$

となり、これを h_2 で割り、無次元表示として表わすと次のようになる。

$$\frac{h_e}{h_2} = \frac{2}{F_2^2 \cdot \gamma} (\beta - \beta') + \alpha_1 \left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta'^2} \right) \frac{F_2^2}{2} \quad (1.1.80)'$$

ここに $F_2 = \frac{U_2}{\sqrt{g h_2}}$

断面拡大部の損失水頭として、一般に行なわれているように損失係数を用いて示せば、

$$h_e = \zeta \cdot \frac{U_2^2}{2g} \quad (1.1.81)$$

または $h_e = \zeta_0 \cdot \frac{U_{1a}^2}{2g} \quad (1.1.82)$

または $h_e = \zeta_0' \cdot \frac{(U_{1a} - U_2)^2}{2g} \quad (1.1.83)$

であるから、(1.1.80)式より上の損失係数を表わせば、

$$\zeta = \zeta_0 \frac{1}{\beta^2} = \zeta_0' \cdot \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^2 = \frac{2}{F_2^2 \cdot \gamma} (\beta - \beta') + \alpha_1 \left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta'^2} \right) \quad (1.1.84)$$

となり、その内容を知ることができる。上の諸式は^諸 β, β' を含んでいるが、これらの値は(1.1.70)式、(1.1.72)式を用いて断面2の水理量と境界の次元だけによってあらわすことができるので、それにより ζ, ζ_0, ζ_0' などの値は求められるようになる。

次に β', β を求める方法について述べる。

(1.1.69)式と(1.1.79)式より(θ_0 は非常に小さいとする。以下同じ)

$$\beta'^3 - \left(1 + \frac{\alpha_2 \cdot F_2^2}{2} - \frac{Z_1 - Z_2}{h_2} + \frac{h_f}{h_2} \right) \gamma \beta'^2 + \frac{\alpha_1 \cdot \gamma \cdot F_2^2}{2} = 0 \quad (1.1.85)$$

という β' に関する三次方程式がえられる。

いま、 $a = - \left(1 + \frac{\alpha_2 \cdot F_2^2}{2} - \frac{Z_1 - Z_2}{h_2} + \frac{h_f}{h_2} \right) \cdot \gamma \quad (1.1.86)$

とおけば(1.1.85)式は

$$\left(\beta' + \frac{a}{3} \right)^3 - \frac{a^2}{3} \left(\beta' + \frac{a}{3} \right) + \frac{2a^3}{27} + \frac{\alpha_1 \cdot \gamma \cdot F_2^2}{2} = 0 \quad (1.1.87)$$

となる。さらに

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{a^2}{3} \\ \pm q &= \frac{2a^3}{27} + \frac{\alpha_1 \cdot \gamma \cdot F_2^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1.1.88)$$

とおけば (1.1.87) 式の解は $(\frac{1}{3}P)^3 \geq (\frac{1}{2}g)^2$ の範囲に対して,

$$\left. \begin{aligned} \beta'_1 &= -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P} \cdot \cos \frac{\varphi}{3} \\ \beta'_2 &= -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ \right) \\ \beta'_3 &= -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 240^\circ \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.1.89)$$

という3根となる。ただし

$$\cos \varphi = \left| \frac{\frac{1}{2}g}{\frac{1}{3}P \sqrt{\frac{1}{3}P}} \right| \quad \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

次に β を求めるため, (1.1.70) 式より (1.1.77) 式を差し引き, (1.1.73), (1.1.74), (1.1.75) 式を代入すれば,

$$\begin{aligned} k_{12}^2 \cdot b_2 - k_1^2 \cdot b_1 + \frac{2b_1 \eta_1}{g} (u_{12}^2 \cdot k_{12} - u_1^2 \cdot k_1) = -(\Sigma_1 - \Sigma_2)(k_{12} \cdot b_2 - k_1 \cdot b_1) \\ + (b_2 - b_1) \left(\frac{k_1 + k_2}{2} \right)^2 \end{aligned} \quad (1.1.90)$$

となり, これに (1.1.79) 式を代入すれば β , β' に関する次の3次方程式が得られる.

$$\begin{aligned} \beta^3 + \frac{\Sigma_1 - \Sigma_2}{k_2} \cdot \delta \beta^2 - \left\{ \frac{(1-\delta)(\delta + \beta')^2}{4} + \frac{(\Sigma_1 - \Sigma_2) \cdot \delta^2}{k_2} \beta' + \frac{2\eta_1 \cdot F_2^2 \cdot \delta^2}{\beta'} + \delta \cdot \beta'^2 \right\} \beta \\ + 2\eta_1 \cdot F_2^2 \cdot \delta^2 = 0 \end{aligned} \quad (1.1.91)$$

いま

$$\left. \begin{aligned} \frac{(\Sigma_1 - \Sigma_2) \cdot \delta}{k_2} &= a' \\ - \left\{ \frac{(1-\delta)(\delta + \beta')^2}{4} + \frac{(\Sigma_1 - \Sigma_2) \delta^2 \beta'}{k_2} + \frac{2\eta_1 \cdot F_2^2 \cdot \delta^2}{\beta'} + \delta \beta'^2 \right\} &= b' \\ 2\eta_1 \cdot \delta^2 \cdot F_2^2 &= c' \end{aligned} \right\} \quad (1.1.92)$$

とおけば (1.1.91) 式は

$$\left(\beta + \frac{a'}{3} \right)^3 + \left(\beta + \frac{a'}{3} \right) \left(b' - \frac{a'^2}{3} \right) + \frac{2a'^3}{27} - \frac{a' \cdot b'}{3} + c' = 0 \quad (1.1.93)$$

となるから, β' を求めた場合と同様に

$$\left. \begin{aligned} p' &= -b' + \frac{a'^2}{3} \\ \pm q' &= \frac{2a'^3}{27} - \frac{a' \cdot b'}{3} + c' \end{aligned} \right\} \quad (1.1.94)$$

とおけば、(1.1.93)式の解は $(\frac{1}{3}P')^3 \geq (\frac{1}{2}g')^2$ の範囲に対して

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P'} \cdot \cos \frac{\varphi}{3} \\ \beta_2 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P'} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ \right) \\ \beta_3 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P'} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 240^\circ \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.1.95)$$

という3根となる。ただし

$$\cos \varphi = \left| \frac{\frac{1}{2}g'}{\frac{1}{3}P' \sqrt{\frac{1}{3}P'}} \right|, \quad \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

下流の水理条件および境界条件が与えられると、(1.1.89)式により β' が求められ、またさらに(1.1.95)式により β が求められる。したがって、これらの β', β を(1.1.80)式に代入して形状損失水頭を求めることができる。

(1.1.89)式の β' を求めるためには、 $\delta, f_2, \frac{Z_1 - Z_2}{h_2}, \frac{h_f}{h_2}$ の値は与えられている必要がある。これらの量の中、前の3つは容易に知り得るが、最後の項を知るためには連続流の断面に対して不等流計算を行なうか、適当に仮定するかによらなければならない。

断面1～2間の摩擦損失水頭は全損失水頭に対してかなりの割合を示める場合が多く、これを無視することはできないが、(1.1.95)式の β を求めるための β' としては h_f の項を省略してさしつかえない場合が普通である。すなわち(1.1.86)式において $\frac{h_e}{h_2}$ の項は1に比べて非常に小さく、したがってこの値を省略することができる。さらに $\frac{Z_1 - Z_2}{h_2}$ の項も一般に小さい場合が多いから、近似的にはこれを省略することができる。この場合には以上の諸式は非常に簡単となり、形状損失水頭は δ および f_2 のみの関数として表わされ、損失水頭に対する δ および f_2 の影響を知ることができる。これらの省略は h_e を求める場合にのみ近似的に許されるものであり、全損失水頭、断面1の水位などを求める場合には、これらの量を省略するとそのまま誤差となって表わされるから、一般には省略することができないことはいうまでもなからう。

(3) 損失水頭の性質

A. 根の性質。(1.1.88)および(1.1.94)式における g', g の符号の正、負に従

つて(1.1.89)および(1.1.95)式のオス項の符号は負、正となる。また(1.1.85)式は図-1.1.28に示すように、 a , b , c という3曲線のいずれかによって表わされる。 ϕ または ϕ' の正、負によって(1.1.89)式または(1.1.95)式のオ1式は負から正へ、オ2式は正から負へ変るから、両式が同符号になることはない。またオ3式は ϕ , ϕ' の正、負に無関係に常に正根であるがオ1式またはオ2式から求まる正根よりはるその値が小さい。このように3根の中1根は常に負でこれは物理的に意味を持たない。この他の大小2実根はそれぞれ常流および射流に対する瞬であり、とくに b 曲線は正の2根が一致して等根となった場合で、断面1に限界水深が生じていることを意味する。これは $C \cos \phi = 1$ の条件から $\frac{U_1}{\sqrt{g h_1}} = \frac{1}{\alpha_1^{1/3}}$ が導かれることより容易に証明することができる。

次に図-1.1.28における c 曲線の場合であるが、これは正根がない。この場合にはJaeger⁽¹¹⁾と同じ手法を用いて、断面1から2の方へエネルギーが増加しなければならないこととなり、これは不可能であるから、このような条件は水理的に存在しないことがわかる。

B. 形状損失水頭の計算図表

形状損失水頭を計算する場合、すでに述べたように、実用上は $\frac{Z_1 - Z_2}{h_2}$ 、および h_f の項が省略される場合が多い。また断面1および2では流速分布は一樣であると考えられるから $\alpha_1 = \alpha_2 = \eta_1 = \eta_2 = 1.0$ とすることができる。このような近似をすると、形状損失水頭を表わす係数 ζ または ζ' , ζ_0 などは ϕ と h_2 のみの関数となり、それぞれ図-1.1.29, 図-1.1.30, 図-1.1.31のように表わされる。

管水路においては ζ_0 , ζ などは完全に ϕ のみの関数となるが、開水路においてはその他にFroude数が関係することが示される。しかしながら図より明らかなように ϕ が支配的な影響を持っていることがみられよう。これらの損失係数の中 ζ_0 はFroude数によりかなり変化するが、 ζ はほとんど変化しなく、また ζ は多少変化する。 ζ はまた ϕ の小さい値に対して非常に大きな値となる。以上に述べたことより、損失係数は ζ_0 によって表わされるのが最も適切であることがわかる。しかし実際の計算においては断面1の水理量は未知量であるから、断面2における水理量のみで損失水頭を計

算することができる δ が実用上便利である。

(4) 理論と実験値との比較。上述の理論式および Borda の計算式と着者の実験値と比較すると図-1.1.32 に示すようになり、次のことがわかる。

(a) 着者の理論式は実測値と良く一致する。

(b) 近似計算は厳密計算と大きな差異を生じないから、近似計算によっても十分良好な結果が得られる。ここに近似計算とは $\frac{(Z_1 - Z_2)}{h_2}$ および h_f の項を省略し、かつ $\alpha_1 = \alpha_2 = \zeta_1 = \zeta_2 = 1.0$ としたもので、厳密計算とはこれらの項を省略しないものである。

(c) 河床の粗度が変化しても形状損失は変化しない。このことは本論に述べた形状損失と河床摩擦損失とを分離する取り扱いの妥当性を示している。

(d) Borda の計算式による値は δ が 1.0 に近くまた α_2 の大きい値に対しては実測値に比べて過大となる。

(e) 図-1.1.33 の実測値の上限はほぼ限界状態に近い状態にあるが、着者の限界線はこれとほぼ一致する。一方 Borda 式による限界線はこれと非常に異なり、限界値に対しても着者の式の方が優れていることがわかる。

(f) $\frac{h_e}{h_2}$ が α_2^2 にほぼ比例して直線的に増加する。しかし α_2 の大きい範囲に対しては多少増え方が大きくなる。また $\frac{h_e}{h_2}$ が α_2^2 に比例することは形状損失が γ のみによって定まることを表わしているから、 h_e はほぼ γ によって定まり、 α_2 により多少変化することを知り得る。

次に断面 1~2 間の全損失水頭の計算値と実測値とを比較すると図-1.1.33 に示すようになる。全損失水頭の計算値とは $\theta = 10^\circ$ という場合の摩擦損失水頭の計算値と形状損失水頭の計算値との和である。同図に Borda-Carnot 式による計算値も示しているが、これには摩擦損失を加えていない。この図より次のことがわかる。

(a) 着者の計算式は実測値とよく一致する。

(b) Borda-Carnot 式は実測値と非常に大きな差異を生じる。

時に γ が 1 に近い時はその差異は大きくなるが、このことは全損失水頭を求めるに当って、摩擦損失を考慮しなければならないことを示している。

γ が小さくなるにつれて摩擦の影響は小さくなり、 $\gamma = 0.36$ では Borda-Carnot 式はほぼ実測値と一致する。

1.1.4 支配断面を生じる限界条件。

断面広大部においては γ および F_2 がある程度以上大きくなると断面 1 が支配断面となり、断面 2 の水理量に無関係に断面 1 の水理量が定まる。支配断面の定義、その水理学的分類などについてはすでに詳しく研究されているが、ここでは実用的な観点から

$$Fr_1 = \frac{u_1}{\sqrt{g h_1}} = 1$$

を限界状態と考え、これが生じる場合の γ および F_2 の関係を求めるにとどめておこう。

この限界条件は断面 1~2 間の損失水頭を考慮する場合と、しない場合とで多少異なるのでその両方について考察をすすめるが、一般には損失水頭を無視して求める簡単な方法で大略の見当をつけることができる。

なお限界条件を求めるに当って水圧分布は静圧分布に従うという仮定をおいているが、実際の流れでは限界水深付近においては水面の曲りのため水圧は静水圧分布と多少異なり水面の曲りが小さいという仮定にもとづく理論より求めた限界は実際の値と多少異なるが、実用的にはここで求めた限界条件によって近似的には十分表わされると思われる。

(1) 損失水頭を無視する場合 (河床は水平とする。)

断面 1 に限界水深の生じる条件は (1.1.89) 式において

$$\cos \varphi = 1$$

すなわち

$$\frac{1}{2} g = \frac{1}{3} P \sqrt{\frac{1}{3} P}$$

である。これに (1.1.88) 式の関係を用いて整理すると

$$\gamma = \left\{ \frac{3}{2 \left(1 + \frac{\alpha_2 F_2^2}{2} \right)} \right\}^{\frac{3}{2}} \cdot \alpha_1^{\frac{1}{2}} \cdot F_2 \quad (1.1.96)$$

がえられる。(1.1.96) 式は限界状態における F_2 と γ との関係式であり、 γ が与え

られると上式で求められる F_2 より大きい F_2 に対して, また F_2 が与えられると上式で求められる α より小さい α に対して, 断面 1 に支配断面が生じる。(1.1.96) 式において $\alpha_1 = \alpha_2 = 1.0$ とすれば, 図-1.1.34 に示すとおりとなる。

(2) 損失水頭および河床こう配を考慮する場合。

断面 1 に限界水深の生じる条件は

$$\frac{u_1}{\sqrt{g h_1}} = 1$$

これを断面 2 の Froude 数を用いて書きなおせば

$$\beta = \gamma^{\frac{1}{3}} \cdot F_2^{\frac{2}{3}} \quad (1.1.97)$$

$$\text{ここに } \beta = \frac{h_1 b_1}{h_2 b_2}$$

となる。(1.1.97) 式は勿論損失水頭を無視した場合についても成立する。

いま, この式における β として, 簡単のために河床面に沿うせん断力を無視した運動量方程式より求めたものを用いることにしよう。この場合

(1.1.61) および (1.1.62) 式より

$$\beta^3 - \frac{Z_2 - Z_1}{h_2} \beta^2 - \left(\frac{Z_2 - Z_1}{h_2} + 1 + 2 F_2^2 \right) \beta + \frac{2}{\gamma} F_2^2 = 0 \quad (1.1.98)$$

であるから (1.1.97) および (1.1.98) 式を連立に解いて限界条件を求めることができる。

こうしてえられる限界状態における F_2 と α の関係を $\frac{Z_2 - Z_1}{h_2} = -0.1$,

0, +0.1, +0.15, +0.2 という場合について示したのが図-1.1.34 である。

1.1.5. 水理計算法

図-1.1.25 に示したような水路幅急転部の水理計算法について述べる。計算に先立って $b_1, b_2, \Delta b, Z_1, Z_2$ などの境界条件および $h_2, \frac{u_2}{\sqrt{g h_2}}$ などの断面 2 (下流一様区間) の水理量を知る必要がある。

この場合計算法として,

(A) 断面 2 の位置。図-1.1.4 により死水域の長さ l_0 を求め, (1.1.6) または (1.1.7) 式により l_α を求める。急転始点から l_α の位置を断面 2 とすればよい。図-1.1.4 を用いるためには,

$\frac{(h_1 - h_2)}{2} (h_1 + h_2)$ の値を知らなければならないが,

これは断面 1 の水深を含んでいるため, 予め知ることができない。しかし図-1.1.4

において $\frac{(h_1 - h_2)}{\frac{1}{2}(h_1 + h_2)}$ の値が多少変化しても h_0 の方はそれほど変化しないので近似的に $\frac{(z_1 - z_2)}{h_2}$, h_f の項を省略して求めた $\frac{(h_1 - h_2)}{\frac{1}{2}(h_1 + h_2)}$ の値を用いても実用上差しつかえない。これらの項を省略すると $\frac{(h_1 - h_2)}{\frac{1}{2}(h_1 + h_2)}$ は図-1.135に示すように F_2 および δ のみの関数となり容易に求めることができる。

(B) 常流か射流かの判定。 δ , F_2 がある値以上になると断面1が支配断面となり、断面1~2間に射流が生じるが、この限界は図-1.134より求めることができる。射流の場合には跳水現象、衝垂波などについて考察しなければならない。

(C) 急流による損失水頭。急流による損失水頭は(1.184), (1.189) および(1.195)式を用いて求めることができる。一般には式中の $\frac{(z_1 - z_2)}{h_2}$ および $\frac{h_f}{h_2}$ の項を省略しても実用上差しつかえないから、図-1.129 または図-1.130, あるいは、図-1.131の關係を用いて損失水頭を求めてもよい。

(D) 断面1の水理量。死水域を除去した有効断面について断面2から不等流計算を行ない、断面1のエネルギー水頭を求める。これは摩擦のみによるものであるから、これに上に求めた急流による損失水頭を加えれば断面1のエネルギー水頭が計算される。したがって断面1の水深も求められる。この計算に当って $\alpha = \eta = 1.0$ としても差しつかえない。

(E) 断面1~2間の水面形。断面1~2間には死水域があり、流速分布も複雑に変化するので、死水域の形状、流速分布形を知らなければ、この間の水面形は正確に求めることができない。しかし実用上の目的に対しては次のような仮定をおいて水面形を算定して十分であると考えられる。

(a) 断面1~2間のエネルギー水頭を直線的であるとする。

(b) 死水域の形状は直線的であるとし、その長さは図-1.14を用いて求める。

(c) 流水部分についての α の分布を図-1.15のとおりとする。

各断面の比エネルギー H は

$$H = h + \alpha \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\phi \cdot h} \right)^2$$

であらわされる。この仮定を用いれば各断面の H , ϕ , Q , α が既知であるから、 h

を求めることができる。また(D)の不等流計算を行なうに際して、図-1.1.15に示した α の分布を使うことによってもほぼ実際に近い水面形を求めることができる。

(F) 断面1より上流の水面形。断面1より上流は低下背水の水面形となるが、断面1の水理量を用いて、不等流計算により容易に水面形を求めることができる。

1.1.6 結 語

本章において明らかにされたことを列挙すれば次のとおりである。

(1) 断面急転部においては流速水頭が圧力水頭に移り変わるため水位は下流へ行くにつれて増加するが、この変換は常流においてはかなりの距離を必要とする。

(2) 境界の転がり角 θ が 10° 付近において水位の回復は最も早く、 θ がそれよりも小さくても大きくても回復が遅くなる。Kalinskeは管水路転大部において $\theta = 15^\circ$ の方が $\theta = 90^\circ$ よりも水圧の回復がすみやかであるという実験結果を得ているが、これは同様な現象である。

(3) $\theta = 30^\circ$ 以上になると、水面形は $\theta = 90^\circ$ の場合とほとんど同じであり、また藤本博士の長方形風とう水路の実験によっても同様な結論が得られている。これらの現象は二次元噴流理論を応用した水流の解析的取り扱いにより説明することができる。

(4) 断面急転点より下流では流れが壁面よりばく離して死水域を生じるが、この死水域は一般には左右非対称である。

(5) この非対称性は断面の転がり度 α の値が小さいほど大きく、また同じ α に対しては F_2 が大きいほど大きい。

(6) 非対称的な死水域は不安定であり、少しの外的要素に対しても容易に動き、主流の位置が反転する。外的要素が振動するような場合には、死水域も主流の位置も左右交互に振動する。

(7) 死水域の形状は(1.1.2)式に示すような曲線形であらわされるが、実用的には直線として差しつかえない。

(8) 死水域の平均の長さは図-1.1.14に示すように、圧力上昇率 $\frac{(h_2 - h_1)}{\frac{1}{2}(h_2 + h_1)}$ の関数としてあらわされる。 $\frac{(h_2 - h_1)}{\frac{1}{2}(h_2 + h_1)}$ が大きくなるにしたがって、 $\frac{\Delta b}{b_0}$ は小さくなる。すなわち死水域は長くなる。一方 $\frac{(h_2 - h_1)}{\frac{1}{2}(h_2 + h_1)}$ は0に近づくに

つれて二次元噴流に関する Tollmien の値 $\frac{\Delta h}{l_0} = 0.197$ に近づく。このように断面急拡大部の噴流の広がり方が Tollmien の理論と異なることは水理的境界条件を変えた噴流理論によつて水理的に説明することができる。

(9) $\frac{(h_2 - h_1)}{\frac{1}{2}(h_2 + h_1)}$ の値は F_2 または θ が大きくなるにつれて大きくなる。したがって同一の θ に対しては F_2 が大きくなるほど、また同一の F_2 に対しては θ が大きくなるほど、死水域は長くなる。

(10) $\theta = 30^\circ$ 以上では死水域の大きさはほとんど変らない。 θ が 30° 以下になると死水域は漸次小さくなり、 $\theta = 8^\circ \sim 10^\circ$ 付近では分離限界となって死水域を生じない。

(11) 断面拡大部の流速分布は一様水路の場合と非常に異なり拡大角の増大とともに壁面付近がいせ、また左右非対称となる。これらの現象はすでに数多くの管水路の実験により明らかにされたところであるが、特に本研究により開水路においても同様の現象があることが明らかにされた。

(12) 拡大角が大きい場合の流速分布の特徴は上流側の壁面の延長上付近に流速分布の変曲点があることであるが、これはこの付近で乱れが断面内において最も大きいことによる。

(13) 逆流部を除いた断面についての流速分布による補正係数の一例は図-1.1.15に示すようであり、1に比べてかなり大きく、これは主として横方向の流速分布形にもとづくものである。この値は流れの一様部分の幅と拡散領域の幅との比により変化し、この一例で確定的なことは定められないが、大きさの程度および流下方向の変化の様子の大体を知ることができる。

(14) 水位が回復するために必要な長さは流速分布が一様になるのに必要な長さとはほぼ同じであり、実験の結果(1.1.6)または(1.1.7)式より求めることができる。

(15) 開水路断面急拡大部における損失水頭は河床面の摩擦を無視しても Borda-Carnot 式のように簡単にはならず、(1.1.63)式に示すように上流および下流断面の水深、流速に關係する補正項がつく。

(16) (1.1.63)式の形は開水路においては未知量である上流断面の水理量を含んでいるから計算には不便である。このため下流断面の水理量のみによつて書き表わすと

(1.1.66) 式のようになる。

(17) 図—1.1.32に示すように、(1.1.66) または(1.1.66)' 式は δ が 1.0 に近く、 \mathcal{F}_2 の比較的大きい範囲に対しては実測値に比べて比較的大きな誤差を生じるが、 δ が小さい範囲に対しては比較的よく合い、この範囲に対しては(1.1.66) または(1.1.66)' 式により形状損失を求めてもよい。

(18) 断面急拡大部の常流に対しては、水位が十分に回復する区間を取って考えれば、形状損失水頭と摩擦損失水頭は同程度の大きさであるので、(1.1.66) または(1.1.66)' 式によるものを全損失水頭と考えると、図—1.1.33に示すように大きな誤差を生じる。

(19) 二、三の仮定をおき断面急拡大部の損失水頭を形状損失水頭と摩擦損失水頭とに分離して形状損失水頭公式を導いた。また実測結果は図—1.1.33に示すように損失水頭公式による計算結果とよく一致する。全損失水頭についても計算結果は図—1.1.33に示すように実測値とよく一致する。

(20) 上の場合の摩擦損失水頭として、拡大角 $8^\circ \sim 10^\circ$ の境界に対して、漸拡流の計算により得られたものを用いてよい。

(21) 形状損失水頭式中において、一般に $(Z_1 - Z_2) / h_2$, h_f / h_2 の項は小さく、これを無視し得る場合が多いが、この場合には形状損失水頭は δ および \mathcal{F}_2 のみの関数となり、図—1.1.29 ~ 図—1.1.31 に示すように計算図表を作ることができる。

(22) 形状損失係数 S_0 は δ のみの関数になる。 S_0 は δ によりほぼ定まり、 \mathcal{F}_2 により多少変化する。 S_0 は \mathcal{F}_2 によりかなり変化する、この意味から S_0 が最も適切であるが、断面2の水理量のみにより計算し得る S が実用上便利である。

(23) 拡がり角度 θ と損失水頭との関係は図—1.1.19に示すとおりである。 $\theta = 8^\circ \sim 10^\circ$ において損失水頭は最小となる。これはこの付近においては^く離限界となり横方向の速度こう配が小さく、したがって側壁に沿うせん断力による損失水頭はほとんど0であることによる。

(24) \mathcal{F}_2 および δ がある程度以上になると断面1が支配断面となる。その限界は図—1.1.34により表わされる。

(25) 1.1.5に示したように、断面急拡大部常流の水理計算法を明らかにし得た。

参考文献

- (1) 芦田和男, 荒木民哉 : 開水路断面急拡大部における水理に関する研究(1), 土木研究所報告101号, 昭和33年9月
- (2) A.A. Kalinske : Conversion of kinetic energy to potential energy in flow expansions, Trans. A. S. C. E. Vol. 111, 1946
- (3) 藤本武助 : 拡大流れの実験結果について, 京都大学工学研究所彙報文庫, 昭和27年9月
- (4) Harold Tufts : Flow expansion and pressure recovery in fluids, Proceedings A. S. C. E. Vol. 80, 1954.
- (5) 松下玄 : 開水路常流の拡大移行部の流れ, 農業土木研究文庫25巻, 昭和32年8月
- (6) A. Buri : Eine Berechnungsgrundlage für die turbulente Grenzschicht bei beschleunigter und verzögerter Strömung, Thesis, Zürich, 1931.
- (7) G. N. Patterson : Modern diffuser design, Aircraft Engineering, 1938, P. 267
- (8) A. H. Gibson : The conversion of kinetic to pressure energy in the flow of water through passage having divergent boundaries, Engineering Vol 93, 1912
- (9) Tollmien : Berechnung turbulenter Ausbreitungsvorgänge, Z. A. M. M Vol. 6, 1926
- (10) 例えば佐藤清一 : 水理学下, 森北出版, 昭和29年.
- (11) Charles Jaeger : Technische Hydraulik, Verlag Birkhäuser Basel, 1949.

1.2. 段落ち部の水理

1.2.1. 緒言

前章において断面拡大部の基本的な型である水路幅拡大部について述べたので、本章においては他の基本的な型である鉛直方向の断面拡大を伴ういわゆる段落ち部の水理について詳論する。

一般的に言えば、段落ち量が小さいと、流れは常流から他の常流状態への拡大流れであり、段落ち量がある大きさになると段落ち点付近に支配断面が生じ、下流へ波状跳水を持った流れとなる。さらに段落ち量が大きくなると、段落ち点から自由に落下する流れとなる。一般には最後の流れを段落ち水流と呼んでいるが、ここでは河床が急変する部分を段落ち部と総称する。

自由な段落ち水流に関しては、従来数多く研究されている。落水点付近では流線がいちぢるしく曲るから、平行流れとして求めた限界水深より小さくなり、限界水深の生じる断面は落水点から上流にある。

Carstens および Carter⁽¹⁾ は限界水深の生じる位置、落水点の水深などを求める計算図表を作っている。

また流線が彎曲しない上流断面から落水点までの流速分布および圧力分布に關して、岩崎博士⁽²⁾ は流線のもつ水頭の縦方向の分布を仮定することにより、理論式を導き、実測値とよく一致することを示している。

自由落下水のナップの形状は Rouse⁽³⁾ により求められている。

河床急変箇所において射流が生じる場合の現象、河床急変点に支配断面が生じる限界付近の現象については大坪博士⁽⁴⁾ の研究がある。

本論においては主として常流の場合の現象について述べ、あわせて段落ち部に支配断面が生じる限界の実用的な求め方について述べる。

段落ちを伴うものとして、河川においては、低いせき、床固めなどの人工構造物がある。これらの構造物の機能設計を行なうためにも、的確な水理設計法を明らかにしなければならない。

上記の人工構造物は断面の収縮と拡大とを同時に伴うものであり、両者の影響を同

時に考えなければならない。断面収縮部の水理については又2編において述べるが、一般には断面収縮部には丸みを設けてはく離を防ぐ構造とする場合が多い。このような場合には、断面収縮部の水理計算法が明らかとなれば、これらの構造物を伴う場合の水理計算を行なうことができる。

段落ち部の水理計算法を明らかにするためには、有効断面の求め方、流速分布が一樣となり水位が回復するに必要な距離（段落ちによる下流への影響範囲）、影響範囲内の流速分布および水面形、急流による損失水頭、拡がり角度とこれらの水理量との関係などの問題を明らかにしなければならない。

着者は、これらの諸問題を実験的な研究により明らかにし、その結果を本章において述べるが、これらの現象は又1章において述べた長方形水路幅収縮の場合と共通の事項がかなり多いので、重複をさけるため、共通部分の説明は簡単にとどめる。

損失水頭に対して、着者が水路幅収縮部で行なった形状損失と摩擦損失とを分離する方法を用いると、この場合比較的誤差が大きい。これは摩擦の主要因である河床面摩擦が、急流の場合と漸流の場合とではかなり異なることによるものと考えられる。したがってこの場合、形状損失と河床摩擦とを分離しない方法により損失水頭を求める式を導いたが、この方がむしろよい結果が得られたので、これらの二つの方法について説明し、比較検討を加える。

1.2.2. 実験的研究⁽⁵⁾

(1) 概説。実験に用いた水路は図-1.2.1に示すとおり、長さ20m、幅57cm、高さ40cm、こう配 $\frac{1}{1,000}$ の長方形断面の木製水路である。

水路の上流端から5.5m～7.5mの区間の河床を高め、段落ち部を作った。河床が高くなる上流端には図に示すとおり丸みをつけて縮流の影響をなくした。下流部の拡がり角度は4°～90°までの範囲でいろいろ変化させた。河床には平均粒径2mmの砂をラッカーで張りつけた。

一定の流量に対して、下流のFroude数をいろいろ変化させているが、河床こう配を変化させずに水位調節せきで水面こう配のみを変化させて求めたものである。

実験の範囲を表-1.2.1に示しているが、それぞれの記号は図-1.2.2および以下

表-1.2.1 実験範囲

No	(1) (Q) (l/sec)	(2) h_1 (cm)	(3) h_2 (cm)	(4) l_D (cm)	(5) l_a (cm)	(6) ΔZ (cm)	(7) F_2	(8) K	(9) h_{te} (cm)	(10) h_f (cm)	(11) h_e (cm)	(12) $\frac{h_{te}}{h_2}$	(13) $\frac{h_e}{h_2}$
1	5	1.88	5.49	37.5	100	2.65	0.214	0.483	0.17	0.05	0.12	0.031	0.024
2	5	2.23	8.16	51.0	175	5.41	0.120	0.663	0.37	0.03	0.34	0.045	0.042
3	5	2.78	5.96	24.0	100	2.69	0.191	0.4451	0.10	0.03	0.07	0.017	0.012
4	5	2.86	6.01		100	2.67	0.190	0.443	0.08	0.02	0.06	0.013	0.010
5	5	2.90	6.08		100	2.67	0.182	0.440	0.09	0.03	0.06	0.015	0.010
6	5	3.31	9.18	39.0	100	5.44	0.101	0.593	0.08	0.00	0.08	0.009	0.009
7	7.5	3.58	6.85	26.0	125	2.64	0.234	0.393	0.12	0.06	0.06	0.018	0.009
8	7.5	3.88	9.88	41.0	100	5.44	0.135	0.550	0.15	0.01	0.14	0.015	0.014
9	7.5	4.97	7.99	19.0	100	2.69	0.204	0.338	0.08	0.02	0.06	0.010	0.008
10	10	3.81	7.35	26.0	125	2.64	0.281	0.360	0.12	0.08	0.04	0.016	0.006
11	10	3.82	10.01	47.0	175	5.41	0.177	0.540	0.29	0.05	0.24	0.029	0.024
12	10	4.18	7.52	26.5	125	2.69	0.272	0.358	0.10	0.07	0.03	0.013	0.004
13	10	4.96	8.08		75	2.68	0.241	0.332	0.08	0.02	0.06	0.010	0.007
14	10	5.07	8.26		100	2.68	0.236	0.324	0.09	0.04	0.05	0.011	0.007
15	10	5.24	11.22	52.0	125	5.44	0.149	0.484	0.12	0.02	0.10	0.011	0.009
16	15	4.07	8.38		150	2.68	0.347	0.319	0.38	0.10	0.28	0.046	0.033
17	15	4.56	11.13	58.0	200	5.43	0.226	0.487	0.48	0.03	0.45	0.043	0.040
18	15	4.85	8.54	27.0	125	2.64	0.336	0.310	0.14	0.09	0.05	0.016	0.006
19	15	5.29	18.85	28.5	125	2.69	0.319	0.306	0.17	0.07	0.10	0.019	0.011
20	15	6.84	12.95	52.0	150	5.44	0.180	0.420	0.12	0.02	0.10	0.0093	0.008
21	20	6.36	10.01	29.0	150	2.64	0.353	0.264	0.08	0.11	-0.03	0.008	
22	20	6.38	12.89	52.0	175	5.43	0.242	0.421	0.29	0.04	0.25	0.023	0.019
23	20	7.52	11.03		150	2.68	0.306	0.243	0.09	0.04	0.05	0.008	0.004
24	20	8.13	14.35	50.0	150	5.44	0.206	0.379	0.14	0.02	0.12	0.0098	0.008
25	20	9.05	12.41		125	2.68	0.257	0.216	0.03	0.05	-0.02	0.002	
26	30	7.25	14.20	50.0	200	5.43	0.314	0.383	0.69	0.09	0.60	0.049	0.004
27	30	9.55	15.95	49.5	175	5.43	0.264	0.340	0.25	0.04	0.21	0.016	0.013
28	30	11.45	17.56	36.0	125	5.43	0.229	0.309	0.12	0.01	0.11	0.0068	0.006
29	35	7.86	15.14	50.5	200	5.43	0.332	0.358	0.62	0.14	0.18	0.041	0.032
30	37.5	9.94	16.71	49.0	200	5.43	0.307	0.324	0.33	0.08	0.25	0.020	0.015
31	37.5	12.60	18.85	37.3	125	5.43	0.256	0.288	0.11	0.02	0.09	0.0058	0.005

下に示すようである。

(4) 欄の l_D は死水域の長さ, (5) 欄の l_a は水位が回復するに必要な距離, (6) 欄の ΔZ は段落ちの高さ, (7) 欄の F_2 は断面 2 の Froude 数で, $F_2 = \frac{u_2}{\sqrt{g h_2}}$, (8) 欄は $K = \frac{\Delta Z}{h_2}$, (9) 欄は断面 1 ~ 2 間の全損失水頭で,

$$h_{te} = Z_1 + \Delta Z + h_{1a} + \frac{\alpha u_{1a}^2}{2g} - \left(Z_2 + h_2 + \frac{\alpha u_2^2}{2g} \right)$$

より求めた。ここに α は一様区間に対しての実測値 $\alpha = 1.04$ を使った。(10) 欄の h_f は断面 1 ~ 2 間の摩擦損失水頭である。断面 1 ~ 2 間の流速分布が複雑に変化しているので, これを厳密に求めることは困難であり, ここでは便宜上, 断面 2 より下流のエネルギーこう配に断面 1 ~ 2 間の距離を乗じて求めた。(11) 欄の h_f は形状損失水頭であり, $h_e = h_{te} - h_f$ として求めた。

(2) 水面形。段落ち部の水面形は, その例を図-1.2.3.に示すように, 流速水頭が圧力水頭(水位)に移り変わるため, 下流に行くにつれて水位は上昇し, 流速分布が一様となる点(急流始点から l_a の距離)において水位は最大となる。この区間の水面形を求めるためには, 死水域の大きさ, 流速分布の補正係数, 急流による損失水頭を明らかにしなければならないが, これについては後述する。

図-1.2.3.に示した水位は表-1.2.2.に示すように各断面3点~5点の平均として求めたものである。同表の測点の位置は図-1.2.4.に示すとおりである。また同表のエネルギー水頭 H は死水域を除かず, 流速分布の補正係数も一様区間の実測値 $\alpha = 1.04$ を使用しているから, 拡大部に対しては真の値ではない。この補正法については後記し, ここでは, 水面形と境界の拡がりの角度との関係についてのみ考察する。

図-1.2.5.により明らかなように, 水面形は $\theta = 4^\circ \sim 8^\circ$ でほぼ同じであるが, $\theta = 10^\circ$ で拡大始点の水位が多少高くなる。 $\theta = 15^\circ$ ではこの水位は急に高くなり, θ がそれ以上 ($\theta = 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ$) になっても $\theta = 15^\circ$ の水面形とほとんど同じである。水路幅拡大の場合に認められた $\theta = 10^\circ \sim 15^\circ$ 付近において水位の回復がもっとも早いという現象は, この場合は顕著ではないが一応認められる。

またこの場合には $\theta = 15^\circ$ 付近において, 水面形は $\theta = 90^\circ$ の場合とはほとんど差

表 - 1.2.2 (1)

No. 1 $Q = 5 \text{ l/sec}$ $\Delta Z = 2.65 \text{ cm}$

sec P_t	水深 (cm)						(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
	1	2	3	2'	1'	平均	Z	$h+Z$	$\alpha \frac{V^2}{2g}$	H
5.50	2.71		2.52		2.76	2.66	4.72	7.38	0.58	7.96
6.00	2.49		2.30		2.38	2.39	4.75	7.14	0.72	7.86
6.50	2.73		2.45		2.63	2.60	4.54	7.14	0.60	7.84
7.00	2.25	2.16	2.10	2.18	2.23	2.18	4.59	6.77	0.85	7.62
7.25	1.92	1.92	1.73	1.82	1.92	1.86	4.53	6.39	1.18	7.57
7.50	1.97	1.87	1.74	1.86	1.98	1.88	4.35	6.23	1.15	7.38
7.60	4.56	4.54	4.56	4.51	4.56	4.55	1.70	6.25	0.20	6.45
7.75	5.30	5.34	5.35	5.40	5.23	5.32	1.70	7.02	0.14	7.16
8.00	5.36	5.37	5.31	5.33	—	5.34	1.67	7.01	0.14	7.15
8.25	5.39	5.41	5.43	5.46	5.43	5.42	1.64	7.06	0.14	7.20
8.50	5.44	5.49	5.50	5.50	5.51	5.49	1.58	7.07	0.14	7.21
8.75	5.47	5.45	5.49	5.51	5.53	5.49	1.58	7.07	0.14	7.21
9.00	5.48	5.45	5.45	5.48	—	5.47	1.58	7.05	0.14	7.19
9.25	5.49	5.47	5.45	5.51	5.49	5.48	1.57	7.05	0.14	7.19
9.50	5.48	5.47	5.47	5.50	5.50	5.48	1.54	7.02	0.14	7.16
9.75	5.46		5.51		5.46	5.48	1.53	7.01	0.14	7.15
10.00	5.46		5.45		5.48	5.46	1.51	6.91	0.14	7.11
10.50	5.54		5.55		5.55	5.55	1.40	6.95	0.13	7.08
11.00	5.56		5.60		5.55	5.56	1.39	6.95	0.13	7.08
11.50	5.66		5.66		5.64	5.65	1.31	6.96	0.13	7.09
12.50	5.71		5.82		5.73	5.75	1.14	6.89	0.12	7.01
14.25	6.01		5.93		5.92	5.95	0.93	6.88	0.12	7.00

表 - 1.2.2 (2)

No. 22

 $\Delta Z = 5.43 \text{ cm}$

sec	Pt	水 深 (m)						(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
		1	2	3	2'	1'	平均	Z	h+Z	$\alpha \frac{V^2}{2g}$	H
5.50		6.57		6.69		6.65	6.64	6.68	13.32	1.49	14.81
6.00		6.81		6.73		6.74	6.76	6.49	13.25	1.43	14.68
6.50		6.75		6.66		6.65	6.69	6.43	13.12	1.46	14.58
7.00		6.51	6.37	6.32	6.46	6.50	6.43	6.53	12.96	1.58	14.54
7.25		6.33	6.36	6.37	6.49	6.50	6.41	6.44	12.85	1.59	14.44
7.50		6.30	6.38	6.41	6.39	6.44	6.38	6.46	12.84	1.60	14.44
7.60		11.74	11.69	11.75	11.78	11.67	11.73	1.03	12.76	0.47	13.23
7.75		11.81	11.89	11.92	11.88	11.80	11.86	1.02	12.88	0.46	13.34
8.00		12.41	12.30	12.30	12.21	—	12.31	0.99	13.30	0.43	13.73
8.25		12.53	12.71	12.62	12.61	12.55	12.60	0.96	13.56	0.41	13.97
8.50		12.67	12.73	12.72	12.80	12.79	12.74	0.87	13.61	0.41	14.02
8.75		12.73	12.80	12.85	12.80	12.88	12.81	0.88	13.69	0.41	14.09
9.00		12.84	12.81	12.82	12.84		12.83	0.89	13.72	0.40	14.12
9.25		12.89	12.89	12.83	12.95	12.91	12.89	0.88	13.77	0.39	14.16
9.50		12.90	12.91	12.91	12.90	12.90	12.90	0.87	13.77	0.39	14.16
9.75		12.10		12.92		12.88	12.90	0.87	13.77	0.39	14.16
10.00		12.89		12.93		12.84	12.89	0.84	13.73	0.39	14.12
10.50		12.98		13.00		12.97	12.98	0.73	13.71	0.39	14.10
11.00		12.99		13.02		12.97	12.99	0.70	13.69	0.39	14.08
11.50		13.06		13.12		13.04	13.07	0.63	13.70	0.38	14.08
12.50		13.11		13.24		13.18	13.18	0.50	13.68	0.38	14.06
14.25		13.43		13.31		13.30	13.35	0.32	13.67	0.37	14.04

異がなくなるが、この付近では実測値はかなりばらつく傾向があり、確実に $\theta = 90^\circ$ の場合との差異がなくなるのは $\theta = 30^\circ$ 以上である。この点も水路幅拡大の場合と一致する。

(3) 死水域、過マンガン酸カリで水を着色して観測した。死水域の形状は図-1.2.6に示すように、実はかなり分散しているが、境界線をほぼ直線的であるとして実用上差しつかえないであろう。またこの実験値は表-1.2.3に示されている。

表-1.2.3 (1)

$$\Delta Z = 5.29^{cm}$$

A $Q = 15 \text{ l/sec.}$ $h_{7.5} = 4.29^{cm}$, $h_{10} = 10.94^{cm}$								
Sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	8.0	8.1
d (cm)	5.0	4.3	3.7	3.5	2.8	1.9	2.1	0
B $Q = 20$ $h_{7.5} = 5.92$, $h_{10} = 12.72$								
Sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	8.0	8.08
d	5.0	4.4	4.0	3.5	2.8	2.3	1.5	0
C $Q = 35$ $h_{7.5} = 8.77$ $h_{10} = 15.89$								
Sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	8.0	8.05
d	5.0	4.4	3.9	3.4	3.2	2.0	1.2	0
D $Q = 40$ $h_{7.5} = 9.44$ $h_{10} = 16.63$								
Sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	8.0	8.10
d	5.0	4.4	3.7	3.2	3.2	2.1	1.4	0
E $Q = 25$ $h_{7.5} = 7.31$ $h_{10} = 14.03$								
Sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	8.0	
d	5.0	4.4	4.1	3.6	3.1	2.4	0	
F $Q = 30$ $h_{7.5} = 8.00$ $h_{10} = 14.94$								
Sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	8.0	
d	5.0	4.5	4.2	3.5	2.9	2.6	0	
G $Q = 20$ $h_{7.5} = 10.15$ $h_{10} = 16.24$								
Sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	8.0	
d	5.0	4.3	3.7	3.6	2.9	2.2	0	

表-1.2.3 (2)

H	Q = 20		$h_{7.5} = 8.26$		$h_{10} = 14.57$		
sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	8.01
d	5.0	4.2	3.3	3.0	2.1	1.3	0
I	Q = 30		$h_{7.5} = 10.04$		$h_{10} = 16.51$		
sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	7.98
d	5.0	4.1	3.6	3.3	2.2	2.0	0
J	Q = 30		$h_{7.5} = 15.43$		$h_{10} = 21.4$		
sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.89	
d	5.0	4.1	3.5	2.8	1.9	0	
K	Q = 40		$h_{7.5} = 13.20$		$h_{10} = 19.67$		
sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	
d	5.0	4.3	3.4	3.0	2.6	0	
L	Q = 40		$h_{7.5} = 16.09$		$h_{10} = 22.29$		
sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.85	
d	5.0	4.4	3.6	3.3	1.1	0	
M	Q = 25		$h_{7.5} = 12.80$		$h_{10} = 18.92$		
Sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	7.93
d	5.0	4.0	3.6	3.1	2.7	1.4	0
N	Q = 25		$h_{7.5} = 9.25$		$h_{10} = 15.63$		
sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	7.97
d	5.0	4.3	3.4	3.1	2.3	1.5	0
O	Q = 15		$h_{7.5} = 8.44$		$h_{10} = 14.51$		
sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	7.95
d	5.0	4.5	4.1	3.5	2.2	1.5	0
P	Q = 15		$h_{7.5} = 9.99$		$h_{10} = 16.00$		
sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	7.93
d	5.0	4.7	3.9	3.3	2.4	1.2	0
Q	Q = 35		$h_{7.5} = 12.26$		$h_{10} = 18.57$		
sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.9	
d	5.0	4.1	3.2	2.3	1.4	0	
R	Q = 35						
sec	7.5	7.55	7.6	7.7	7.8	7.83	
d	5.0	4.3	3.5	2.6	1.2	0	

この表と前に述べた表-1.2.1を用いて，長方形水路幅広大部の場合と同様に，死水域の広がり角度と水圧の上昇割合との関係，すなわち

$$\frac{h_2 - (h_1 + \Delta z)}{\frac{1}{2}(h_2 + h_1 + \Delta z)} \sim \frac{\Delta z}{l_0}$$

の関係を調べると，図-1.2.7に示すように，幅の急広部に対する場合とほとんど同じような曲線によつて表わされる．その他死水域の一般的性質に対しても前章において述べた幅の急広の場合とほとんど同じであることがわかった．

(4) 流速分布，水位が回復するに必要な距離．水路の中央に沿つて測つた急広部の流速分布は図-1.2.8のように， $\theta = 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ$ ではそれぞれ7.9m, 7.6m, 7.65m, 7.6m付近から底面がやせてくるが，いずれの場合にもまだ逆流が生じていない。

流速分布のいぢるしい特徴は河床の延長上付近に変曲点があらわれることである．これは前章において述べたようにこの付近の乱れが断面内において最も大きいことによるであろう。

$\theta = 90^\circ$ においては逆流が生じるが，この逆流部分を除いた断面について流速分布の補正係数 α を求めたものが図-1.2.9である． α の値は水路の規模，水流の状態などで多少変化するであろうから，この1例で確定的な値は定めかねるが，その大きさの程度，および l_α の中での変化の様子は知り得よう。

上に求めた死水域を除去し，この結果を利用してえた α を用いて，急広部のエネルギー水頭を求めると，それは図-1.2.10のように滑らかな変化を示し，図-1.2.3に示した平行流の理論による計算結果あらわれるエネルギー線の不合理な変化がなくなる。

なお図-1.2.10には，死水域を考慮せず，かつ α の補正を行なわない場合と死水域は考慮するが， α は補正を行なわない場合のエネルギー水頭を示した．後者の場合はエネルギー水頭の下り方は前者に比して小さくなるが，それでもかなりの量を示している。

流速分布が一様となり水位が回復するに必要な距離 l_α と l_0 との関係を表-1.2.

1 の資料から求めると、誤はかなり分散するが実測精度の誤および実用上から $\frac{l_x - l_0}{l_0}$ を平均的に一定値

$$l_x - l_0 = 2.6 l_0 \quad (1.2.1)$$

として差しつかえないと考えられる。この場合の $\frac{l_x - l_0}{l_0}$ の値は水路幅拡大の場合に比べて多少大きい。

(5) 損失水頭。次節に急拡による損失水頭の理論について述べることにし、ここでは境界の拡がり角度と損失水頭の関係についてのみ述べる。拡がり角度 θ の急拡に対する形状損失水頭の比と拡がり角度との関係は図-1.2.11 (1~4) に示すとおりである。 $\theta = 10^\circ$ 付近までは形状損失水頭はほとんどない。また $\theta = 30^\circ$ 付近より大きい拡がり角度の場合は急拡の場合とほぼ同じである。 $\theta = 10^\circ$ 付近から $\theta = 30^\circ$ 付近までの間に形状損失水頭は急激に増加する。この区間の形状損失水頭はかなり小さく誤差を伴いやすいこともあって、実測値は分散する傾向があるが、 $\theta = 20^\circ$ 付近においてほとんど急拡の損失水頭に近い。図-1.2.11 (1~4) の平均的な曲線を示すと図-1.2.11 (5) のとおりであり、長方形水路幅拡大の場合とほぼ同じである。

1.3.3. 損失水頭の理論

ここで取り扱う範囲は一つの常流状態から他の常流状態に断面が変化する場合に限る。急拡部においては流速分布形が複雑な変化をするので、適当な近似および仮定を設けなければ損失水頭を求めることができない。

着者の用いた仮定および近似は次のとおりである。(図-1.3.2)

- (A) 断面1および断面2における水圧は静水圧分布に従うものとする。このことは実験によっても確認されている。
- (B) 急拡流の側壁に働くせん断力と漸拡流の側壁に働くせん断力を等しいと仮定する。
- (C) 急拡流の河床に働くせん断力は漸拡流の河床に働くせん断力に、流れの不連続面上に働くせん断力が加わるものとする。
- (D) 上、下流断面間の水圧が近似的に直線的に変化するものとして河床および流れの不連続面上に働く水圧を求める。
- (E) 上、下流断面間にある水の体積を近似的に両断面積の平均値に両断面間の距離を

求めて求める。

以上の仮定により、断面1～2間の損失水頭を形状損失水頭と摩擦損失水頭とに分離して理論的に導くことができる。

実際には(c)の仮定が十分に成立しないために、この仮定にもとずいて導いた計算値は実測値と多少の差異を生じる。この点が水路幅急拡の場合と異なる点である。したがって、損失水頭式の誘導に対して、次に示す方法を試みたが、実測値と比較してかなりよく適合した。

すなわち断面1～2間の損失水頭を分離せず、衝力理論を応用して全損失水頭を求める。ただし、この場合には側壁および河床に働くせん断力を無視する。

上記の二方法をそれぞれ、形状損失と摩擦損失とを分離する方法と、分離しない方法とし、これらを説明するとともにあわせて実測値と比較検討しよう。

(1) 形状損失と摩擦損失とを分離する方法。図-1.2.2を参照して、漸拡流に対するエネルギー式は

$$Z_1 + \Delta Z + h_1 \cdot \cos \theta_0 + \alpha_1 \frac{U_1^2}{2g} = Z_2 + h_2 \cdot \cos \theta_0 + \alpha_2 \frac{U_2^2}{2g} + h_f, \quad (1.2.2)$$

運動量方程式は

$$\begin{aligned} \frac{W}{2} h_1^2 \cdot b + \rho \cdot \eta_1 \cdot U_1^2 \cdot h_1 \cdot b &= \frac{W}{2} h_2^2 \cdot b + \rho \cdot \eta_2 \cdot U_2^2 \cdot h_2 \cdot b + \tau_s + \tau_B \\ &- \frac{W}{2} \left\{ (h_1 + h_2') l_1 + (h_2' + h_2) l_2 \right\} b \cdot \cos \theta_0 \cdot \sin \theta_0 - b \int_1^2 w h \cdot \sin(\theta - \theta_0) \cdot \frac{dl}{\cos \theta}, \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

となる。

急拡流のエネルギー式は

$$Z_1 + \Delta Z + h_{1a} \cdot \cos \theta_0 + \alpha_1 \frac{U_{1a}^2}{2g} = Z_2 + h_2 \cdot \cos \theta_0 + \alpha_2 \frac{U_2^2}{2g} + h_e + h_f \quad (1.2.4)$$

また、運動量方程式は

$$\begin{aligned} \frac{W}{2} h_{1a}^2 \cdot b + \rho \cdot \eta_1 \cdot U_{1a}^2 \cdot h_{1a} \cdot b &= \frac{W}{2} h_2^2 \cdot b + \rho \cdot \eta_2 \cdot U_2^2 \cdot h_2 \cdot b + \tau_s + \tau_B + \tau_{ax} \\ &- P_{mx} - \frac{W}{2} (h_{1a} + \Delta Z + h_2) b \cdot l \cos \theta_0 \cdot \sin \theta_0 \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

である。ここに h_e : 形状損失水頭 h_f : 摩擦損失水頭 τ_s : 側壁に働くせん断力の総計 τ_B : 河床に働くせん断力の総計 τ_{ax} : 急拡のため余分に生じるせん断力の総計のx方向の分力 P_{mx} : 急拡の不連続面に境界を考えた場合、この境界に働く水圧の

又方向の分力。

添字 1, 2 はそれぞれ断面 1, 断面 2 の水理量, h_a は急流の場合の断面 1 の水理量, 断面 1 の水理量は漸流の場合と急流の場合と異なるので, このように区別する。

1 ~ 2' 間の水深の変化を直線的とすると,

$$h = h_1 + (h_2' - h_1) \frac{l}{l_1}, \quad (1.2.6)$$

とあらわされるから, この式を用いると (1.2.3) 式の右辺最後の項は

$$b \int_1^{2'} \omega \cdot h \cdot \sin(\theta - \theta_0) \frac{dl}{\cos \theta} = \frac{\omega \cdot b}{2} (h_2' + h_1) \cdot \sin(\theta - \theta_0) \cdot \frac{\Delta Z}{\sin \theta} \quad (1.2.7)$$

また (1.2.5) 式の τ_{ax} は図 - 1.2.2 (a) の死水域に働く力の釣り合い条件から近似的に求めることができる。

$$\tau_{ax} - P_{mx} = \frac{1}{2} \omega (h_{1a} + \Delta Z \cdot \cos \theta_0)^2 b + \frac{1}{2} \omega h_{1a}^2 \cdot b. \quad (1.2.8)$$

(1.2.7) 式を (1.2.3) 式に代入し, (1.2.8) 式を (1.2.5) 式に代入して, 近似的に $h_2' = h_2$ とした θ_0 は十分に小さいとすれば

$$\frac{\omega h_1^2}{2} + \int \eta_1 \cdot U_1^2 \cdot h_1 = \frac{\omega h_2^2}{2} + \int \eta_2 \cdot U_2^2 \cdot h_2 + \frac{\tau_s + \tau_0}{b} - \omega \cdot h_2 \cdot (Z_1 - Z_2) - \frac{\omega}{2} (h_1 + h_2) \Delta Z, \quad (1.2.9)$$

および

$$\frac{\omega (h_{1a} + \Delta Z)^2}{2} + \int \eta_1 \cdot U_{1a}^2 \cdot h_{1a} = \frac{\omega h_2^2}{2} + \int \eta_2 \cdot U_2^2 \cdot h_2 + \frac{\tau_s + \tau_0}{b} - \frac{\omega (h_{1a} + \Delta Z + h_2)}{2} (Z_1 - Z_2), \quad (1.2.10)$$

となる。

(1.2.2), (1.2.4), (1.2.9) および (1.2.10) 式を連立させて解けば, h_e は断面 2 の水理量および境界の次元だけの関数として表わすことができる。

上式を解くための便宜上

$$\frac{h_1}{h_2} = \beta', \quad \frac{h_{1a}}{h_2} = \beta, \quad \frac{\Delta Z}{h_2} = K, \quad (1.2.11)$$

とおけば

$$h_1 = \beta' \cdot h_2, \quad h_{1a} = \beta \cdot h_2, \quad \Delta Z = K h_2, \quad U_1 = \frac{1}{\beta'} U_2, \quad U_{1a} = \frac{1}{\beta} U_2, \quad (1.3.12)$$

となる。

(1.2.2) 式および (1.2.4) 式により

$$h_e = \left\{ \frac{2}{F_2^2} (\beta - \beta') + \alpha \left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta'^2} \right) \right\} \frac{U_2^2}{2g}, \quad (1.2.13)$$

となる。したがって損失係数を用いて

$$h_e = \int \frac{U_2^2}{2g}, \quad (1.2.14)$$

または

$$h_e = \int_0^1 \frac{(U_{1a} - U_2)^2}{2g}, \quad (1.2.15)$$

または

$$h_e = \int_0^1 \frac{U_{1a}^2}{2g}, \quad (1.2.16)$$

の形で損失水頭を表わせば

$$\dot{S} = \int_0^1 \frac{1}{\beta^2} = \int_0^1 \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^2 = \frac{2}{F_2^2} (\beta - \beta') + \alpha \left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta'^2} \right). \quad (1.2.17)$$

となる。

次に β , β' を求めよう。(1.2.2) 式に (1.2.11) 式および (1.2.12) 式を代入して整理すれば

$$\beta'^3 - \left\{ 1 + \frac{\alpha_2 F_2^2}{2} - K + \frac{h_f + (Z_2 - Z_1)}{h_2} \right\} \beta'^2 + \frac{\alpha_1 F_2^2}{2} = 0. \quad (1.2.18)$$

ここで

$$a = - \left\{ 1 + \frac{\alpha_2 F_2^2}{2} - K + \frac{h_f + (Z_2 - Z_1)}{h_2} \right\}, \quad (1.2.19)$$

とおけば (1.2.18) 式は

$$\left(\beta' + \frac{a}{3} \right)^3 - \frac{a^2}{3} \left(\beta' + \frac{a}{3} \right) + \frac{2}{27} a^3 + \frac{\alpha_1 F_2^2}{2} = 0, \quad (1.2.20)$$

と変形される。したがって

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{a^2}{3} \\ \pm g &= \frac{2a^3}{27} + \frac{\alpha_1 F_2^2}{2} \\ \cos \varphi &= \left| \frac{\frac{1}{2} g}{\frac{1}{3} P \sqrt{\frac{1}{3} P}} \right| \end{aligned} \right\} \quad (1.2.21)$$

とおけば $\left(\frac{1}{3} P \right)^3 \geq \left(\frac{1}{2} g \right)^2$ に対して (1.2.20) 式の解は

$$\left. \begin{aligned} \beta_1' &= -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}p} \cdot \cos \frac{\varphi}{3} \\ \beta_2' &= -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}p} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ \right) \\ \beta_3' &= -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}p} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 240^\circ \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.2.22)$$

となる。

次に β を求めるために (1.2.9) 式と (1.2.10) 式の差を取り、これに (1.2.11) 式および (1.2.12) 式を代入して整理すれば、次に示すとおり β に関する3次式となる。

$$\beta^3 + \left(2K + \frac{Z_1 - Z_2}{h_2} \right) \beta^2 - \left\{ -K^2 + \frac{2\eta_1 F_2^2}{\beta'} + \beta'^2 + (1-K) \frac{Z_1 - Z_2}{h_2} + (1+\beta')K \right\} \beta + 2\eta_1 F_2^2 = 0 \quad (1.2.23)$$

いま、

$$\left. \begin{aligned} 2K + \frac{Z_1 - Z_2}{h_2} &= a' \\ - \left\{ -K^2 + \frac{2\eta_1 F_2^2}{\beta'} + \beta'^2 + (1-K) \frac{Z_1 - Z_2}{h_2} + (1+\beta')K \right\} &= b' \\ 2\eta_1 F_2^2 &= c' \end{aligned} \right\} \quad (1.2.24)$$

とおけば、(1.2.23) 式は

$$\left(\beta + \frac{a'}{3} \right)^3 + \left(b' - \frac{a'^2}{3} \right) \left(\beta + \frac{a'}{3} \right) + \frac{2a'^3}{27} - \frac{a' \cdot b'}{3} + c' = 0, \quad (1.2.25)$$

となる。したがって、

$$\left. \begin{aligned} -b' + \frac{a'^2}{3} &= p' \\ \frac{2a'^3}{27} - \frac{a'b'}{3} + c' &= \pm \frac{1}{2} q' \\ \cos \frac{\varphi}{3} &= \left| \frac{\frac{1}{2} q'}{\frac{1}{3} p' \sqrt{\frac{1}{3} p'}} \right| \end{aligned} \right\} \quad (1.2.26)$$

とおけば

$\left(\frac{1}{3} p' \right)^3 \geq \left(\frac{1}{2} q' \right)^2$ に対して (1.2.25) 式の解は

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}p'} \cdot \cos \frac{\varphi}{3} \\ \beta_2 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}p'} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.2.27)$$

$$\beta_3 = -\frac{\alpha'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P'} \cos\left(\frac{\varphi}{3} + 240^\circ\right), \quad (1.2.27)$$

となる。

境界の形および下流断面の水理量が与えられると、(1.2.22)式により β' が求められ、さらに(1.2.27)式により β を求めることができる。これらの値を(1.2.13)式に代入すれば形状損失が求められることになる。

上の β, β' の三根の中1箇は常流に対する値、他の1箇は射流に対する値で、残りの1箇は負数となり物理的に無意味な値であることは次に示すとおりである。すなわち(1.2.22)および(1.2.27)式の右辺ヤス項はそれぞれ(1.2.21)および(1.2.26)式の g, g' の符号の正負に従って、負、正の符号を取る。いま、 $(\frac{1}{3}P)^3 > (\frac{1}{2}g^2)$ の場合には一根は必ず負の値であり、他の二根は正根となる。また $(\frac{1}{3}P)^3 = (\frac{1}{2}g^2)$ の場合にはこれらの二根は一致するが、この場合には $F_1 = 1$ を導くことができ断面1に限界水深が生じていることがわかる。また二つの正根の中大きい方は限界水深よりも大きく常流に対するもので、小さい方は限界水深よりも小さく射流に対するものであることがわかる。 $(\frac{1}{3}P)^3 < (\frac{1}{2}g^2)$ の場合には正根はないが、この場合には *Jaeger*⁽⁶⁾と同じ手法を用い、計算すれば断面1から2の方にエネルギーが増加することがわかり、このことは物理的に不可能であるので、このような条件は水理的に存在し得ない。

上の取り扱いにおいて $\frac{Z_2 - Z_1}{h_2}$ の項が省略できる場合には簡単となる。一般に断面2~2'の距離はせいぜい30ΔZ程度である。すなわち

$$Z_2 - Z_1 = -30 \Delta Z I \quad (I: \text{河床こう配}),$$

である。Iが $\frac{1}{1,000}$ 程度の大きさであれば $\frac{Z_2 - Z_1}{h_2} = -0.03 K$ 程度の大きさとなる。さらに h_f の項と相殺し $\frac{h_f + (Z_2 - Z_1)}{h_2}$ は0.03 Kよりもさらに小さくなり他の項に比して省略し得る。このように h_f および $(Z_2 - Z_1)$ の項を省略し得る場合が非常に多い。この場合には

$$\alpha = -\left(1 + \frac{\alpha_2 \cdot F_2^2}{2} - K\right), \quad (1.2.19)$$

$$P = \frac{\alpha^2}{3} \quad \left. \vphantom{P = \frac{\alpha^2}{3}} \right\} \quad (1.2.21)'$$

$$\pm g = \frac{2a^2}{27} + \frac{\alpha_1 F_2^2}{2}, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$$

$$\beta'_1 = -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P} \cdot \cos \frac{\varphi}{3},$$

$$\beta'_2 = -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ \right),$$

$$\beta'_3 = -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 240^\circ \right), \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \quad (1.2.22)'$$

となる。また β は

$$2K = a'$$

$$- \left\{ -K^2 + \beta'^2 + \frac{2\eta_1 F_2^2}{\beta'} + (1 + \beta')K \right\} = b', \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \quad (1.2.24)'$$

$$2\eta_1 F_2^2 = c', \quad (1.2.24)'$$

$$-b' + \frac{a'^2}{3} = p', \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \quad (1.2.26)'$$

$$\frac{2a'^2}{27} - \frac{a'b'}{3} + c' = \pm g',$$

$$\beta_1 = -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P'} \cdot \cos \frac{\varphi}{3},$$

$$\beta_2 = -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P'} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ \right),$$

$$\beta_3 = -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}P'} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 240^\circ \right), \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \quad (1.2.27)'$$

となる。

上式により、 $\frac{h_e}{h_2}$ は Froude 数および K の関数であることが明らかとなった。

α および η を 1.0 として $\frac{h_e}{h_2}$ の計算図表を作ると図-1.2.12 のとおりである。

$\frac{h_e}{h_2}$ は $F_2 = 0.26$ 付近において最大となる。(1.2.17)式の \dot{S} , \dot{S}' , \dot{S}_0 も K および F_2 の関数となり、同式により容易に計算することができる。

表-1.2.1の資料について実測値と計算値と比較すると図-1.2.13となりこれより次のことが知られる。

(A) 計算値と実測値はほぼ一致し、上の取り扱いはおおむね妥当である。

(B) h_e が実測値で負の値を示す場合が二、三あらわれた。これは急拡流と漸拡流との摩擦を等しいと考えることができないことを示している。

このように、摩擦損失と形状損失とを分離する方法は、おおむね妥当であるが、なお十分でない点があるので、次に両者を分離しない方法について述べよう。

(2) 形状損失と摩擦損失とを分離しない方法。急流に対して断面1～2間のエネルギー式および境界に沿うせん断力を無視した運動量方程式から全損失水頭を求める方法である。

断面1～2間のエネルギー方程式は

$$Z_1 + \Delta Z + h_1 + \alpha_1 \frac{U_1^2}{2g} = Z_2 + h_2 + \alpha_2 \frac{U_2^2}{2g} + h_{2L}, \quad (1.2.28)$$

運動量方程式は

$$\frac{1}{2} \omega (h_1 + \Delta Z)^2 \cdot b + \rho \cdot \eta_1 \cdot U_1^2 \cdot h_1 \cdot b = \frac{\omega}{2} h_2^2 \cdot b + \rho \cdot \eta_2 \cdot U_2^2 \cdot h_2 \cdot b - \frac{h_1 + \Delta Z + h_2}{2} \cdot \omega \cdot (Z_1 - Z_2) \cdot b, \quad (1.2.29)$$

であらわされる。

$$\frac{h_1}{h_2} = \beta, \quad \frac{\Delta Z}{h_2} = K, \quad (1.2.30)$$

とおけば

$$h_1 = \beta \cdot h_2, \quad U_1 = \frac{1}{\beta} U_2, \quad \Delta Z = K \cdot h_2,$$

となり、これを(1.2.29)式に代入して整理すれば、 $F_2 = U_2 / \sqrt{g h_2}$ 、とおき

$$\beta^3 + (2K + \frac{Z_1 - Z_2}{h_2}) \beta^2 - \left\{ 1 - K^2 + 2\eta_2 \cdot F_2^2 - (1+K) \frac{Z_1 - Z_2}{h_2} \right\} \beta + 2\eta_1 \cdot F_2^2 = 0, \quad (1.2.31)$$

という β に関する3次式がえられる。

ここで

$$\left. \begin{aligned} 2K + \frac{Z_1 - Z_2}{h_2} &= a', \\ - \left\{ 1 - K^2 + 2\eta_2 \cdot F_2^2 - (1+K) \cdot \frac{Z_1 - Z_2}{h_2} \right\} &= b', \\ 2\eta_1 \cdot F_2^2 &= c', \\ -b' + \frac{a'^2}{3} &= p', \\ \frac{2a'^3}{27} - \frac{a' \cdot b'}{3} + c' &= \pm q', \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} & \\ & \\ & \\ & \\ & (1.2.32) \end{aligned}$$

とおけば

$$\left(\frac{1}{3}p'\right)^3 \geq \left(\frac{1}{2}g'\right)^2 \quad \text{に対して}$$

(1.2.31)式の解は

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}p'} \cdot \cos \frac{\varphi}{3}, \\ \beta_2 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}p'} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ\right), \\ \beta_3 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3}p'} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 240^\circ\right), \end{aligned} \right\} \quad (1.2.33)$$

ただし

$$\cos \varphi = \left| \frac{\frac{1}{2}g'}{\frac{1}{3}p'\sqrt{\frac{1}{3}p'}} \right|$$

(1.2.28)式より

$$\frac{h_{1,2}}{h_2} = \left(K + \frac{Z_1 - Z_2}{h_2}\right) + \beta - 1 + \frac{\alpha F_2^2}{2} \left(\frac{1}{\beta^2} - 1\right) \quad (1.2.34)$$

(1.2.33)式の正根の中大きい方が常流に対する解であるから、これを(1.2.34)式に代入して損失水頭を求めることができる。

特に

$$\frac{Z_1 - Z_2}{h_2} \ll K \quad \text{の場合には}$$

$$\left. \begin{aligned} a' &= 2K, \\ b' &= K^2 - 1 - 2\gamma_2 F_2^2, \\ c' &= 2\gamma_1 F_2^2, \\ p' &= \frac{1}{3}K^2 + 1 + 2\gamma_2 F_2^2, \\ \pm g' &= -\frac{2}{27}K^3 + \frac{2}{3}K(1 + 2\gamma_2 F_2^2) \pm 2\gamma_1 F_2^2, \end{aligned} \right\} \quad (1.2.32')$$

と置いて

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= -\frac{2}{3}K - 2\sqrt{\frac{1}{3}(1 + 2\gamma_2 F_2^2 + \frac{1}{3}K^2)} \cdot \cos \frac{\varphi}{3}, \\ \beta_2 &= -\frac{2}{3}K - 2\sqrt{\frac{1}{3}(1 + 2\gamma_2 F_2^2 + \frac{1}{3}K^2)} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ\right), \\ \beta_3 &= -\frac{2}{3}K - 2\sqrt{\frac{1}{3}(1 + 2\gamma_2 F_2^2 + \frac{1}{3}K^2)} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 240^\circ\right), \end{aligned} \right\} \quad (1.2.33')$$

ここには

$$\cos \varphi = \frac{\frac{1}{2}\{2\gamma_1 F_2^2 + \frac{2}{3}K(1 + 2\gamma_2 F_2^2) - \frac{2}{27}K^3\}}{\left\{\frac{1}{3}(1 + 2\gamma_2 F_2^2 + \frac{1}{3}K^2)\right\}^{\frac{3}{2}}}$$

また (1.2.34) 式は

$$\frac{h_{t.2}}{h_2} = K + \beta - 1 + \frac{\alpha \cdot F_2^2}{2} \left(\frac{1}{\beta^2} - 1 \right), \quad (1.2.34')$$

となる。

$\alpha = \beta = 1.0$ として (1.2.34') を計算した結果を図-1.2.14 に示す。同図より K および F_2 を知って全損失水頭を求めることができる。表-1.2.1 に示した資料について実測値と計算値とは図-1.2.15 に示すようによく一致し、この方法が妥当なことがわかる。

1.2.4 支配断面の生じる限界条件

断面拡大部においては下流断面の F_2 の値がある程度以上になると、急拡点に支配断面が生じ、波状跳水があらわれる。さらに F_2 の値が大きくなると射流部分が生じ、跳水現象を生じる。したがって支配断面の生じる限界条件を求めることは重要な問題であるが、これには次のような問題点がある。

(A) 支配断面の生じる限界付近においては水面は曲った流れとなり、圧力分布は静圧分布には従わなくなる。このために圧力が静圧分布であるとして求めたものは近似的な限界を与えるに過ぎない。しかし実測の結果このような取り扱いで十分なことがわかった。

(B) 損失水頭の少ない漸拡流に対して支配断面があらわれ、波状跳水を生じ、同じ状態にして急拡流にすると急拡による損失水頭のため、常流となり、波があらわれず漸拡の場合よりは水理的に好ましい場合がある。したがって支配断面の生じる限界条件に対する損失水頭の影響を調べなければならない。したがって損失水頭を無視した場合と考慮した場合とのそれぞれについて検討しよう。

限界の推定に対しては損失水頭を無視したものは安全側であるが、損失水頭の少ない漸拡流に対しては、これによって推定することが望ましい。

(1) 損失水頭を無視する場合。断面 1 に限界水深が生じる条件は (1.2.21) 式の

$$\cos \varphi = 1, \quad (1.2.35)$$

である。これと (1.2.21) 式により

$$K = 1 + \frac{F_2^2}{2} - \frac{3}{2} F_2^{\frac{3}{2}}, \quad (1.2.36)$$

をうる。(1.2.36)式は断面1に限界水深が生じる場合のKと F_2 との関係であり、限界条件式である。

与えられたKに対して(1.2.36)式で求められる F_2 より小さいFroude数をもつ流れは常流であり、また逆に大きい場合には射流である。

(1.2.36)式を計算したものが図-1.2.16の(a)曲線である。

(2) 損失水頭を考慮する場合。断面1に限界水深が生じる条件を

$$F_1 = \frac{u_1}{\sqrt{g h_1}} = 1.0, \quad (1.2.37)$$

とすると、

$$\beta = F_2^{\frac{2}{3}}, \quad (1.2.38)$$

となる。これを(1.2.33)式の二番目の式に代入して、

$$F_2^{\frac{2}{3}} = -\frac{2}{3}K - 2\sqrt{\frac{1}{3}(1+2\beta_2 F_2^2 + \frac{1}{3}K^2)} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{3} + 120^\circ\right), \quad (1.2.39)$$

がえられる。これが(1.2.39)式は限界水深が生じる場合のKと F_2 との関係であり、この関係を計算すれば図-1.2.16の(b)曲線として示すとおりとなる。図1.2.16の(a)曲線と(b)曲線とを比較すれば明らかなように損失水頭を考慮した場合には考慮しない場合よりも、同一の F_2 に対して限界水深が生じるKの値が大きい。このことにより一定の F_2 に対して急変流に対しては常流であるが、損失水頭の少ない漸変流に対しては射流となる場合があることがわかる。なお大坪博士⁽⁴⁾の実験結果を図-1.2.16に示しているが、上述の計算結果とかなりよく一致していることがみられる。

1.2.5. 段落ち部における水理計算法

以上に考察を加えた段落ち部における水理現象の解析法を応用すれば、段落ち水路の水理学的設計法を明らかにすることができる。すなわち、図-1.2.17を参照して段落ち部の水理計算法を説明しよう。

与えられる条件

$$\frac{\Delta Z}{h_2} = K, \quad \frac{u_2}{\sqrt{g h_2}} = F_2,$$

$$\frac{Z_1 - Z_2}{h_2} = \Delta K, \quad h_2,$$

計算法

(A) 断面 1 の位置。まず流れが一様となり、急流の影響がなくなる断面——断面 2——の位置を求めることが必要である。このためには図-1.2.7 の関係より、死水域の長さを求めなければならない。しかしながら、この図を用いるに際して、 $\frac{h_2 - (h_1 + \Delta Z)}{\frac{1}{2}(h_2 + h_1 + \Delta Z)}$ の値は未知である。ところがこの値は

$$\frac{h_2 - (h_1 + \Delta Z)}{\frac{1}{2}(h_2 + h_1 + \Delta Z)} = \frac{1 - (\beta + K)}{\frac{1}{2}(1 + \beta + K)} \quad (1.2.40)$$

と変形されるから $\Delta K = 0$ の場合には上式に (1.2.33) 式を代入して、 K および F_2 のみの関数としてあらわされる。(図-1.2.18)

したがって近似的に $\Delta K = 0$ として、図-1.2.18 および図-1.2.7 により死水域の長さ l_0 を求めることができる。またさらに (1.2.1) 式により l_α を求め得る。断面 1 から l_α の距離の所が断面 2 である。

(B) 常流か射流かの判定。 K , F_2 がある値より大きくなると断面 1 が支配断面となり断面 2 の水理量に無関係に断面 1 の水理量が定まる。支配断面が生じる場合には水面形の追跡は断面 1 に限界水深を与えて上流に計算を行なうことができ、支配断面が生じない場合には本論に述べる方法を適用して計算をすすめればよい。

支配断面が生じる限界条件は、漸流流に対しては図-1.2.16 の (a) 曲線急流流に対しては図-1.2.16 の (b) 曲線を用いて求めることができる。 $\Delta K \neq 0$ の場合にも、図-1.2.19 の関係より限界条件を求めることができる。

(C) 急流による損失水頭。断面 1 ~ 2 間の全損失水頭は (1.2.33), (1.2.34) 式により求めることができる。またこれを図-1.2.15 より求めてもよい。また任意の底がり角の場合には、図-1.2.11 の関係により、形状損失水頭を求め、これに一様区間の摩擦損失水頭を加えればよい。なお図-1.2.11 に示した急流の形状損失水頭は図-1.2.12 により求めることができる。

(D) 断面 1 の水深。断面 1 ~ 2 間の全損失水頭が求まれば、(1.2.28) 式により断面

1 の水理量を求めることができる。これは試算的に求めてもよいが、 $\Delta K = 0$ の場合には (図-1.2.20) に示した計算図表を用いることが便利である。 $\Delta K \neq 0$ の場合には (1.2.28) 式を変形し

$$\beta + \frac{\alpha_1 F_2^2}{2\beta^2} + (K + \Delta K - \frac{h_{te}}{h_2}) - (1 + \frac{\alpha_2 F_2^2}{2}) = 0 \quad (1.2.41)$$

となる。 $\Delta K \neq 0$ の場合でも h_{te} を求めるに際しては近似的に $\Delta K = 0$ としても誤差はかなり小さいが、 β を求めるに際しては上式でもわかるように誤差は大きい。この場合 β は (1.2.41) 式に示すように $\sqrt{\alpha}$ 、 F_2 および $(K + \Delta K - \frac{h_{te}}{h_2})$ の関数として表わされる。これを図-1.2.19 に示す。図-1.2.19 の $\frac{h_{te}}{h_2}$ は図-1.2.14 により求めることができる。限界状態では一定の F_2 に対して $(K + \Delta K - \frac{h_{te}}{h_2})$ が最大となる。限界状態の近傍では $(K + \Delta K - \frac{h_{te}}{h_2})$ の多少の変化に対して β は大きく変化する。すなわち水深を比較的精度よく求めるためには多少の ΔK でも無視することができない。以上の方法で β が求まると

$$h_1 = \beta \cdot h_2 \quad ,$$

により、断面 1 の水深を求めることができる。

(E) 断面 1 より上流の水面形。断面 1 より上流は低下背水の水面形となるが、断面 1 の水理量を用いて不等流計算により求めることができる。

(F) 断面 1 ~ 2 間の水面形。断面 1 ~ 2 間には死水域があり、流速分布も複雑な変化をするので、死水域の形状、流速分布の変化の模様を完全に知らなければ正確な水面形を求めることができない。しかし実用上からは次のようにして水面形を求める方法で十分である。

(a) 断面 1 ~ 2 間のエネルギー損失を直線的とする。

(b) 死水域の形状を直線的であるとし、これを無効断面として除きする。

(c) 流水部分についての α の分布を図-1.2.9 のとおりとする。

1.2.6. 計算値と実測値との比較

上記の水理計算法を表-1.2.1 の資料に適用して計算した結果を実測値と比較すると、図-1.2.20 のとおり、両者はかなりよく一致する。

1.2.7 結 語

本章において明らかにされたことを列挙すれば次のとおりである。

- (1) 段落ち部の常流流れにおいては、流れ方向に圧力（水位）が上昇し、流れの広がり方は、圧力上昇のない噴流の場合より、ゆるやかになる。圧力上昇の割合と死水域の長さとの関係は図-1.2.7 に示すとおり、水路幅急広の場合と同様な曲線により表わされる。
- (2) 上の関係により、死水域の長さは、圧力上昇の割合が大きいほど長くなる。一方圧力上昇の割合は一定の K に対しては Froude 数が大きくなるにつれて大となり、また一定の Froude 数に対しては K が大きくなるにつれて大となる。したがって K 、および Fr_2 が大きくなるにつれて流れの広がり方はゆるやかになる。
- (3) 広がり流れの流速分布は底面付近がやせているが、 $\theta = 10^\circ$ 付近までは逆流が生じない。流速分布の変曲点は上流部の河床の延長上付近に現われるが、これはこの付近で乱れが最大なることによる。これは水路幅急広の場合とまったく同様である。
- (4) θ が大きくなると死水域が生じる。死水域の末端においてはなお底面付近がやせた流速分布を示し、その下流、流速分布が一様になるまでの区間はなお水位が上昇する。

この区間は壁面の存在のために、はく離流れよりも乱れの程度が減少するため、死水域の末端から水位が回復するまでの距離は死水域の長さよりは長く、実測の結果

$$l_x - l_D = 2.6 l_D$$

である。これは水路幅急広の場合とほぼ同様であるが、 $\frac{l_x - l_D}{l_D}$ の値は多少大きい。

- (5) $\theta = 90^\circ$ の場合について、死水域を除去した断面についての流速分布の補正係数は図-1.2.9 に示すとおりである。同図により α の変化の模様、および大きさの程度を知ることができる。

- (6) 急広による損失水頭は連続式、エネルギー式、および運動量方程式から導くことができる。この方法として、形状損失水頭と摩擦損失水頭を分離する方法、分離しない方法が考えられ、それぞれに対して(1.2.13)式、(1.2.22)式、(1.2.27)式、および(1.2.33)式、(1.2.34)式のように表わされる。

(7) $\Delta K = 0$ とみなし得る場合には(一般にこのようにみなし得る), 上の諸式は(1.2.22), (1.2.27), (1.2.33), (1.2.34) のように簡単になる。これは K および F_2 のみの関数であるから, この2要素を変数として, 図-1.2.12 および図-1.2.14に示すような損失水頭の計算図表を作ることができる。

(8) 上の諸式を検討した結果, 損失係数に支配的な影響を与えるものは K であり, さらに F_2 により多少影響されることがわかった。

(9) 水路幅急狭の場合には形状損失と摩擦損失とを分離する方法で損失水頭を精度よく求めることができるが, 段落ちの場合には両者を分離しない方法の方がむしろ簡単であり, 精度もよい。これは水路幅急狭の場合には摩擦損失の主要因が河床面にせん断力によるものであって, 両者を分離し得るに反し, 段落ちの場合には鉛直方向の流速分布が, 一樣水路の場合と異なり, 摩擦の主要因である河床面摩擦が一樣水路の場合と異なり, 両者を分離しにくいことによる。

(10) 拡がり角度と形状損失水頭との関係は図-1.2.11⁽⁵⁾に示すとおりである。 $\theta = 10^\circ$ 付近まではほとんど形状損失水頭がない。また $\theta = 30^\circ$ 付近より大きい拡がり角度の場合は急狭の場合とほとんど同じである。 $\theta = 10^\circ$ から $\theta = 30^\circ$ 付近までに損失水頭は急激に増加する。

(11) K , F_2 がある値より大きくなると断面1が支配断面となる。この限界条件は $\Delta K = 0$ の場合には漸拡流に対しては図-1.2.16の(a)曲線, 急拡流に対しては図-1.2.16の(b)曲線によって求めることができる。 $\Delta K \neq 0$ の場合には図-1.2.19の関係により求めることができる。

(12) 漸拡の場合には急拡に比して支配断面が生じやすい。したがって同じ拡がり度と Froude 数に対して急拡流は常流であり水面がおだやかであるが, 漸拡にすると, 断面1が支配断面となり波状跳水を生じ, 水理的にはかえって不利となる場合がある。

(13) 損失水頭を求めるに際しては $\Delta K = 0$ としても誤差が小さいに反し, 断面1の水深を求めるに際しては誤差が大きい。したがって, この場合には図-1.2.19の関係を使いなければならない。

(14) 以上により段落ち部常流流れの水理計算法を明らかにし, これを1.2.5において

述べた。

参考文献

- (1) M.R. Carstens , and R. W. Carter : Discussion of "Hydraulics of the free overfall" by A. Fathy and M. S. Amin , Proc. A.S.C.E. No.719, 1955
- (2) 岩崎敏夫 ; 段落水流の水理現象に関する実験的考察, 土木学会誌, ㊦38巻
㊦6号, 1953
- (3) A.T. Ippen : Channel transtion and controls , P.553 ; Engineering Hydraulics edited by H. Rouse, John Wiley & Sons. Inc., New York, 1950
- (4) 大坪喜久太郎 ; 底面激変個所における流体運動, 土木学会誌㊦25巻, 1939
- (5) 芦田和男 ; 開水路断面急狭部の水理に関する研究(2) 土木研究所報告105号,
昭和36年3月
- (6) Charles Jaeger : Technische Hydraulik, Verlag Birkhäuser Basel, 1949

1.3 断面拡大部の水理の適用に関する研究

1.3.1 緒言

前章までの研究成果を適用することにより、断面拡大部の水理設計や水理計算を適切にし、合理的なものとするができる。

本章では、こう水流排除のための水路に伴う断面拡大部の設計の実例により、実際問題への適用法について詳細に述べるが、さらに他の適用例として、もぐりぜきの水理計算法についても説明する。

一般に、こう水流排除のための放水路は、地形上や経済上などの関係から、大きな断面変化部を余儀なくされる場合が多い。特にトンネル部と開水路部とを持つような水路では、掘さく量をなるべく少なくする意味で、トンネル部を開水路に比して急こう配にし、その断面が小さくなるように設計される場合が多いから、トンネル部と開水路部との間には大きな断面変化を伴う。

このような断面変化部を急激に取りつければ、次のような好ましくない現象が生じる。

(a) 非対称な流れ、蛇行流

(b) 振動現象

(c) 二次流

(d) 射流の発生、水面の波動現象（掘がり度、*Froude* 数のある範囲に対して）

(e) 渦による損失水頭

(a)~(d)が発生すると、河道の一部に局所的洗掘を生じる恐れがあるので、これらは一般にさけるべきである。

一方、これらの水路を設計する場合には安全に設計流量を流すようにしなければならないことは当然であるが、またできるだけ経済的でなければならない。したがって地形や地質その他現地の条件を考慮して、2, 3 の水路の路線について概略的な比較検討を行ない原案を定めなければならない。さらにこの原案に対して細部設計に入るが、この際断面変化部の設計をいかにするかが非常に大切である。

一般に常流水路においては損失水頭をできるだけ少なくすることが有利な場合が多

いが、このためにもまたさきに述べた急激な断面変化部に現われる好ましくない水理現象が現われないようにするためにも、断面変化部に適切なせん移区間を設けることが必要となる。このようなせん移区間の設計法については、従来の研究を *Ippen*⁽¹⁾ がまとめているが、不十分な点が少なくない。彼は設計法を述べるに当って次のような条件をおいている。すなわち

(a) せん移区間の全長にわたってエネルギー水頭のこう配が一定である。あるいはエネルギー水頭の変化は、小部分に区切って *Manning* 式を適用することにより、十分な精度で計算することができる。

(b) 流速は距離のみの関数であり、補正係数 α , β は 1 と考え得るか、両端断面でわかっており、その中間では徐々に変化する。

(c) 流れの曲りの影響は無視することができ、圧力は静圧分布をし、はく離は生じない。

彼はこのような条件のもとに、水面および河床がなめらかな曲線になるように試算的に設計する方法を示しており、そのために各断面の比エネルギー曲線を用いる方法を提案している。しかし、実際には断面変化の割合によっては死水域ができる場合があり、このような場合には上に示した条件を満足しなくなる。したがって上の条件を満足するせん移区間長や形状を示さなければ、適切な設計はできないことになり、上の説明では不十分であるといえる。これに関してはほとんど論じられていない。わずかに *Hinds*⁽²⁾ や *Scobey*⁽³⁾ ほかに、3 の研究があるに過ぎない。

Hinds や *Scobey* はせん移部の形状を

(a) $\frac{1}{4}$ 円柱型, (b) くさび型, (c) ねじり型, (図-13.1) の三つに分類し、断面広大部のせん移に対しては、

(a) 水路軸に対して約 30° の角をなす円柱型せん移は速度水頭の差の $\frac{2}{3}$ を回復する。

(b) くさび型とねじり型のせん移は、水路軸とのなす角度が 12.5° より大きくなければ、速度水頭の差の $80 \sim 90\%$ を回復する。

(c) 限界水深の近くの流れに対しては、特に考慮しておかなければならない。

と述べている。この場合、損失水頭は摩擦損失を分離していないから、概略の値を与えるに過ぎない。また適切なせん移区間の長さについても明確にしていけない。

さらにせん移部の設計を行なうためにはその部分の水理計算が必要である。これには、損失水頭が最小になるような適切なせん移区間を設けた場合の計算法がまず必要であるが、場合によってはせん移区間を設けない場合もあるから、これに対しても適切な計算法を確立しておかなければならない。これらに対する計算法は前章までに述べたように従来の方法では不十分である。

以上に断面変化を伴う水路の設計法における問題点を示したが、これをまとめると、

(a) 損失水頭が最小になり、また好ましくない水理現象が生じないような適切なせん移区間の決め方。

(b) 上記のせん移部分および断面急変部の水理計算法

を明らかにすることが必要があると考えられる。これらの諸氏は1.および2.において述べた断面変化部の水理を適用することにより求めることができる。本論においては、これらの諸氏は著者がかつて設計し、模型実験により確かめた狩野川放水路の例によって述べる。

狩野川放水路には、断面拡大部と縮小部が含まれ、それぞれについて設計を行なったが、⁽⁴⁾⁽⁵⁾本章においては前者について述べ、後者については、第2編の「断面縮小部の水理の適用」の章で述べることにする。

断面拡大部の水理計算法を適用した他の例として、著者はもぐりせきの厳密な流量公式を導き、これと従来の方法との差違を明らかにした。またもぐりせきの計算において、もぐりの限界が問題になるが、著者はその簡単な計算法を示した。

1.3.2 断面拡大部を伴う水路の設計法

(1) せん移区間の設計法

(i) 設計法。上述の理由で断面拡大部にはせん移区間を設けるが、以下に、設計する場合の諸元の定め方について述べる。

(A) 長さ；せん移部の長さは境界の上流端と下流端を結ぶ直線と水路軸とのなす角度によって示すことができる。

1, 2. において述べたように、はく離が生ぜず、また損失水頭が最小になる角度は $\theta = 8^\circ \sim 10^\circ$ である。 θ がそれよりも小さくなると、壁面のせん断力および平均流速が増加するため、損失水頭が多少増加する。一方、 θ が増加すると損失水頭は θ とともに急激に増加し、 $\theta = 30^\circ$ 付近において、せん移区間を設けない場合とほとんど変わらない。

したがって、せん移区間の長さは $\theta = 8^\circ \sim 10^\circ$ 程度が最も適当であり、 θ がこれより多少小さくなることは水理的に差しつかえないが、 θ がこれよりも大きくなることはさけるべきである。特に $\theta = 30^\circ$ 以上の短いせん移区間を設けることは水理的に全く意味がないといえよう。

(B) 平面形状 ; せん移部に対して最も大切なものはその長さであり、平面形状の影響は比較的小さいことが実験的に知られた。また藤本博士⁽⁶⁾の二次元風洞水路の拡がり流れの実験結果によれば、むしろ直線形またはそれに近い形が圧力回復率の点から最も好ましいという結果が得られている。用水路については十分な検討を行っていないが、オノ章において説明したように開水路と管水路の急拡部水理に対する実験結果の類似性から考えて、同様な傾向があることも予想される。

これらの結果から、実際の設計においては施工上比較的簡単な直線形を用いて実用上さしつかえないと思われる。

(C) 断面形の変化の型 ; せん移区間内において断面形を変化させるが、円柱型は適当ではなく、くさび型かねじり型かを用いるべきである。この中ねじり型の方が水理的に好ましいので、これを用いる方が望ましい。

(D) 河床高 ; 断面拡大部においては、下流の Froude 数および断面の拡大的割合によっては射流となるので、これについて十分検討を加え、射流が生じないように上流断面の河床高を下げておかなければならない。河床高の下げる量と下流水深の比は γ および F_2 の関数であるが、これは図-1.1.34 により求めることができる。適切なせん移区間に対しては損失水頭は比較的小さいこと、限界水深付近においては水面の曲りのために正確な限界状態を決定しがたいことなどにより、実際の設計においては安全側を与える損失水頭を無視した曲線を用いるのが適当であると考えられる。

円形、半円形などの断面形に対して、同図を適用する場合には、断面積および水深の等しい長方形水路になおした等価幅を用いればよからう。これについては設計例のところでふれることにする。またせん移区間の河床高は、(A)~(C)によって求めた断面形状に対する水面形が滑らかな曲線になるようにして定める。このようにして求めた河床高が滑らかな曲線でない場合には、断面形の方を多少修正する必要がある。実際には、せん移区間において河床こう配を直線的に変化させることにより、目的を果し得る。

(ii) 設計例。狩野川放水路の断面拡大部の水理設計について説明しよう。前にも述べたように断面変化部の設計を行なうに先だって、地形、地質や設計流量、放水路全体の落差など現地の種々の要素を考慮しいろいろの案について比較検討の結果図-1.3.2に示すように狩野川放水路の縦横断形の原案が作られた。ここに示す設計例はこの原案にもとずき、建設省中部地建から断面変化部の設計を依頼されて着者が行なったもので、上記の設計法を適用して求めたものである。

(A) 設計を行なった放水路（狩野川放水路）の概況^{*}； 狩野川放水路は本川距離環18kmにあたる古奈地より江之浦に抜ける延長2.8kmの水路であり、途中トンネル2箇所を含む。すなわち、分派点より600m、こう配 $\frac{1}{2000}$ の開水路部を経てオ1トンネルに入る。オ1トンネルは延長900m、河床こう配 $\frac{1}{500}$ の水路で計画流量 $1,000 \text{ m}^3/\text{sec}$ を流すため、トンネルは2本平行に掘られ、それぞれ $500 \text{ m}^3/\text{sec}$ ずつ放水される計画である。オ1トンネルからオ2開水路（延長1,017m、河床こう配 $\frac{1}{1,000}$ ）を経てオ2トンネルに至る。オ2トンネルは延長183m、河床こう配 $\frac{1}{400}$ で、オ1トンネル同様2本平行に掘られる。トンネルの線形はオ1トンネルが直線、オ2トンネルが中心線の曲率半径320mの曲線形である。オ2トンネルを出てから、短距離の開水路部を経て海に至る。図-1.3.2に放水路の縦断形およびトンネル、開水路の断面

* 狩野川放水路建設の段階に至っていた昭和33年9月、未曾有のこう水があり、各所で破堤災害を受け、多くの死傷者を出した。このため改修計画の改訂について、現在建設省において検討中であり、ここに述べる計画の概況も大きく変わることが予想されるが、設計の1例を示す意味でそのまま述べる。

形を示す。なお本川計画流量 $1960 \frac{m^3}{sec}$ の中 $1000 \frac{m^3}{sec}$ をこの放水路に、残りの $960 \frac{m^3}{sec}$ を本川に流下させる。

(B) セン移区間長 ; 図-1.3.3 にオ1トンネル出口の平面形状を示す、 $\Delta b = 18$ m であるから、必要なセン移区間長は

$$l_1 = \frac{\Delta b}{\tan \theta} = \frac{18}{\tan 8^\circ} \doteq 125 \text{ m}$$

となる。また外側の境界に対しては $\Delta b_2 = 7 \text{ m}$ であるから、

$$l_2 = \frac{\Delta b_2}{\tan \theta} = \frac{7}{\tan 8^\circ} \doteq 50 \text{ m}$$

であるが、施工その他の点を考慮して 100 m とした。これは $\theta = 4^\circ$ に相当するが、前述のごとく θ が 8° より多少小さい方はさしつかえない。

(C) 平面形状 ; 外側の境界の形状は直線形とした。内側の境界も直線形で水理的にはさしつかえないが、先端があまり細くなるのは施工上好ましくないことと、2水路からの合流水を導流する意味で境界を水路軸の方向に向けるため、図-1.3.3(c)に示すように先端に多少の厚みを持たせた。

(D) 断面形状の変化 ; 断面形はトンネルの半円形断面から開水路の台形断面(法こう配 1:1.5)に変化する。この変化をセン移区間の中で与え、セン移の型としてねじり型を用いた。

(E) 河床高 ; $Q = 1000 \frac{m^3}{sec}$ に対し、下流断面では $h = 8 \text{ m}$ であるから、 $F = 0.226$ である。また下流断面の長方形等値幅の $\frac{1}{2}$ は 3 m であり、上流断面のトンネル1本の長方形等値幅は水深によつて変わるが、水面の予想される水深 7 m 程度のところでは 11 m である。なおトンネルは水深 3 m までは長方形であるから等値幅は一定で 12 m 、それより水深が増加するにつれて減少し、天端に達して等値幅は最小の値 10 m となる。このように等値幅は 12 m から徐々に減少し、天端付近ごく近くにおいて急激に減少して 10 m になるから、水深が 7 m と多少異なっても、等値幅を 11 m として計算し、多少の余裕を取れば十分であると考えられる。

$$F = 0.226 \quad , \quad \gamma = \frac{11}{31} = 0.355$$

であるから、河床を水平とすると図-1.1.34の関係により、上流断面が支配断面とな

り、射流が発生する。射流が発生させないためには、上流の河床を下げることとなるが、その量は同図の関係より、多少の余裕を見て

$$\frac{Z_1 - Z_2}{h_2} = -0.08 \quad \therefore Z_1 - Z_2 = -0.64$$

となる、したがって本設計においては 64 cm 上流の河床を水平よりも下げた。なお途中断面の河床は、上下流断面の河床を直線的に結んで求めた。

(iii) 模型実験による検証。

(A) 概説。縮尺 $\frac{1}{40}$ の模型により、設計案が水理的に非常に好ましいものであることを確かめることができたと同時に、せん移間長が不適当な場合の水理現象や水理現象とせん移区間長との関係をも明らかにすることができた。

実験を行なった形状は次のとおりである。

A：せん移区間長 50 m ($\theta \div 20^\circ$)、形状は入口部のせん移部と同じく 2 次曲線、

B：せん移部なし ($\theta = 90^\circ$)、

C：水路中心軸に直壁を設けたもの、

D：せん移部の平面形状が直線形、

D_a：せん移区間長が 60 m ($\theta \div 17^\circ$)

D_b：せん移区間長が 80 m ($\theta \div 12^\circ 30'$)

D_c：せん移区間長が 100 m ($\theta \div 10^\circ$)

E：上記の設計案；せん移区間長が 125 m ($\theta \div 8^\circ$)

水理実験により明らかにされた顕著な現象は、流れの不安定性（水面の振動、非対称な流れ、蛇行現象を含む）と形状による損失水頭である。

(B) 水面の振動 トンネルの出口で水面の振動が観察された。No.31 断面で 5 秒間隔で 5 分間測定した水面の振動の様子は図-1.3.4 に示すとおりである。図の記号はせん移部の形状を示す。）水面が振動する原因はせん移部先端に生じる Kármán の渦であるが、これを現象的に説明すると、次のとおりである。境界の転がり角度がある程度以上になると、流れははく離する。このはく離によって生じた渦は不安定であり、少しの外的要素によっても容易に一方の側に片寄る。すなわち、ある瞬間の流線

は図-1.3.5のとおりとなるが、圧迫された側ではトンネルから流下する量が No.33 付近を流れて下流へ流出する量よりも多いため水は貯留されて水位は上昇する。この水位上昇量がある程度以上大きくなると、これが外的要素として働き、流れは反対側に向う。このように規則的な外的要素が左右交互に働くため、規則的な横振動を生じ、したがってトンネル出口の水面が規則的に振動する。このように水面の振動は左右交互に現われるが、このことは図-1.3.4の観測結果からもよくわかる。

水面の振動の振幅は、 $\theta = 90^\circ$ において比較的小さく、 θ が小さくなるにつれて大きくなり、ある値で最大値になる。この実験の範囲では $\theta = 12^\circ 30'$ において最大であった。 θ がそれより小さくなると減少し、 $\theta = 10^\circ \sim 8^\circ$ においてはほとんどなくなる。以上のようにせん移区間長が不適当な場合には、せん移区間を設けない場合よりも、かえって水面の振動のために最高水位が上昇することがあるから、せん移区間の設計は特に慎重にしなければならない。また $\theta = 90^\circ$ の場合には水面の振動の振幅は小さいが、水位は $\theta = 8^\circ \sim 10^\circ$ に対するものよりもかなり高く、好ましくない。このような結果から設計案が水理的に好ましく、本論に述べた設計法が適切なことが実証された。

(c) 流れの非対称性 流れは非常に非対称であり、A案、B案におけるある瞬間の流線を例示すると図-1.3.5、図-1.3.6のとおりである。この非対称性のために前記の水面の振動があらわれるとともに、図-1.3.5の点線的位置に左右交互に底から盛り上げる水流（二次流）があらわれる。この二次流の位置は、水流の横方向の振動とともに左右交互に振動する。またせん移部分を過ぎた水流は交互に蛇行を続けて流下する。図-1.3.6に示した鉛直軸を持った渦は左右交互に発生する。

Da、Db案ともにA案に比べてほとんど変化なく、類似の現象を呈する。 $\theta = 10^\circ$ のDc案ではせん移区間先端にごく微小な渦を生じ、せん移部分を過ぎて後の蛇行流の傾向は依然として認められる。しかしこれらは微小なものであり、また発生する二次流の強度および回数は非常に減少し、水理的に好ましくない現象をおおよそ抑え得たものと考えられる。

$\theta = 8^\circ$ の設計案(Ea)では二次流は完全になくなり、蛇行流も開水路の中心部にごく

わずかに認められるだけである，（図-1.3.7）。施工の観点から，E案のように先端導流壁の厚さを厚くして，さらに実験を行なったが，結果は図-1.3.7とほぼ同様であった。

なお設計案に対して上，中，下層の流速分布を測定した結果は，図-1.3.8に示すとおり比較的対称であるが，せん移区間を過ぎてなお多少下流（この場合にはせん移区間長の $\frac{1}{2}$ 程度の距離）まで流心部が2箇所であり，一本の開水路としての流速を示さず，また相当に強い流勢にさらされるので，のり面および河床を適当に保護することが望ましい。

（D）損失水頭 下流の水位および流量を一定にして，せん移区間の長さのみを変えた場合のせん移区間上流の水位の1例は図-1.3.11に示したとおりである。 θ が 8° から大きくなるにつれて上流の水位は高くなり， $\theta = 90^\circ$ の場合は $\theta = 8^\circ$ に比べて1.3m程度も高い。これは1.1.1において述べた急拡による損失水頭が摩擦損失水頭に加わるためであるが，このように水位が高くなることは好ましくなく，設計案の効果を十分知り得るわけである。

設計案に対しては，せん移区間の下流断面から，一樣区間の粗度係数と同じ値を用い，全断面を有効断面として不等流計算をおこなうと，上流断面の水位と一致する。したがって摩擦損失水頭のみを考えればよいことになるが，これは1.1.1において述べたところと一致する。また θ が大きくなり形状損失水頭を生じる場合には，1.1.1において述べた方法によりその損失水頭を求めることができる。この場合，断面形が複雑であるので，1.1.1に述べた長方形水路幅急拡の場合と対比するためには，次のような若干の仮定をおかなければならない。

（a）断面が長方形でないので， A/b （ A ：断面積， b ：水深）をもって長方形等値幅とする。

（b）水路幅拡大度を長方形等値幅の拡大度とする。

（c）拡大角 θ を $\tan \theta = 2(b_2 - b_1)/(l_2 + l_1)$ で定義する，（図1.3.9）。

1.1に述べた方法で断面2の位置を求めると，断面1より300m程度下流となるが，原型の都合でトンネル出口（No.31）の断面1より下流200mのNo.55を断面2とし

た。

断面 / ~ 2 間の損失水頭を表 - 1.3. / に示す。表において、

表-1.3.1 拡大部の損失水頭
98.82 l/s (トンネル2本) $Z_1=2.5\text{cm}$ $Z_2=3.02\text{cm}$

流量
実験値

No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
	h_1	h_2	$v_1^2/2g$	$v_2^2/2g$	F_2	b_1	b_2	γ	f_{hd}	η_f	$\frac{h_{d2}/h_2 - h_{d1}/h_1}{h_f/h_1}$	$S = h_2/v_2^2 - h_1/v_1^2$	S'	S/S'	θ
1	12.94	14.70	8.40	1.07	0.385	29.65	73.47	0.404	5.05						
2	13.50	15.58	7.74	0.93	0.346	29.60	73.80	0.401	4.21						
3	14.19	16.66	7.06	0.81	0.310	29.47	75.00	0.393	3.26						
4	15.41	17.47	6.37	0.72	0.286	29.55	75.60	0.387	2.82						
5	16.04	17.98	5.71	0.68	0.273	29.10	76.00	0.383	2.56	0.792	0.098	2.59			
6	16.94	18.53	5.22	0.63	0.259	28.85	76.50	0.377	2.48	0.741	0.093	2.73			
7	17.38	19.14	5.01	0.58	0.245	28.65	76.90	0.373	2.15	0.689	0.076	2.50			
8	18.02	19.55	4.73	0.55	0.236	28.40	77.10	0.368	2.13	0.626	0.077	2.73			
9	18.68	20.02	4.33	0.52	0.227	28.10	77.40	0.364	1.95	0.560	0.070	2.71			
10	19.68	20.59	4.19	0.49	0.217	27.67		0.358	2.27						
11	20.08	21.04	4.09	0.46	0.209	27.45		0.351	2.15						
12	20.29	21.51	4.04	0.44	0.200	27.30	78.40	0.349	1.86	0.408	0.068	3.32			
13	20.62	22.03	3.97	0.41	0.194	27.18	78.90	0.345	1.63	0.374	0.057	3.67			
14	21.28	22.56	3.85	0.39	0.185	26.70		0.338	1.66						
15	21.50	22.70	3.81	0.38	0.184	26.55	79.30	0.335	1.71	0.363	0.060	3.58			
16	15.09	17.27	6.37	0.74	0.292	29.30	75.41	0.389	2.83						
17	16.84	18.38	5.26	0.64	0.263	28.80	76.30	0.377	2.46	0.753	0.093	2.67			
18	17.73	19.53	4.85	0.55	0.236	28.55		0.370	1.98						
19	19.10	20.56	4.35	0.49	0.217	28.07	77.70	0.362	1.88	0.493	0.068	2.86			
20	20.05	21.46	3.99	0.44	0.202	27.50		0.351	1.62						
21	21.32	22.55	3.84	0.39	0.185	26.70	79.2	0.337	1.70	0.361	0.059	3.41			
22	22.38	23.41	3.67	0.36	0.175	25.85		0.323	1.76						

流量
実験値

No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
	h_1	h_2	$v_1^2/2g$	$v_2^2/2g$	F_2	b_1	b_2	γ	f_{hd}	η_f	$\frac{h_{d2}/h_2 - h_{d1}/h_1}{h_f/h_1}$	$S = h_2/v_2^2 - h_1/v_1^2$	S'	S/S'	θ
1	9.29	9.73	3.97	0.68	0.375	30	69.4	0.432	2.33						
2	9.35	9.93	3.92	0.65	0.362	"	69.7	0.430	2.16						
3	9.79	10.43	3.60	0.58	0.345	"	70.0	0.428	2.86						
4	10.24	10.94	3.29	0.52	0.309	"	70.6	0.425	1.55						
5	11.51	11.34	3.14	0.48	0.291	"	70.9	0.423	1.30						
6	11.04	11.87	2.86	0.44	0.279	29.9		0.420	1.08						
7	11.83	12.48	2.51	0.39	0.250	29.8		0.415	0.95						
8	12.68	12.87	2.19	0.36	0.237	29.7	72.1	0.412	1.12	0.476	0.050	2.39			

9	13.21	13.33	2.03	.33	.224	29.7	72.5	.410	1.04	0.427	.046	2.45
10	13.85	13.99	1.86	.30	.207	29.55	72.9	.405	0.98	0.321	.041	2.33
11	14.32	14.47	1.75	.28	.196	29.44	73.4	.401	0.80	0.289	.035	2.21
12	15.28	15.44	1.56	.25	.179	29.25	74.0	.395	0.83	0.213	.041	2.72
13	16.31	16.37	1.39	.21	.159	29.05	74.8	.388	0.60	0.180	.025	2.24
14	9.94	10.42	3.51	.58	.345	30.0		.428	1.91			
15	10.73	11.32	3.00	.48	.292	30.0	70.8	.424	1.41			1.95
16	11.93	12.28	2.45	.40	.255	29.8	71.6	.417	1.18	0.540	.052	2.18
17	12.90	13.25	2.11	.34	.226	29.75		.411	.90			
18	14.20	14.27	1.76	.28	.199	29.60	73.2	.404	.89	0.314	.040	2.50
19	15.06	15.20	1.59	.25	.180	29.40		.398	.68			

流量 98.82 Q/S (トンネル2本)
実験種類

(単位 cm)

No.	(1) h_1	(2) h_2	(3) $U_1^2/2g$	(4) $U_2^2/2g$	(5) F_2	(6) b_1	(7) b_2	(8) γ	(9) h_{te}	(10) h_f	(11) $\frac{h_e/h_2}{h_f/h_2}$	(12) $\frac{S=h_e/U_2^2}{h_2}$	(13) S'	(14) S'/S'	(15) θ
1	13.88	16.84	7.34	0.78	0.304	29.55	75.3	0.392	3.08	0.783	0.084	2.26	2.47	0.923	22°52'
2	15.25	17.99	6.22	.67	.272	29.30	26.1	.385	2.30	0.754	.076	2.18	2.45	0.989	13.10
3	15.93	18.39	5.78	.64	.262	29.15	76.3	.382	2.16	0.699	.072	2.27	2.45	0.901	13.15
4	16.82	18.90	5.26	.60	.250	28.96	76.7	.377	2.06				2.52		13.27
5	17.70	19.53	4.86	.55	.236	28.52		.370	1.97						
6	18.06	20.11	4.74	.51	.225	28.40	77.5	.366	1.65	0.563	.054	2.13	2.69	0.792	13.47
7	18.30	20.49	4.63	.49	.218	28.30	77.6	.365	1.43	0.512	.044	1.84	2.70	0.682	13.50
8	19.02	21.07	4.38	.46	.208	28.05	78.1	.359	1.36	0.443	.043	1.97	2.80	0.703	14.02
9	19.80	21.48	4.16	.44	.201	27.60	78.4	.352	1.52	0.402	.052	2.54	3.00	0.847	14.15
10	20.60	22.00	3.98	.41	.195	27.20		.345	1.65						
11	20.92	22.57	3.91	.39	.185	26.95	79.2	.340	1.36	0.361	.044	2.55	3.14	0.804	14.38
12	21.60	22.70	3.79	.38	.184	26.47		.334	1.79						
13	15.88	18.56	5.82	.63	.259	29.10	76.4	.381	1.99	0.743	.067	1.98	2.50	0.792	13.17
14	17.34	19.55	5.03	.54	.236	28.70	77.1	.373	1.76	0.625	.058	2.10	2.54	0.827	13.36
15	18.83	20.54	4.44	.49	.217	28.10		.361	1.72						
16	20.46	21.56	4.02	.44	.200	27.30		.349	1.90						
17	21.50	22.58	3.81	.39	.185	26.60		.335	1.82						

流量 49.41 l/s (トンネル本)
実験種類 Da

(単位 Cm)

No.	(1) h_1	(2) h_2	(3) $U_1^2/2g$	(4) $U_2^2/2g$	(5) F_2	(6) b_1	(7) b_2	(8) γ	(9) h_{H_2}	(10) h_f	(11) $\frac{h_2/h_1 - h_{H_2}/h_2}{h_f/h_2}$	(12) $S = \frac{h_2}{U_2^2/2g}$	(13) S'	(14) S'/S'	(15) θ
1	8.65	9.28	41.55	0.76	0.403	30.00	69.18	0.434	2.64						110.51
2	9.12	10.71	41.10	.55	.319	"	70.62	.425	1.45						11.28
3	9.75	11.09	3.62	.51	.304	"	70.80	.425	1.24						11.32
4	10.53	11.56	3.13	.46	.283	29.95	70.96	.422	1.13						11.35
5	11.30	12.12	2.74	.42	.262	29.90	71.40	.419	0.99						11.43
6	11.85	12.63	2.49	.38	.245	29.80	71.92	.415	.82	0.558	0.035	1.009	1.72	0.587	11.43
7	12.40	13.11	2.25	.35	.230	29.75	72.31	.411	.77	0.505	.025	0.832	1.72	0.484	11.53
8	13.10	13.59	2.06	.32	.218	29.60	72.63	.408	.73	0.446	.025	0.937	1.78	0.521	12.00
9	13.83	14.08	1.87	.29	.204	29.50	73.15	.403	.80	0.371	.025	1.063	1.78	0.595	12.07
10	14.20	14.56	1.78	.27	.193	29.45	73.51	.402	.63	0.310	.035	1.700	1.80	0.945	12.19
11	15.00	15.28	1.60	.25	.179	29.30	74.00	.396	.61	0.277	.025	1.292	1.77	0.729	12.30
12	15.46	15.62	1.52	.23	.171	29.20	74.35	.393	.62	0.229	.027	1.524	1.76	0.865	12.35
										0.203		1.835	1.84	0.995	12.42

流量 98.82 l/s (トンネル本)
実験種類 Db

(単位 Cm)

No.	(1) h_1	(2) h_2	(3) $U_1^2/2g$	(4) $U_2^2/2g$	(5) F_2	(6) b_1	(7) b_2	(8) γ	(9) h_{H_2}	(10) h_f	(11) $\frac{h_2/h_1 - h_{H_2}/h_2}{h_f/h_2}$	(12) $S = \frac{h_2}{U_2^2/2g}$	(13) S'	(14) S'/S'	(15) θ
1	13.30	17.64	8.00	0.70	0.281	75.87	0.393	0.373	2.445						110.351
2	13.65	18.19	7.63	.65	.266	76.14	.388	.388	1.919	0.729	0.052	1.59	2.44	0.652	11.42
3	15.35	18.69	6.17	.61	.255	76.51	.383	.383	1.700	0.694	.035	1.18	2.46	0.479	11.52
4	15.95	19.27	5.77	.57	.245	76.92	.379	.379	1.372	0.630	.035	1.25	2.54	0.492	12.07
5	16.65	19.64	5.37	.55	.235	77.21	.375	.375	1.318	0.582	.035	1.40	2.58	0.543	12.13
6	17.40	20.08	5.00	.52	.226	77.35	.371	.371	1.290	0.536	.033	1.42	2.67	0.532	12.10
7	18.15	20.61	4.68	.48	.216	77.82	.365	.365	1.218	0.445	.035	1.65	2.78	0.594	12.34
8	18.95	21.19	4.40	.45	.207	78.12	.359	.359	1.194	0.391	.033	1.67	2.86	0.584	12.47
9	19.55	21.73	4.23	.43	.197	78.61	.353	.353	1.107	0.375	.039	2.10	2.98	0.705	12.52
10	20.10	22.06	4.13	.41	.193	78.89	.348	.348	1.245	0.361	.039	2.14	3.10	0.677	13.05
11	20.75	22.54	3.95	.39	.185	79.28	.342	.342	1.199						
12	21.15	23.09	3.87	.37	.177				1.389						
13	22.10	23.54	3.71	.35	.173				1.400						
14	23.96	18.61	7.28	.62	.257	77.20	.374	.374	1.490	0.628	.036	1.31	2.54	0.516	11.50
15	16.64	19.62	5.37	.54	.235	77.70	.365	.365	1.330	0.493	.040	1.68	2.67	0.629	12.23
16	18.23	20.56	4.65	.49	.215				1.310						
17	19.90	21.60	4.13	.43	.198				1.480						
18	21.04	22.56	3.89	.39	.185				1.460						

流量 49.41 l/s (トンネル2本)
実験番号 D₆

(単位 cm)

No.	(1) h_1	(2) h_2	(3) $U_1^2/2g$	(4) $U_2^2/2g$	(5) F_2	(6) b_1	(7) b_2	(8) r	(9) h_{u1}	(10) h_f	(11) $h_1/h_2 = h_{u1}/h_{u2}$	(12) $S = h_0/2g$	(13) s	(14) S/s	(15) θ
1	8.65	9.90	4.54	0.65	0.364	30.00	69.69	0.430	2.11						10°06'
2	8.85	10.83	11.33	.54	.315	30.00	70.39	.426	1.30						10.10
3	9.45	11.40	3.83	.48	.288	30.00	70.90	.423	0.89	0.615	0.024	0.570	1.70	0.335	10.18
4	10.00	11.90	3.44	.44	.278	30.00		.422	.59						
5	10.70	12.24	3.04	.40	.257	29.90		.417	.58						
6	11.80	12.67	2.51	.38	.243	29.80	72.38	.413	.75	0.494	.020	0.667	1.75	0.381	10.42
7	12.55	13.38	2.23	.33	.222	29.75	72.49	.411	.55	0.415	.010	0.418	1.76	0.237	10.45
8	13.20	13.83	2.03	.31	.211	29.70	72.91	.407	.58	0.360	.016	0.714	1.76	0.405	10.52
9	13.80	14.25	1.87	.29	.200	29.55	73.33	.403	.62	0.299	.022	1.080	1.72	0.628	11.00
0	14.20	14.82	1.77	.28	.188	29.45		.399	.38						
1	14.75	15.24	1.66	.25	.179	29.40	73.97	.397	.41	0.229	.012	0.732	1.76	0.415	11.12
2	15.30	15.69	1.55	.23	.171	29.30	74.25	.395	.41	0.204	.013	0.887	1.75	0.506	11.18
3	15.97	16.30	1.44	.21	.161	29.10	74.74	.390	.39	0.185	.013		1.80		11.28
4	16.30	16.78	1.39	.20	.153	29.00		.387	.20						

流量 49.41 l/s (トンネル2本)
実験番号 E₂

(単位 cm)

No.	(1) h_1	(2) h_2	(3) $U_1^2/2g$	(4) $U_2^2/2g$	(5) F_2	(6) b_1	(7) b_2	(8) r	(9) h_{u1}	(10) θ
1	21.26	21.88	0.96	0.11	0.098	26.7	78.75	0.339	-0.03	9°27'
2	19.52	20.18	1.06	0.13	.112	27.4	77.45	.354	0.00	9 03
3	17.36	18.28	1.32	.16	.133	28.35	76.20	.372	-0.03	8 42
4	13.22	16.23	1.57	.21	.162	29.25	74.68	.392	0.07	8 16
5	12.10	15.32	1.80	.24	.182	29.50	74.09	.399	0.07	8 07
6	9.66	10.31	3.63	.60	.340	30.00			2.17	
7	10.72	12.98	3.02	.35	.234	29.95	72.27	.411	0.14	7 43
8	10.36	12.71	3.23	.37	.242	"	71.99	.416	0.24	7 44
9	9.84	11.82	3.45	.44	.267	30.00	71.32	.421	0.76	7 32
10	9.76	11.27	3.62	.49	.295	"	70.81	.424	1.35	7 27
11	9.71	10.76	3.63	.54	.318	"	70.35	.427	1.77	7 27
12	15.74	16.00	1.48	.22	.165	29.10	74.53	.391	0.48	8 17
13	14.44	14.99	1.72	.26	.185	29.40	73.75	.399	0.39	8 05
14	13.14	14.02	2.04	.30	.206	29.60	72.93	.406	0.34	7 53
15	11.65	13.14	2.57	.35	.238	29.85	72.14	.413	0.22	7 42
16	9.90	12.13	3.53	.42	.262	30.00	71.34	.421	0.37	7 30
17	9.85	11.19	3.55	.50	.298	"	70.76	.424	1.20	7 25

流量 98.8 l/s (トンネル2本)
実験値 E_b

No.	(単位 m)									
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
	b_1	h_2	$v_1^2/2g$	$v_2^2/2g$	F_2	b_1	b_2	γ	h_{12}	θ
1	14.35	19.66	6.98	0.54	0.235	29.4	77.2	0.382	0.61	8° 45'
2	15.47	20.00	6.14	0.52	0.227	29.3	77.3	0.379	5.58	8° 42'
3	17.32	21.09	5.28	0.46	0.207	28.5	78.1	0.365	0.53	9° 02'

流量 49.4 l/s

(単位 cm)										
1	9.75	11.32	3.61	4.8	277	30.0	70.9	0.423	0.10	7° 28'
2	9.84	12.26	3.55	4.0	234	30.0	72.0	0.420	0.21	7° 38'
3	11.57	13.14	2.62	3.5	229	29.9	72.3	0.416	0.19	7° 45'

(1), (2) 欄：断面 1, 2 の水深

(3), (4) 欄：断面 1, 2 の流速水頭

(5) 欄：断面 2 の $Froude$ 数

(6), (7) 欄：長方形等値幅 ($b = A/h$)

(8) 欄：幅の拡大度 ($\gamma = b_1/b_2$)

(9) 欄：断面 2 から断面 1 までの全水頭損失

(10) 欄：断面 2 から断面 1 までの摩擦損失，設計案 ($\theta = 8^\circ$) は摩擦損失のみであるので，この損失水頭を他のすべての案の摩擦損失の基準値として使う。すなわち，任意の案においては損失は摩擦損失と渦による形状損失との和であると考えられるが，この場合の摩擦損失として， F_2 が同じである設計案の摩擦損失を用いて形状損失を求めた。

(11) 欄：形状損失水頭と下流水深との比

(12) 欄：形状損失水頭に関する $Weissbach$ の係数

(13) 欄： F_2 ， γ が同一の値に対する $\theta = 90^\circ$ の場合の S の値 $S \sim (\gamma, F_2)$ の関係図より求めた。

(15) 欄：水路幅の拡大角

$\theta = 90^\circ$ のときの形状損失係数の実測値は図 - 1.3.10 のようになり，理論曲線よりはわずかに大きくなるが，実用的には十分一致しているものと考えられる。図示した理論曲線は近似計算^{*}の曲線であり，これを厳密^{**}に計算するとさらによく一致するものと考えられる。

次に θ の任意の値に対する形状損失を $\theta = 90^\circ$ のときの形状損失との比率で示すと図 - 1.3.11 のとおりとなり，1.1.1 において述べたところとはほぼ一致する。

(2) 水理計算法。せん移部の水理計算を確実に行なうことはそのせん移部の設計に

* 近似計算とは，1, 2 において述べたように河床を水平とみなし，摩擦損失を無視した計算。

** 厳密計算はこれらをすべて考慮したもの。

必要なばかりでなく、それを含んでいる水路全体の河道設計をより確実なものとするためにも大切であるが、上にしばしば述べてきたように従来の方法では不十分なところが多い。これに対してどのようにすべきかについてもしばしば説明してきたが、以下にそれを取りまとめて示し、また狩野川放水路の設計に適用した結果について述べよう。

背水計算を行なうにはまず計算の出発点およびその水位を知らなければならない。水路の一部に支配断面が生じない場合には、河口などのように水位が既知なところから出発する必要がある。しかし断面変化を伴う水路では水路の一部に支配断面が生じることが多く、この場合にはこの断面に限界水深を与えて計算を行なえばよい。

死水域が生じないように適切に設計された水路の場合には本間博士⁽⁷⁾や若佐博士⁽⁸⁾などの方法により支配断面が生じているかどうか検討することができる。これに対して死水域が生じるようないわゆる急流の場合については急流点が支配断面となる可能性のある断面であるが、実際に生じるかどうかは前章までに述べてきた射流の発生限界によって検討すればよい。

狩野川放水路の場合について上の検討を行なった結果オートネル出口の $N_{0.55}$ が支配断面となり、この点を限界水深として上流方向に背水計算を行なったが、水理実験の結果も $N_{0.55}$ が限界水深となり、計算の結果とよく一致した。

次にせん移区間の背水計算法について説明しよう。上に述べたように死水域が生じないように適切に設計されたせん移区間に対しては一様区間の粗度係数を用い不等流計算を行なえばよい。狩野川の場合は適切に設計されたせん移区間の場合であるが、計算結果は図-1.3.12に示すように実測値とよく一致する。(この場合の模型の表面はモルタル仕上げで、実測の粗度係数は Reynolds 数の無関係に $n = 0.0108$ であり、計算にはこれを用いた。) ただし出口のせん移部においては流速分布の補正係数が 1 に比して大きいので、この区間では計算値は実測値よりも多少水位が高くなるが、全損失水頭はほとんど変わらず、上流断面では計算と実験の水位は一致する。

適切なせん移区間を設けることが望ましいが場合によってはせん移区間を設けることができない場合もある。このような場合の背水計算法は前章までに述べてきたよ

うに漸応流の損失水頭に急応による損失水頭を加えればよい。狩野川放水路のせん移区間、B案の場合が、せん移区間のない場合であるが、この計算法による水位は実測値のそれとよく一致し、このような計算法が妥当であることを確認することができた。

1.3.3 もぐりせきの水理計算法

(1) 概説

せきの上流端に丸みがあり、この点で流れがはく離しない場合の支配断面の位置は、せき頂の最も高いところであり、もしせきが水平であれば、境界層が最も発達する下流端にある。このように支配断面が生じる場合（完全越流）に対しては、従来よりかなり研究され、十分な精度で流量係数を求めることができるようになっている。⁽⁹⁾

しかし支配断面が生じない場合（もぐりせき）に対しては、次に示すようにその取り扱いは近似的であり、場合によってはかなりの誤差が生じることがある。

図-1.3.13を参照して、もぐりせきの流量係数に対する従来の方法⁽¹⁰⁾を示すと、

$$E = h_0 + \frac{V_0^2}{2g} = h + \frac{V^2}{2g} = h_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta E \quad (1.3.1)$$

これより

$$Q = b \cdot h \cdot \sqrt{2g(E-h)} = b \cdot \sqrt{2g} \cdot E^{\frac{3}{2}} \frac{h}{E} \sqrt{1 - \frac{h}{E}} \quad (1.3.2)$$

となり、完全越流では、 $E = \frac{3}{2}h$ であるから、

$$Q = \frac{2\sqrt{2g}}{3\sqrt{3}} b \cdot E^{\frac{3}{2}} = 1.7 b \cdot E^{\frac{3}{2}} \quad (1.3.3)$$

である。ここに、 b は越流幅である。

もぐりせきにおいては、(1.3.2)式において h の代りに近似的に h_2 が用いられている。すなわち、

$$Q = b \cdot h_2 \sqrt{2g(E-h_2)} = b \cdot \sqrt{2g} \cdot E^{\frac{3}{2}} \frac{h_2}{E} \sqrt{1 - \frac{h_2}{E}} \quad (1.3.4)$$

実際には h は h_2 と異なるため、 h の代りに h_2 を用いたことにより、誤差を生じる。 h と h_2 との関係は前章で述べたように段落ちによる損失水頭を算定することにより求めることができる。

前章において述べた段落ち部の水理計算法は実験値によりよく適合することが確かめられているから、本章においては、この結果を用いて、段落ち部の流量係数の内容を明らかにして一般に従来用いられている流量係数による誤差を明らかにしようとするものであるが、これについては次項で述べる。

また完全越流ともぐりとの限界を簡単に算定する方法も実用上重要な問題であるが、これに対しても次の章において述べた方法をそのまま適用することができる。

(2) もぐりぜきの水理計算法。

(A) もぐりとなる限界の算定法。もぐりぜきの水理計算法を適用するためには、まず、完全越流ともぐりとの限界の算定法を求めなければならない。これに対しては 1.2.5 において述べたと全く同様な計算を行なえばよい。すなわち、図-1.2.19 および 図-1.2.7 により l_b を求め、さらに (1.2.1) 式により l_x を求める。

断面 1 から l_x だけ下流のところを断面 2 とすると、断面 2 の水理量は一般に既知である。この水理量を用いて、 K , F_2 を求め、これが、図-1.2.16 の限界線より下側にあれば、もぐりであり、線上および上側にあれば支配断面が生じており、完全越流である。

(B) もぐりぜきの流量公式。前章において述べたように、図-1.3.13 の h と h_2 との関係は、

$$h = h_2 \left\{ (1 - \delta) - \delta \cdot \frac{\Delta Z}{h_2} \right\} \quad (1.3.5)$$

$$\text{ここに、} \delta = 1 - (K + \beta), \quad K = \frac{\Delta Z}{h_2 + \Delta Z}, \quad \beta = \frac{h}{h_2 + \Delta Z}$$

である。 δ は前章において述べたように K および F_2 を用いて計算することができる。

(1.3.5) 式を (1.3.2) 式に代入して、

$$Q = b \cdot \sqrt{2g} \cdot E^{\frac{3}{2}} \left(1 - \delta - \delta \cdot \frac{\Delta Z}{h_2} \right) \frac{h_2}{E} \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \delta - \delta \cdot \frac{\Delta Z}{h_2} \right) \cdot \frac{h_2}{E}} \quad (1.3.6)$$

となる。これが前章における段落ち部の水理を適用して求めた流量公式であり従来よりも厳密なものであると考えられる。

(1.3.4) 式は (1.3.6) 式の $\left(1 - \delta - \delta \cdot \frac{\Delta Z}{h_2} \right)$ の項を 1 としたことに相当する。

$(1 - \delta - \delta \frac{\Delta Z}{h_2})$ を 1 としたことによる誤差は、 δ が大きいほど、また $\frac{\Delta Z}{h_2}$ が大きいほど大きい。

δ の値は前記したように $0 \sim 0.16$ の範囲に変化する。今 1 例として、 $h_2/E = 0.85$, $\delta = 0.15$, $\frac{\Delta Z}{h_2} = \frac{1}{4}$ の場合に対して (1.3.4) 式と (1.3.6) 式を較べると、

(1.3.4) 式は $Q = 0.329 E^{\frac{3}{2}}$

(1.3.6) 式は $Q = 0.384 E^{\frac{3}{2}}$

となる。従来の近似的な取扱いは、着着の求めたものに比べて同一の E に対して約 17% 程度過大な流量を与える。その他の場合についても、 h_2/E , δ , $\frac{\Delta Z}{h_2}$ を与えて、近似的な取り扱いによる誤差を明らかにすることができる。

これにより、 δ が小さい場合は、実用上近似的なく (1.3.4) 式で十分であるが、 δ が大きくなると、(1.3.6) 式により求めなければ誤差が大きいことがわかる。

1.3.4. 結 語

本章において明らかにされた事項を列挙すれば、次のとおりである。

(1) 断面広大部を急激に取りつければ、非対称な流れ、蛇行流、振動現象、二次流、渦による損失水頭の現象があらわれ、護岸、河床保護などの観点から好ましくなく、

特に人工水路などにおいては、損失水頭をできるだけ小さくする観点からさけるべきである。このために適切なせん移区間を設けなければならないが、その設計法は次に示すとおりである。

(a) せん移区間の長さ。せん移部の上下流端を結ぶ直線と水路軸とのなす角度が水面において $8^\circ \sim 10^\circ$ になるように長さを定める。

(b) 平面形状。平面形状は直線形としてさしつかえない。ただし合流点などにおいては、導流の目的をかねて、境界を水路軸の方向に導くため、境界に多少の曲りをつける。

(c) 断面形の変化の型。円柱型は適当ではなく、くさび型かねじり型を用いるべきであるが、ねじり型が水理的によいので、これを用いる方が望ましい。

(d) 下流の F_r 数および断面の拡大率によつては、広大部に射流が発生するので、河床高を適当に下げて射流が発生しないようにしなければならない。これを行なうた

めには図-1.1.34の關係を用いばよい。

(2) 以上の方式に従って、狩野川放水路に含まれる断面拡大部の水理設計を行ない、模型実験によつてこの設計案が水理的に好ましいことを確認した。

(3) 断面拡大部のせん移区間が不適切な場合には水面の振動、非対称な流れ、蛇行現象、摩擦以外の損失水頭といった現象を生じることが、実験によつて確かめられた。この中、水面の振動は2水流が合流する場合にだけあらわれる。

(4) 水面の振動はある拡大角のところで最大となる。このため不適切なせん移区間を設けた場合は、せん移区間を設けない場合よりは水面の振動のために最高水位が高くなる。このような水面の振動は拡大角 $\theta = 10^\circ$ 付近になると小さくなり、 $\theta = 8^\circ \sim 10^\circ$ においてほとんどなくなる。

(5) θ が 10° より大きい場合にはせん移区間先端に鉛直軸を持った渦や底から盛り上がる水流(二次流)があらわれる。これらの渦は左右交互にあらわれ、それより下流は蛇行して流れる。 $\theta = 10^\circ$ ではこれらの現象が多少残る程度であり、 $\theta = 8^\circ$ においてはこのような現象はあらわれない。

(6) せん移区間の水理計算は、本文に示した設計法に従つて適切に設計されたせん移形状に対しては、一様区間と同じ粗度係数を用いて、摩擦損失のみを考慮して行なえばよい。

(7) 断面が急拡する場合には、支配断面は急拡点にあらわれる可能性があるが、支配断面が生じるかどうかは1.1および1.2において述べた射流の発生限界によつて検討すればよい。これにより、もぐりぜきの限界も求めることができる。

(8) 段落ち部の損失水頭の算定法を適用して、もぐりぜきに対する従来より厳密な流量公式を導いた。これにより従来の近似的な方法による場合の誤差を検討したが、(1.3.5)式に示す δ の値が小さい場合には、従来の方法で実用上十分であり、 δ が大きい場合には着着の求めた式によらなければ誤差が大きいことが明らかになった。

参考文献

- (1) A.T. Ippen : Channel transitions and controls, Engineering Hydraulics edited by H. Rouse.
- (2) J. Hinds : Hydraulic design of flume and siphon transition, Trans. A. S. C. E. Vol 92, 1928
- (3) F. C. Scobey : The flow of water in flumes, U. S. Department of Agriculture Technical Bulletin, Dec. 1933.
- (4) 吉川秀夫, 芦田和男, 川端昭至 : 断面変化を伴う水路の水理設計法に関する研究, 土木研究所報告102号, 昭和34年.
- (5) Takeshi Ito and Kazuo Ashida : Hydraulics of diversion tunnel, Proceeding of I. A. H. R., 1957
- (6) 藤本武助 : 堰がり流れの実験結果について, 京都大学工学研究所集報文二輯, 昭和27年9月
- (7) 本間仁 : 水理学(技術者のための流体の力学) P.158 丸善.
- (8) 岩佐義明 : 幅の漸変する水路における水流の遷移現象と境界特性との関連に関する理論的研究, 土木学会論文集オ59号 別冊(3-1), 昭和33年
- (9) 石原藤次郎編, 応用水理学(中-) P.137, 丸善.
- (10) 前出文献(7)

2 開水路断面縮小部の水理とその適用に関する研究

断面が漸縮する場合には境界層は次第に小さくなり、流速分布は一様となり、断面拡大部に現われるような現象は生じない。しかし断面が急縮する場合には流れは境界より離れ、いわゆる不連続となる。不連続流になると、渦による損失水頭を生じる。また流水のもっとも縮小される断面で射流を生じることもあり、水理的に好ましくない。

したがって断面急縮部の設計に対しては、不連続流の生じないような取り付け部の形状を求めることが重要である。これに対しては実験的に検討を行ない、その形状を明らかにするつもりである。

しかし実際には施行上の観点から不連続流が生じる場合、または不透過水制のようにその背後の領域を保護するために積極的に不連続流を生じさせる場合などがかなり多い。この場合の水理を特長づけるものは死水域の大きさであると考えられる。なぜならば、これにより障害物の影響範囲が明らかになり、また水理計算も行ない得ると考えられるからである。したがって不連続流が生じる場合に対しては、死水域の算定法に主力をおき、これを水理計算に適用する方法などに対しても検討を行ない、急縮部の水理を明らかにしたい。

不連続流の場合には図-2.1.1に示すようにその自由流線にそって乱れを生じ、これが自由流線の内部および外部の領域に拡散する。また一般に流線にそって圧力変化を生じる。このような現象は非常に複雑であるので流体力学的に厳密な解析を行なうことは困難であり、不連続流に対しては従来乱れの影響は考えず、また自由流線上においては圧力が一定であるという仮定を用いて等角写像の方法などにより取り扱われている。このような方法は流れの模様を定性的に考察する上には有効であると考えられるが、死水域の大きさを定量的に求めようとする目的に対しては不十分である。これに対して著者は死水域の実験結果を検討の結果、自由流線上の各点から一定の噴出角をもって乱れが拡散して死水域が形成されるという考え方で実験結果をかなりよく説明できることを知ったので、このような取り扱いにより死水域の算定法について述

べるつもりである。このような取り扱いは一つの試みに過ぎず、さらに発展させるためには乱れの場合における拡散現象をさらに明らかにする必要があるが、実用上十分その目的を果し得るように思う。

また自由流線にそう圧力変化がある場合には、その変化に応じて自由流線が変化し、これにより流れの様子が変るが、これに対して着者は圧力変化のない場合の自由流線と圧力変化に關係する指標とにより実験結果を整理するという考え方をを用いた。

本編においては、以上の考え方により重力の影響しない水平方向の縮小と、重力が影響する鉛直方向の縮小の場合とに分けて研究し、前者はオ1章およびオ2章で、後者はオ3章で述べる。オ4章においては、以上に明らかにされた急縮部の水理を実際問題に適用する場合の方法について、実例により説明する。

2.1 十分に広い領域内におかれた障害物の水理

2.1.1. 結 言

流れの中におかれた水制などの構造物や障害物の背後は、自由流線となって流れに大きな変化を与え、これがひいては河床の洗掘、堆積、流路の維持、護岸などに対して非常な影響を与える。したがって、これらの影響を知ることは、これらの構造物を設置する上に大切である。

着者^{(1),(2)}は水制に関する研究の一環として、不透過水制の背後に生じる乱流の拡散領域や死水域について考察を行なったが、同様な方法は水制ばかりでなく、一般の構造物や障害物の背後についても適用することができると考えられる。

障害物に対して水路幅が十分でない場合には、流れが縮流することによって流れ方向に水深変化を生じ、これが乱流の拡散領域や死水域に対して影響を与えるが、これについては実験的に明らかにしなければならない。ここでは流れ方向の水深変化を無視できるほど、十分に広い領域内に障害物が置かれている場合を考える。特別の場合を除いて、実用的にはこのようにみなせる場合が非常に多く、取り扱いが簡単となり、問題の一般的性質が明らかとなるからである。

2.1.2において、乱流の拡散領域と死水域の算定法に関する着者の方法について述

べ、2.1.3においては、Fage, Johansen の実測値⁽⁴⁾ および著者の実測値により、2.1.2に述べる方法が実際によく適合することを示すつもりである。

2.1.2 障害物の影響域に関する考察

不透過水制なども含めて、水流の障害となるものを障害物と名づける。障害物の背後には、図-2.1.1に示すように、乱流の拡散領域および死水域を生じるが、これを求めるに際して著者は上にも述べたように、次のような考え方を行なった。

(1) 図-2.1.2に示すように、壁面を対称軸として、壁面に出された障害物OBと対称なOAを考えれば、障害物のまわりの流れは、無限領域内におかれた板ABのまわりの流れに置き換えることができる。板ABに対する二次元ポテンシャル流れとしての自由流線は等角写像を用いて容易に求めることができる。

(2) 実際の流れにおいては、粘性のために自由流線に沿って乱れを生じ、これが拡散する。この拡散領域は自由流線上の各点から、自由流線の切線と噴出角 α をなす噴出線を考え、その包絡線として求められる。

噴出角 α は実験値から求めなければならないが、後記するとおり、二次元の場合のTollmienの実測値とほぼ一致する。

図-2.1.2に示す板のまわりの不連続流の問題は最初にHelmholtz Kirchhoff-Rayleighにより取り扱われ、その自由流線の方程式は次のように与えられている。

$$\begin{cases} y = \frac{l}{\pi + 4} \left\{ \tan \theta \cdot \sec \theta - \log (\sec \theta + \tan \theta) \right\} \\ x = \frac{2l}{\pi + 4} \left(\sec \theta + \frac{1}{4} \pi \right) \end{cases} \quad (2.1.1)$$

自由流線上の各点から噴出角 α をもつて乱れが拡散するものと考えることができるならば、この噴出線の包絡線より内部には乱れが拡散しないことになり、この包絡線をもつて死水域の境界線と考えることができる。

今図-2.1.3において (x_0, y_0) から出る噴出線の方程式を求めると、噴出角を α として、

$$\frac{x_1 - x_0}{y_1 - y_0} = \cot (\theta_0 + \alpha) \quad (2.1.2)$$

上式の x_0 に(2.1.1)式で与えられる関係を代入して、

$$x_1 = \frac{2l}{\pi + 4} \left(\sec \theta_0 + \frac{1}{4} \pi \right) + \cot (\theta_0 + \alpha) \times (y_1 - y_0) \quad (2.1.3)$$

したがって最小の X_1 を与える θ_0 の値は,

$$\frac{dX_1}{d\theta_0} = \frac{2l}{\pi+4} \sec \theta_0 \tan \theta_0 - \operatorname{cosec}^2(\theta_0+\alpha)(y_1-y_0) - \frac{2l}{\pi+4} \cot(\theta_0+\alpha) \sec \theta_0 \tan^2 \theta_0 = 0 \quad (2.1.4)$$

を満足しなければならない。これより

$$y_1 - y_0 = \frac{2l}{\pi+4} \sec \theta_0 \tan \theta_0 \left\{ 1 - \cot(\theta_0+\alpha) \tan \theta_0 \right\} \frac{1}{\operatorname{cosec}^2(\theta_0+\alpha)} \quad (2.1.5)$$

を得る。

(2.1.5) 式を (2.1.3) 式に代入して,

$$\begin{aligned} X &= \frac{2l}{\pi+4} \left\{ \sec \theta_0 + \frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2} \sin 2(\theta_0+\alpha) \sec \theta_0 \tan \theta_0 (1 - \cot(\theta_0+\alpha) \tan \theta_0) \right\} \\ Y &= \frac{2l}{\pi+4} \left\{ \frac{1}{2} \sec \theta_0 \tan \theta_0 - \frac{1}{2} \log(\sec \theta_0 + \tan \theta_0) + \sec \theta_0 \tan \theta_0 \sin^2(\theta_0+\alpha) \right. \\ &\quad \left. (1 - \cot(\theta_0+\alpha) \tan \theta_0) \right\} \quad (2.1.6) \end{aligned}$$

となる。ただし上式中 X, Y に対して添字がないのは, X_1, Y_1 が任意の値を取るため, 添字を省略したものである。

(2.1.6) 式は θ_0 をパラメーターとして求めた噴出線の方程式である。さらにこれが X_1 の最小値を与える十分条件であることを知るために, $\frac{d^2 X_1}{d\theta_0^2} > 0$ であることを調べる必要がある。このために (2.1.4) 式より,

$$\frac{d^2 X_1}{d\theta_0^2} = \frac{2l}{\pi+4} \sec \theta_0 \left[1 + \tan^2 \theta_0 \{ 4 - 3 \cot(\theta_0+\alpha) \tan \theta_0 \} \right] \quad (2.1.7)$$

$\alpha > 0$ に対して

$$\cot(\theta_0+\alpha) < \cot \theta_0$$

$$\therefore \cot(\theta_0+\alpha) \tan \theta_0 < 1$$

これより

$$\frac{d^2 X_1}{d\theta_0^2} > \frac{2l}{\pi+4} \sec \theta_0 \{ 1 + (4-3) \tan^2 \theta_0 \} = \frac{2l}{\pi+4} \sec^3 \theta_0 > 0$$

$$\text{ただし} \quad 0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$$

を得る。したがって (2.1.6) 式の曲線が X の最小値を与える包絡線であることが証明された。

α を 2, 3 変えて (2.1.6) 式を計算した結果は図 - 2.1.4 のようになる。

なお流れが障害物に対して任意の角度で当たる場合の死水域についても、上と同様に算くことができる。⁽³⁾

2.1.3 実験結果による検討

板背後の渦の拡散領域に関する Fage, Tokansen⁽⁴⁾ の実験値(空気をを用い Reynolds 数 820) は図-2.1.5 に示すとおり、自由流線(2.1.1) 式よりは内部に入る。ただし(2.1.6) 式の $\alpha = 11^\circ 10'$ としたものとはかなりよく一致する。

二次元乱流の場合の噴出角は、Tollmien⁽⁵⁾ によれば $\alpha = 11^\circ 10'$ であり、上の噴出角と一致する。このことは乱れの拡散領域の算定に対して、上記の考え方が適用できるであろうことを示している。

なお着者は開水路を用いて障害物の影響域に関する実験を行ない、上に示した考え方の検討を行なった。

用いた水路は幅 4 m, 底こう配 0, コンクリート製, 実験範囲は表-2.1.1 に示すとおりである。ここに, v : 平均流速, h : 平均水深, $\frac{l}{2}$: 障害物の長さである。なお障害物は単一不透過にして側壁に直角に出した。

以上の範囲に対して写真撮影によって流線の測定を行なった。水制背後の前半部は割合に定常的であるに対して、後半部は変動がかなり激しいから、写真撮影にあたって、流線の平均値をとるべく時間をかけたが、かならずしも満足すべきものでなく、かなりの誤差を生じている。

実験の範囲では影響域に及ぼす Froude 数の影響はないように思われる。そこで実験結果を Reynolds 数で整理し、境界線の縦距を障害物の長さで割ったものと自由流線との差をプロットすれば図-2.1.6 のとおりとなる。また $\alpha = 23^\circ, 17^\circ, 11^\circ 10'$ の曲線と自由流線との差を同図に書き込んでおいた。曲線は明らかなる傾向を生じ、 $y = 5.0 \sim 6.0 \left(\frac{l}{2}\right)$ 付近から拡がり角が急激に大きくなるが、この点は死水域の最外部に出る点である。 $y = 5.0 \sim 6.0 \left(\frac{l}{2}\right)$ 付近までは、 $\alpha = 17^\circ, \alpha = 11^\circ 10'$ の理論曲線の間にあり、 $R \left(= \frac{v l}{\nu} \right) = 3.4 \times 10^4$ で $\alpha = 17^\circ$ の曲線にのり、 R が大きくなり $6.0 \times 10^4, 8.2 \times 10^4$ となると $\alpha = 11^\circ 10'$ の曲線にのる。

R の値が減少するにつれて、後半部において噴出角が大きくなるのは、噴流実験⁽⁶⁾

表 2.1.1 実験範囲一覽表

No.	Q (m ³ /sec)	h (m)	v (m/sec)	$\frac{v}{\sqrt{gR}}$	$\frac{vh}{\gamma}$	$\frac{vL}{\gamma}$		
						L=0.20 (m)	L=0.40 (m)	L=0.60 (m)
1	0.06	0.102	0.155	0.155	1.4 × 10 ⁴	2.76	5.52	8.28
2	"	0.122	0.129	0.117	"	2.30	4.60	6.90
3	"	0.142	0.111	0.094	"	1.98	3.96	5.94
4	"	0.162	0.098	0.078	"	1.74	3.48	5.22
5	"	0.192	0.082	0.060	"	1.46	2.92	4.38
6	"	0.097	0.135	0.139	"	2.40	4.80	7.20
7	"	0.117	0.113	0.105	"	2.02	4.04	6.06
8	0.05	0.137	0.096	0.083	1.2 × 10 ⁴	1.72	3.44	5.16
9	"	0.157	0.084	0.068	"	1.50	3.00	4.50
10	"	0.187	0.071	0.053	"	1.26	2.52	3.78
11	"	0.092	0.114	0.120	"	2.04	4.08	6.12
12	"	0.112	0.094	0.090	"	1.68	3.36	5.04
13	0.04	0.132	0.079	0.069	0.9 × 10 ⁴	1.40	2.80	4.20
14	"	0.152	0.069	0.057	"	1.24	2.48	3.72
15	"	0.182	0.058	0.043	"	1.04	2.08	3.12
16	"	0.086	0.092	0.100	"	1.64	3.24	4.92
17	"	0.106	0.073	0.072	"	1.30	2.60	3.90
18	0.03	0.126	0.063	0.057	0.8 × 10 ⁴	1.12	2.24	3.36
19	"	0.146	0.054	0.045	"	0.96	1.92	2.88
20	"	0.176	0.045	0.034	"	0.80	1.60	2.40

において噴流の後半部で拡がりが増大する領域が存在することが認められていることと同じ現象のように思われる。

いずれにしても死水域の最も外に出る部分を境界にして、前半部と後半部の二領域に区分して考えると便利である。前半部においては渦の分散は非常に少なく、この分散も系統的差違を生じ、*Reynolds* 数が増加するにつれて *Tollmien* の実験値 $\alpha = 11^\circ 10'$ に近づくが、この部分については2.1.2に示した考え方がかなり適合することが知られる。

後半部においては不安定な渦のため、またこれに伴って、実験値に誤差を含むため、非常に大きな分散を生じ、しかもこの分散は *Reynolds* 数に対して系統的差違は認められない。

以上により障害物の影響範囲に対して次のようにまとめられる。

- (1) 死水域が最も壁面から離れるのは障害物の長さの5～6倍、平均5.5倍のところにある。
- (2) 死水域の長さは大体 $10 \sim 20 \left(\frac{l}{2}\right)$ であるが、 $14.5 \left(\frac{l}{2}\right)$ 付近にくるものが最も多かった。
- (3) 実験の結果によれば、死水域の形は $5.5 \left(\frac{l}{2}\right)$ までは $\alpha = 11^\circ 10'$ の曲線、 $8.0 \left(\frac{l}{2}\right)$ 付近で $\alpha = 17^\circ$ の曲線との交点、 $12.0 \left(\frac{l}{2}\right)$ 付近で $\alpha = 23^\circ$ の曲線との交点、 $14.5 \left(\frac{l}{2}\right)$ において $\alpha = 0$ を結ぶ曲線により与えられる(図-2.1.7)。
- (4) 死水域が最も壁面から離れるまでの範囲についての噴出角が *Tollmien* の実験値と一致することにより、2.1.2に示した考え方が妥当なることが知られた。

2.1.4 結 語

本章において明らかにされた主な結論を列挙すれば、次のとおりである。

- (1) 十分な領域内におかれた障害物の背後に生じる自由流線は等角写像の方法で求めることができ、(2.1.1)式のように表わすことができるが、実際の流れでは粘性のために渦を発生し、これが拡散するために流れの境界は自由流線より内部に入る。この境界は自由流線上の各点から噴出角 α をもって出る噴出線の包絡線になるという考え方のもとに、(2.1.6)式に示すとおりとなる。

- (2) Fage, Johansen の実測値から α を求めると $\alpha = 11^\circ 10'$ となり, Tollmien の二次元の場合の噴出角と一致する。このことにより (2) の考え方が実際に適合することがわかる。
- (3) 開水路による着着の実験によれば, 障害物の影響域の前半部の流線は比較的安定しており, Reynolds 数の大きい範囲に対しては $\alpha = 11^\circ 10'$ となり上の考え方がよく適合する。前半部と後半部の境界は, 死水域の境界が壁面から最も離れる付近にある。
- (4) 影響域の後半部は大きな渦のため流線は不安定となり, 死水域の境界線を正確に決定することは困難であるが, 平均的な線を取って考えると, 噴出角 α は次第に大きくなる, したがって死水域の全体の形は実験結果を用いなければならないが, これについての着着の実験結果は次のとおりである。
- (i) 死水域の境界が壁面から最も離れるのは障害物の長さの 5~6 倍, 平均 5.5 倍のところにある。
- (ii) 死水域の長さは大体 $10 \sim 20 (\frac{l}{2})$ であるが, $14.5 (\frac{l}{2})$ 付近にくるものが最も多かった。
- (iii) 死水域の形は $5.5 (\frac{l}{2})$ までは $\alpha = 11^\circ 10'$ の曲線, $8.0 (\frac{l}{2})$ 付近で $\alpha = 17^\circ$ の曲線との交点, $12.0 (\frac{l}{2})$ 付近で $\alpha = 23^\circ$ の曲線との交点, $14.5 (\frac{l}{2})$ において $\alpha = 0$ を結ぶ曲線により与えられる, (図-2.1.7)。

参考文献

- (1) 吉川秀夫, 杉木昭典, 芦田和男; 水制に関する研究 (1) —— 水制のまわりの水の流について —— 土木研究所報告 90 号 昭和 33 年。
- (2) Hideo Kikkawa, Kazuo Ashida: Study on groin, Journal of Research Public Works Research Institute, 1958.
- (3) 秋草 勲, 吉川秀夫, 芦田和男; 水制に関する研究
—— 水制域の理論 —— 土木研究所報告, 106 号, 昭和 36 年。

- (4) Flachsbart: Der Widerstand quer angeströme Rechteckplatten,
Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 1935
- (5) Tollmien: Berechnung turbulenter Ausbreitungsvorgänge, Zeitschrift
für Angewandte Mathematik und Mechanik, 1926
- (6) 佐藤清一, 細井正延; 噴流に関する研究, 土木研究所報告 81 号

2.2 水路幅縮小部の水理

2.2.1 緒言

水路幅急縮部の常流流れの水理特性を模式的に示すと、図-2.2.1のとおりである。外側の境界に沿っては速度水頭が位置の水頭が変わるため、水位が上昇する。このため壁面に沿って境界層は発達し、図のA点においてははく離する。

一方、中心線に沿っては流水断面が縮小するため速度水頭が増し、水位は低下する。

急縮点Bを通る流線BCは自由流線となる。実際の流れでは粘性のために乱れの拡散領域が存在し、この拡散領域からさらに壁面の方には、流れのない死水域を生じる。

3断面から4断面までは、流水断面がさらに収縮するため中心線に沿う水位は、減少するが、断面4から断面5までは流れが拡大すること、および流速分布が一様になることのために、水位は上昇する。また急縮部の壁面に沿う水位は、流れのまがりのために、中心部のものよりも多少低くなる。

急縮部における損失水頭には、図-2.2.1に示す流水のある部分についての摩擦損失のほか、渦による損失がある。渦による損失水頭には二つの部分があり、一つは急縮部の上流のかどにできる渦によるもの、他の一つは乱れの拡散領域における渦によるものである。いずれにしても急縮の流れにすることは、渦による損失水頭を余分に生ずることになり、水理的に好ましくない。さらにFroude数がある値以上になると、収縮部において定常波を生じ、これが下流へかなり長い範囲にわたって伝わり、この区間における水面は著しく不安定になる。さらにFroude数が増加すると跳水を生じるようになるが、このような現象も水理的には好ましくない。

断面急縮部の水理特性は以上のとおりであるので、このような縮小部を伴う場合の水理設計を行なうためには、次の諸点を明らかにする必要がある。

(1) 断面急縮部の水理計算法、

(2) 流れが壁面からはく離しないような取り付け部の形状および長さ、

断面急縮部の水理計算法に対する従来の方法は、実験的に求めた急縮による損失係数を用いるものであるが、このような方法では摩擦損失と形状損失とが分離されておらず、損失係数の内容が明らかでなく、一般性を欠くと考えられる。そこで著者は流

水部分についての摩擦損失水頭と渦による損失水頭を加えて損失水頭を求める方法がより合理的であると考えるが、この方法を適用するには、次の点を明らかにしなければならない。

(a) 流水のある部分の境界、拡散領域および死水域の大きさ、

(b) 渦による損失水頭。

無限領域内にある障害物背後の死水域の大きさについては、前章において考察し実用的な取り扱いを提示したが、本章においては、流れ方向に水深変化があるため、前章の結果をそのまま用いることはできない。したがって水深変化の影響を入れなければならないが、これについては実験的に検討する。また渦による損失水頭については、断面拡大部の水理において述べた方法を適用することができる。なお (a) に述べた取り付け部の形状および長さの問題は特に重要である。

本章においてはオ2節において死水域、オ3節において損失水頭について述べ、オ4節においてこれらの二つを用いて水理計算法を論ずる。さらにオ5節において取り付け部の形状と水理との関係、特に流れのはく離をさけるための取り付け部の形状および長さについて論ずる。

2.2.2 流れの境界線および死水域

(1) 実験範囲。流線の形状、死水域の大きさを求めるために図-2.2.2に示すように水路の一部を縮小させて実験を行なった。⁽¹⁾ 水路は木製で表面が滑らかなものを用いた。この場合、流線および死水域の測定は、アルミニウムの粉末を用い、水表面のみについて行なった。

実験の範囲は表-2.2.1に示すとおり、水路幅の縮小割合を4種類に変え、それぞれについて流量および下流水位を変えることにより、下流のFroude数を適当な範囲に変化させた。

表-2.2.1 実験範囲 ($b_1 = 57 \text{ cm}$)

断面2は sec 5.0 (流水が一様になったところ)

h_2, F_2 はそれぞれ断面2の水深およびFroude数

No.	$\Delta b \text{ (cm)}$	$b_2 \text{ (cm)}$	$Q \text{ (l/sec)}$	$h_2 \text{ (cm)}$	F_2
1	10	37	10	9.80	0.281
2	10	37	15	9.38	0.449
3	10	37	7.5	5.83	0.459
4	10	37	7.5	5.38	0.521
5	10	37	5	4.41	0.467
6	13	31	7.5	7.91	0.347
7	13	31	7.5	6.82	0.433
8	13	31	10	8.16	0.441
9	13	31	5	4.74	0.498
10	13	31	5	4.17	0.603
11	18	21	5	5.38	0.600
12	18	21	7.5	8.08	0.512
13	18	21	7.5	7.25	0.576
14	18	21	3	4.41	0.485
15	18	21	3	3.48	0.693
16	18	21	5	5.06	0.658
17	7	43	10	6.10	0.489
18	7	43	10	6.14	0.402
19	7	43	10	6.08	0.491
20	7	43	15	8.38	0.403
21	7	43	7.5	6.82	0.310

(2) 流線および死水域の概況。急縮部の水理現象は非常に複雑であるが、その実験結果について述べれば次のとおりである。すなわち急縮部の上流にアルミニウムの粉末を落して水表面の流線を調べると、その一例は図-2.2.3に示すとおりであって、A点付近において壁面から離れ、ABCのような流線を書く。このように流線はかど通らずに、かどから少し離れたところを通る。これは流れの3次元性にもとづくものであると考えられる。すなわち、図-2.2.3に示すOO'の前面では下方から盛り上げる水流が見られ、これがOBを通過して流下するため表面の流線をB点まで排除することになる。したがってBO間を通過する流れは水表面から来たものではなく下側の層か

ら来たものであると考えられる。

水路の上流の方から粉末を流すと AB の流線を通るため、B 点より壁面側には粉末は来ないが、OB 間に粉末を落すと流下し、この間にも流れがあることがわかる。また収縮部の上流側のかどに生ずる死水域 D 内にアルミニウムの粉末を落すと、一部は OB を通って流下し、一部は逆流して、AB の流線内に入り持ち去られる。一方、狭い方の壁面に沿って粉末を落すことにより、OE に死水域が生じていることがわかる。

OE と BC の間は、図-2.2.1 に示したように弦数領域であると考えられる。

(3) 流線の形状。一般に急縮部の流線を論ずる場合、その基本として二次元ポテンシャル流れの自由流線を考えると實際上便利であることは前章において述べたとおりであるが、長方形水路幅急縮部の場合の基本と考えられるものは、半無限境界における流出口からの自由流線である。いま図-2.2.4 の記号を用いると、自由流線の方程式は、

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{4b}{\pi} \sin^2 \frac{1}{2} \theta \\ y &= \frac{2b}{\pi} \left\{ \log \tan \left(\frac{1}{4} \pi + \frac{1}{2} \theta \right) - \sin \theta \right\} \\ \theta &= 0 \sim -\frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.1)$$

で与えられる。ここに $2b$ は噴流の最後の幅である。

一方急縮部の表面の流線の実測値は図-2.2.5 に示すとおりであって、 b_2/b_1 の値が小さくなるほど流線の離れは大きくなるが、 b_2/b_1 がある程度より小さくなると流線の変化は少なくなる。

急縮部の上流端に生じる水位の高い部分のため流線が縮小し始める個所は急縮始点より多少上流側にあり、急縮始点においてはすでに壁面から離れている。したがって流線の位置は二次元ポテンシャル流れのそれとは異なるが、その形状はかなりよく似ており、二次元ポテンシャル流れの原点を適当に移動させると両者の流線はある程度一致することがわかる。これは流れの機構が二次元ポテンシャル流れのそれに類似であることを示しているものといえよう。

図-2.2.3 には示していないが、急縮点 O からの流線も二次元ポテンシャル流れに

したがうものと考えられる。この場合、狭い方の壁面に沿って生じる死水域のEの大きさを求める方法として、前章において説明したように自由流線上の各点からある一定の噴出角で乱れが拡散して拡散領域を生じ、その内部が死水域になるという考え方に従って取り扱えるものとして、噴出角の値がどのようなになるか調べてみよう。図-2.2.6を参照して、自由流線からの噴出線の方程式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} &= \tan(\theta + \alpha) \\ \theta &= 0 \sim -\frac{\pi}{2}, \quad \alpha < 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.2)$$

y_1 の一定値に対して x_1 の最小値が噴出線の包絡線となるが、その方程式は(2.2.2)式において $\frac{dx_1}{d\theta} = 0$ という条件を用いて、次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_1}{b} &= \frac{y_0}{b} + \frac{2}{\pi} \sin \theta \cdot \sin^2(\theta + \alpha) \cdot \{1 - \tan \theta \cdot \cot(\theta + \alpha)\} \\ \frac{x_1}{b} &= \frac{x_0}{b} + \frac{2}{\pi} \sin \theta \cdot \sin^2(\theta + \alpha) \{1 - \tan \theta \cdot \cot(\theta + \alpha)\} \cot(\theta + \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (2.2.3)$$

ここに $\frac{x_0}{b}$, $\frac{y_0}{b}$ は(2.2.1)式により求められ、また $b = \frac{1}{2(1 + \frac{\pi}{\pi})} b_2$ である。

以上は半無限の領域からの縮流に対するものであるが、実際には有限幅であるので、この場合に上の式は考え方の基準を与えるに過ぎず、水路幅のような幾何学的要素の影響を考慮しなければならないであろう。すなわちこのような取り扱いにおける x の値は幾何学的要素により変るものと予想される。

この影響をあらわす要素として、幅の縮率 b_2/b_1 が考えられ、さらに縮流部の流れを規定する要素として Froude 数が考えられるので、実測値により各 b_2/b_1 に対して x_0/b_2 と Froude 数の関係を求めると図-2.2.7のとおりである。実験の範囲内では Froude 数にほぼ無関係となり、 b_2/b_1 が支配的な影響を持つことがわかる。

図-2.2.7において各 b_2/b_1 に対する x_0/b_2 の平均線を読み、両者の関係を求めると図-2.2.8のとおり、 b_2/b_1 が減少するにつれて x_0/b_2 は大きくなる。

b_2/b_1 の小さいところの実測値がないので、この範囲に対してかりに同図に示すように、曲線を延長して $b_2/b_1 = 0$ に対する x_0/b_2 の値を求めると、これに対して(2.2.3)式の α は 25° となり、前章において述べた流れ方向の水深変化が少ない場合に

比べてかなり大きい。外挿した曲線は必ずしも確かなものでなく、今後の資料により検討することが必要であるが、これから少なくとも α は水深変化がない場合に比べてかなり大きくなることが推察される。さらに y_0/b_2 は本実験の範囲内では 0.2~0.3 程度の大きさである。一方 (2.2.3) 式より y_0/b_2 を求めると $\alpha=25^\circ$ 付近で $y_0/b_2=0.3$ となり上の値とほぼ一致する。

また上流側から流れが収縮する角度は実験の範囲内ではほぼ 45° である。したがって図 - 2.2.3 において死水域の幅は $O'A \div O'B$ である。

2.2.3 損失水頭

断面急縮部においては前記のとおり 2 箇所に着の部分が生じ、それぞれが損失水頭の原因となるが、急縮部の上流側の着による損失は比較的少なく、急縮した流れが拡大するときに伴う着による損失が支配的であると考えられる。この損失水頭は収縮係数 (水流幅の収縮率) が求まれば、断面拡大部における損失水頭の算定法を用いて求めることができるはずである。

前節において死水域の大きさについて述べたが、図 - 2.2.3 に示した OE と BC との間は流速がおそく、死水域を除去したものを直ちに流水断面として、この値より収縮係数を求めると収縮係数の値は大きすぎるであろうし、また自由流線より求めたものは小さすぎるであろうから、損失水頭の算定に用いるべきものは、これらの中間にあると考えられる。しかしこれを直接に求めるためには拡散領域内の流速分布形などを詳細に知る必要があり、非常に困難であるので、損失水頭の実測結果から逆に算出することにし、上に述べた死水域および自由流線とを合せ考えて、損失水頭の算定法に適用することにする。

表 - 2.2.1 の範囲に対して、水面形を測定したが、その結果は 1 例を図 - 2.2.9 に示すとおりである。この図によれば $4.5 \sim 5m$ の範囲の流速水頭の算定には流れの収縮の影響を考慮していないから正しい流速水頭が計算されていない。この $4.5 \sim 5m$ 区間のエネルギー差が急縮した流れが拡大することによる損失水頭と摩擦による損失水頭の和である。この場合、収縮部においては収縮のため一様区間より多少流速が増し、摩擦による損失水頭も多少増加すると考えられるが、その差がわずかであるので、

簡単のため一様区間と同じ摩擦損失水頭を用いることにする。すなわち、図-2.2.9に示すとおり下流のエネルギー線を延長し、急縮管における両エネルギー線の差として、形状損失水頭を求めたが、その結果は表-2.2.2に示すとおりである。したがって実験範囲を通じて形状損失水頭と摩擦損失水頭は同程度の大きさであることがわかる。

表-2.2.2

No.	h_f (cm)	h_L (cm)	b_2/b_1	γ
1	0.05	0.04	0.650	0.77
2	0.06	0.13		0.74
3	—			
4	0.10	0.08	0.544	0.77
5	0.06	0.06		0.75
6	0.04	0.04		0.80
7	0.07	0.07		0.77
8	0.06	0.08		0.78
9	0.08	0.09		0.84
10	0.15	0.05	0.368	0.83
11	0.08	0.03		0.87
12	0.12	0.08		0.80
13	0.16	0.08		0.83
14	0.12	0.05		0.80
15	0.10	0.04	0.755	0.85
16	0.14	0.04		0.87
17	0.07	0.06		0.80
18	0.05	0.07		0.76
19	0.07	0.05		0.85
20	0.05	0.10		0.74
21	0.02	0.06		0.78

h_f : 断面1~2間の摩擦損失水頭

h_L : 形状損失水頭

γ : 形状損失水頭から計算して求めた
収縮係数

断面急縮部の形状損失水頭算定式を用いて、表-2.2.2に示す形状損失水頭を与える水路幅の拡大率 γ を求めて同表に示したが、この γ の値は収縮係数であると考えられる。 γ とFroude数および b_2/b_1 等の間には特に関連が見当らず、また γ の算定に用いた h_L の絶対値は小さくて誤差を含みやすいので、 γ の平均値を取って考えることにした。その結果、 γ の平均値は、 $\gamma_{mean} = 0.8$ となった。この値と上記の自由流線および死水域の大きさと比較検討して、この値の内容について考察してみよう。死水域が最も大きく生じる断面付近における自由流線から求めた収縮係数の値は0.70であり、この値は実験範囲内では断面の縮率によりほとんど変化しない。

一方、死水域を除去して求めた収縮係数は断面の縮率により変わり、実験範囲内で0.84~0.93となつてゐる。上に述べたように形状損失水頭の算定に用いるべき収縮係数は両者の中間の値となるはずであり、この意味で $\gamma_{mean} = 0.8$ となったものと思われる。しかもこの値がほぼ一定と考えられるのは、上に述べたように実験範囲内での話であり、断面の縮率がさらに小さくなると、図-2.2.8からわかるように死水域を除去して求めた収縮係数が小さくなることから考えると上に述べた $\gamma = 0.8$ の値より多少小さくなるであろう。以上により急縮部の形状損失水頭は実用上、 $\gamma = 0.8$ および F_2 を用いて、急縮による形状損失水頭式により求めることができるが、これは
$$h_L = 0.1 \cdot \frac{V_2^2}{2g}$$
で概算することができる。

2.2.4 水理計算法

急縮部の水理は非常に複雑であり、上の取り扱いによつてもその解明は必ずしも十分ではなく今後の研究に待つところが多いが、実験的にはいろいろの現象が明らかにされたので、これらの成果を水路幅急縮部の水理計算法に適用すれば次のとおりである。すなわち図-2.2.10に従つて計算法およびこれに必要な要素について説明するが、このような取扱いは実用上有意義なものと考えられる。

断面2の位置：急縮部の水理計算の下流側の出発点としては流れが一様となり、急縮の影響のなくなる断面を取らなければならない。この点を断面2と名づけることにする。

死水域の長さは0.5 b_2 程度であるので、急縮点0から断面2までの距離 l もこの程

度の大きさにすればよい。実際には死水域の末端においてはまだ流れが一様となっていないので、 l として、上記の値よりも多少大きな値、 $l = 0.2$ 程度とすれば十分である。しかしこの位置が多少異なっても、計算水位はほとんど異なるない。

断面0から断面2までの摩擦損失 h_f : 流水断面について求めなければならないが、縮流による摩擦損失の増加は小さいと考えられるので、簡単のために全断面一様に流れるものとして求めることができる。

形状損失水頭 h_L : $\gamma = 0.8$, F_2 に対する水路幅急変部の損失水頭式により求めることができる。これは $h_L = 0.1 \cdot \frac{V_2^2}{2g}$ で概算することができる。

0断面の水理量 : 断面2のエネルギーに上記の h_L , h_f を加えて、断面0のエネルギー水頭を求め、これより水深を算定することができる。

0断面より上流部の水理計算 : 断面0から上流は摩擦損失のみを考慮して、流水断面に対して不等流計算を行なえばよい。この場合の流水の境界として、実用的に 45° に収縮するものとして差しつかえない。

2.2.5 取り付け部の形状と水理との関係

収縮部の取り付け部においては、境界を滑らかに漸次させて、流れが壁面からはく離することをさけるべきである。このためには壁面を流線の形にすることが最も好ましい。

収縮部の流線の形は図-2.2.5に示したとおり、2次元ポテンシャル流れの自由流線の形とかなりよく似ている。したがって取り付け部の形状を(2.2.2)式で与えられる自由流線の形にすることが水理的に好ましいと考えられる。

Lad. Liskovec⁽²⁾も圧力管に対してであるが最も適当な入口形状として、円形オリフスからの噴流の形を提唱して、この形にすると、他の形に比べて流量係数がかなりよくなることを示している。

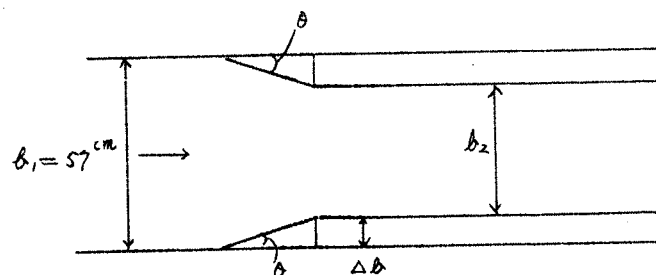
境界の形状を(2.2.1)式のとおりとすると、水路幅 b_2 の取り付け部の形状は図-2.2.11に示すとおりとなり、これは水理的に好ましいが、施工がかなり面倒になるので、実際的な問題においては取り付け部を直線形あるいは円弧で作る場合が多い。

このために著者は取り付けの長さで損失水頭との関係を実験的に求め、水理的に好

ましい長さを求めた。実験範囲は表-2.2.3に示すとおりである。

表-2.2.3

No.	1	2	3	4	5	6
Δb (l/sec)	10	10	7	7	10	13
Q (l/sec)	10	10	15	15	10	10
θ (°)	直線形 90, 45, 30, 20, 15, 10, 8, 6, 4				円弧及び直線形 90, 45 30, 15	



流量および下流端の水位等を一定にして取り付け部の角度をいろいろ変えている。
No.5 および No.6 に対しては、取り付け部を直線形にしたものと円弧にしたものの
の両方について調べている。この場合の円弧というのは、例えば $\theta = 30^\circ$ に対するも
のは、図-2.2.12 (b) のように $Pt 4.5$ 上に中心を有し、 $\theta = 30^\circ$ の直線を弦とする円
弧のことである。

この場合の損失水頭を流れが一様となる断面 $Pt 2$, $Pt 6$ のエネルギー差として求
めると、表-2.2.4 のとおりとなる。表中 $(h_{le})_{min}$ は角度をいろいろ変えた場合の
全損失水頭の最小値、 $h'_{le} = (h_{le}) - (h_{le})_{min}$ は任意の角度に対する全損失水頭から
損失水頭の最小値を引いた値である。

損失水頭と角度との関係は図-2.2.12に示すとおりであって、 $\theta = 15^\circ$ 付近におい
て損失水頭が最小となる。このことは $\theta = 15^\circ$ 付近においてははく離が生ぜず、損失
水頭は摩擦によるもののみとなることによる。 $\theta = 15^\circ$ より縮小角が小さくなるにつ
れ損失水頭が増加するのは、断面を縮小することにより流速が大きくなり、このため

表-2.2.4 (1)

No.	θ	h_{tl} (cm)	h_e (cm)	$h'_e/h'_e 90^\circ$
1	90	0.88	0.11	1
	45	0.81	0.04	0.4
	30	0.79	0.02	0.2
	20	0.78	0.01	0.07
	15	0.77	0	0
	10	0.78	0.01	0.07
	8	0.78	0.01	0.07
	6	0.79	0.02	0.2
2	90	0.63	0.12	1
	60	0.57	0.06	0.5
	45	0.55	0.04	0.3
	30	0.53	0.02	0.2
	20	0.52	0.01	0.08
	15	0.51	0	0
	10	0.53	0.02	0.2
	8	0.52	0.01	0.08
	6	0.52	0.01	0.08
	4	0.54	0.03	0.25
3	90	0.46	0.11	1
	45	0.41	0.06	0.5
	30	0.36	0.01	0.1
	20	0.37	0.02	0.2
	15	0.35	0	0
	10	0.36	0.01	0.1
	8	0.36	0.01	0.1
	6	0.36	0.01	0.1
	4	0.39	0.03	0.3

h_{tl} : Pt2 および Pt6 {図-2.2.12 (a)} 間の全エネルギー損失

h_e : $h_{tl} - (h_{tl})_{min}$

h'_{e90} : $(h_{tl})_{90} - (h_{tl})_{min}$

表 - 2.2.4 (2)

No.	θ	h_{22} (cm)	h_e (cm)	$h_e'/h_e 90^\circ$
4	90	0.39	0.13	1
	45	0.32	0.06	0.46
	30	0.28	0.02	0.15
	20	0.28	0.02	0.15
	15	0.27	0.01	0.08
	10	0.26	0	0
	8	0.27	0.01	0.08
	6	0.27	0.01	0.08
	4	0.28	0.02	0.15
5 直線形	90	0.46	0.09	1.0
	45	0.40	0.03	0.33
	30	0.39	0.02	0.22
	15	0.37	0	0
円弧	90	0.46	0.10	1.0
	45	0.39	0.03	0.3
	30	0.37	0.01	0.1
	15	0.36	0	0
6 直線形	90	0.39	0.18	1.0
	45	0.27	0.06	0.33
	30	0.23	0.02	0.11
	15	0.21	0	0
円弧	90	0.39	0.20	1.0
	45	0.23	0.04	0.2
	30	0.21	0.02	0.1
	15	0.19	0	0

摩擦損失が増加することによる。これらの関係は実験範囲内では Froude 数および断面の縮小割合に無関係に成り立つようである。

取り付け部を直線形にしたものと、円弧にしたものの差は、後者が前者に比して損失水頭が多少小さいが、実用的にはほとんど同じであると考えて差しつかえない。

以上により取り付け部の形状に関して、次のように結論される。

- (1) 取り付け部の角度としては、 $\theta = 15^\circ$ 付近が損失水頭が最も小さくて水理的に好ましい。
- (2) 収縮角度と形状損失水頭との関係は取り付け部の形状を直線形にしたものと円弧状にしたものとはあまり変わらない。
- (3) 非常に広いところから狭い水路に取り付ける場合には、 $\theta = 15^\circ$ の取り付け角度を与えると、取り付け部の長さが非常に長くなり不経済となる。この場合には(2.2.1)式で与えられる曲線形に作る方がよい。
- (4) 狭い方の水路幅を知って(2.2.1)式の曲線形とするためには図-2.2.11の関係をを用いればよい。
- (5) (3)に述べた場合でなくても、Froude 数が大きい場合には、はく離を生じやすいと考えられるから、取り付け部の形状を直線状とするよりは、(2.2.1)式の曲線形とした方が、より安全であると考えられる。
- (6) 図-2.2.12(a)に示した直線を用いて、取り付け角度と収縮係数の関係を求めると図-2.2.13のとおりとなる。

2.2.6 結 語

以上 本章においては、水路幅急縮部における流線の形、死水域、取り付け部の形状とこれらの関係、形状損失水頭などについて、実験的に研究を行ない、二次元ポテンシヤル流れの自由流線と対比させながら考察し、その二、三の特性を明らかにした。さらにこれらの成果を急縮部の水理計算法に適用して、その実用的な方法を示した。これらの研究の主な点をあげれば次のとおりである。

- (1) 断面急縮部においては流線が急変するが、これは原点を合わせれば二次元ポテンシヤル流れの流線とかなりよく一致する。これは流れの機構が二次元ポテンシヤル流れのそれに類似していることを示している。
- (2) 粘性のため上記の流線上の各点から乱れが拡散し、壁面に沿ってごくわずかの範囲乱れの及ばない死水域を生じるのみとなる。この死水域の大きさは、Froude 数および幅の縮小比 b_2/b_1 の関数になると考えられるが、実験の範囲 ($F_2 = 0.28 \sim$

0.7)に対しては Froude 数にほぼ無関係となり、 b_2/b_1 が支配的な影響を持つ。この関係は図 - 2.2.8 のとおりとなり、 b_2/b_1 が減少するにつれて x_0/b_2 は大きくなる。

(3) 急縮部においては上流側のかどおよび下流側に生じる渦により摩擦損失以外の損失水頭が生ずる。下流側に生ずる渦による損失水頭に比べて、上流側の渦によるそれは無視し得るほど小さい。下流側の渦による損失水頭は、収縮した水流が拡大することによる損失水頭であり、本文においてこの実用的な算定法を与えた。

(4) 収縮部に直線状取り付け部を設けた場合、取り付け角度と損失水頭との関係は図 - 2.2.12 に示すとおりとなる。損失水頭は角度が減少するとともに減少し、 $\theta = 15^\circ$ 付近において損失水頭が最小となるのは、はく離が生ぜず損失水頭が摩擦によるもののみとなることによる。また $\theta = 15^\circ$ より小さくなるにつれて損失水頭が増加するのは、断面が縮小することによる流速の増大に基因する。

(5) 取り付け部を直線状にしたものは、円弧にしたもの^とはほとんど同じである。また直線状取り付け部を設ける場合には $\theta = 15^\circ$ 程度が最も好ましい。

(6) 非常に広いところから狭い水路に取り付ける場合、直線形を用いると非常に長い取り付け部を必要とするので、この場合には(2.2.1)式で与えられる曲線形にすればよい。狭い方の水路幅を知つて(2.2.1)式の曲線形にするためには、図 - 2.2.11 の関係を用いればよい。

(7) 上に述べた場合でなくとも Froude 数が大きい場合には、はく離を生じやすいから、取り付け部を直線状とするよりは(2.2.1)式の曲線形とした方がより現実である。

参考文献

- (1) 茅田和男 : 開水路断面縮小部の水理に関する研究, 土木研究所報告発表予定。
- (2) Lad, Liskovec : Suitable inlet form of pressure conduits, Proceeding of I. A. H. R. 1955.

2.3 鉛直方向に縮小する場合、

-----幅厚せきの場合-----

2.3.1 緒言

鉛直方向に縮小する流れは、次のように分類される。

支配断面を生じない場合

- { 縮小部に丸みを有する場合 ----- (a)
- { 縮小部が角ばっている場合 ----- (b)

支配断面を生じる場合

- { 縮小部に丸みを有する場合 ----- (c)
- { 縮小部が角ばっている場合 ----- (d)

(a) の場合は流れは壁面からはく離せず、水理的に特に問題はない。

(b) の場合は実際問題としてほとんど見受けない。かりにこのような場合があっても、流れはせき上げ背水となるため、この部分には土砂が堆積して、角ばった影響が現われないのが普通である。したがって (b) の場合の水理は、實際上それほど重要ではない。

鉛直方向に断面縮小部を与える構造物としては、せきのような場合が多いが、(c)、(d) の水理はそれぞれせき幅の厚くない場合と厚い場合とで異なる。前者については加速度項が支配的であり、これについては従来数多くの研究がなされ解明を見ている。後者については加速度項と同様に摩擦の影響が重要な意味を持つ。この中、(c) の場合は、せきの上流端から境界層が発達するが、厳密には下流端は曲った流れとなり、圧力分布は静圧的とならないので、この影響があらわれて境界層発達過程は非常に複雑となる。しかし、いずれにしても、このようなせきでは境界層が流量係数に影響を与える。これに対して Ippen⁽¹⁾ が計算をおこない、Woodburn の実測値と比較している。

(d) の場合は上流端から流線がはく離し、その流線の最高位置が支配断面となる。このようなせきに対しては、従来十分な研究がおこなわれておらず、個々の実測資料は比較的多いが、これを一貫的に説明しうるものがない。(d) の場合としては、砂防

ダムなどがある。

このようなせきでは流量係数に影響を与える要素として、せき厚さの他に上流側および下流側ののり面こう配がある。上流側ののり面がゆるくなるにつれて、せき面のはく離が小さくなり、鉛直の場合に比べて流量係数は大きくなる傾向を持つ。また下流側ののり面の傾斜が急で自由落下となる場合は影響はないが、傾斜がゆるくなり、下流側ナツプが密着して流れるようになると、流量係数は減少し始める。このように幅厚せきの水理現象は、いろいろ境界条件によって影響され、それにより流量係数も変化し、十分に適用し得る流量公式がないのが現状である。したがって著者は鉛直方向に縮小する場合として、(d) の場合についてのみ述べる。こうした場合の流れは粘性の項を省略しても自由流線をもった重力の場におけるポテンシャル流れであり、その力学的取り扱いはいろいろ試みられているが、⁽²⁾いまだ十分な解明を見ていない。さらに、急縮点においてははく離を生じる場合には、この影響が加わるためより複雑になり、ますますその解明は困難になる。一方、実用的な目的から刃形せきの自由ナツプの形状などの水理特性は古くから数多くの実験的研究によって求められている。上に述べたようにナツプの形状を力学的な関係から理論的に求めることはなお今後に残された問題であるが、実測結果求められたナツプの形状は標準型ダム形状の決定や流量係数の算定といった実際問題に適用され、実用上の効果をあげている。

はく離を生じる流れでは、このはく離境界層の大きさが求まれば、その最高位置で限界水深が生じるから、流量係数が求まる。したがってはく離境界線がこうした場合の水理特性を示す重要な指標であると考えられ、実用上の観点から、上に述べたと全く同じように、はく離境界線を流量係数の算定に適用しよう。しかし現在のところ理論的に、はく離境界線を求めることはほとんど不可能であり、また実験的にもその境界を求めることはかなり困難である。そこで幅厚せきに対して、前のりこう配、せき高、越流水頭が等しい場合の刃形せきの下側ナツプの形状とはく離境界線との間になんらかの関係があれば、刃形せきの自由ナツプの形状を指標にとって、はく離境界線の影響をあらわすことができよう。

一般にナツプの形は周辺の圧力によって変化する。自由ナツプの場合は、周辺の圧

力は大気圧に等しく、幅厚せきでは大気圧よりも大きく、その量に応じて、ナップの形状、したがって流量係数も変化することになる。着者はこの圧力の変化がどのような指標によって定まるかを実験的に明らかにし、この指標と刃形せきの水理特性とを着者の行なった広範にわたって詳細な流量係数に関する実験結果に適用して、上流端が角ばっている幅厚せきの流量係数の公式を導こうとするものである。

さらに両側から縮流がある場合のような次元の場合について、流量係数の補正法に関する理論的研究を行ない、実験により確かめるつもりである。

これらの解明により、砂防ダムの通水断面の合理的な設計ができるばかりでなく、こう水量の実測の困難な山間溪流部の流量測定法として、これらのダムの利用が可能となる。このことは河川計画の上に貢献するところが大きいと考えられる。

2.3.2 刃形せきの水理

上に述べたように刃形せきを越流する流れの力学的取り扱いはいろいろ試みられているが、なお十分な解明を見ていない。一方実験的には古くよりかなり調べられ、そのナップの形についても Bazin, Scimemi および U. S. Bureau of Reclamation⁽³⁾ など数多くの測定値がある。

幅厚せきの水理の基準とする必要上、以下簡単に刃形せきについてのこれらの実験結果を取りまとめて述べる。図-2.3.1 に示すように、刃形せきの刃先から測った越流水頭を H 、速度水頭を h_s とすれば、 h_s/H の値が大きくなるほどナップは平坦になる傾向を持つ。またせき板のこう配の変化によってナップの形も変化し、傾斜がゆるやかになるほど、ナップの上昇高が減少する。しかしこの最高位置を合わせれば、ナップの形状はほとんど一致することが確かめられている⁽⁴⁾。したがってナップの形は、 h_s/H の関数としてあらわされる。Bureau of Reclamation の実験結果を用い、自由越流の下側ナップの水平到達距離 l と全水頭 H との比 l/H と h_s/H との関係を求めると、図-2.3.2 のようになる。

実測値は前面のりこう配が $X=0 \quad 1/3 \quad 2/3$ および 1.0 の場合についてであり、 $X=0.3$ および 0.5 の曲線は、これらの値から内挿して求めたものである。

つぎに流量係数の変化については、同じく Bureau of Reclamation の実測結果に

よれば,

$$Q = C_0 B \cdot (H - D)^{3/2} \quad (2.3.1)$$

としたときは, C_0 が $(H - D)/(H_d + D)$ の関数として表-2.3.1⁽⁵⁾ あるいは図-2.3.3 のようにあらわされる。ここに, D は下側ナツプの最大上昇高, Q は流量, B は

表 - 2.3.1.

$(H-D)/(H_d+D)$	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
C_0	2.200	2.180	2.157	2.136	2.115	2.096	2.077	2.057	2.038	2.018	1.998

越流幅をあらわす。このように整理した場合には, 流量係数 C_0 は上流側のり面こう配には関係しない。

また

$$Q = C'_0 \cdot B H^{3/2} \quad (2.3.2)$$

で C'_0 を定義すると,

$$C'_0 = C_0 \left(1 - \frac{D}{H}\right)^{3/2} \quad (2.3.3)$$

となる。幅厚ぜきでは越流水系をせき頂から測るから, 流量係数は (2.3.2) 式で与えられる。したがってこれに対比すべき刃形ぜきの流量係数として C'_0 を使用する。

(2.3.3) 式を用いて C'_0 を求めるためには, D の値を知る必要があるが, これは Bureau of Reclamation の実験結果から図-2.3.4 のように求められる。

一方 H_d/H は k_s/H の関数としてつぎのようにあらわされる。

$$\frac{H_d}{H} = \frac{C_0}{\sqrt{2g} \sqrt{k_s/H}} + \frac{k_s}{H} - 1 \quad (2.3.4)$$

(2.3.4) 式と図-2.3.3 および図-2.3.4 の関係から H_d/H と k_s/H の関係を求め, さらに図-2.3.2 の関係を用いると, l/H と H_d/H の関係は図-2.3.5 のようにあらわされる, 図-2.3.5 を用いれば, H_d および上流側のり面こう配から, 簡単に l/H が求められる。

2.3.3 上流端が角ばった幅厚ぜきの水理⁽⁶⁾

(1) 実験の説明。幅厚ぜきの水理を明らかにするため, いろいろの断面形に対して,

せき頂の圧力分布、流速分布および流量係数の実験を行なった。

せきの断面形状は従来砂防ダムに用いられてきた形状を検討した結果表-2.3.2に

表-2.3.2 実験に用いたせきの形状寸法

$x=0$							$x=0.3$							
L (cm)	10	10	10	10	10	5	22.5	22.5	22.5	22.5	9	9	6	6
H_d (cm)	45	30	15	10	5	45	45	33.5	22.3	10	45	10	45	10

$x=0.5$			
10	10	10	10
45	30	15	10

示すように下流側のり面こう配を2分，上流側のり面こう配をそれぞれ鉛直，3分および5分，せき頂の幅は5種類，せき高は最大45cmとし，上流側の底板を上下することによって各種のせき高を得るようにした。表-2.3.2に用いた記号は，図-2.3.6に示されたものである。

せきはモルタルで作り，表面はサンドペーパーおよび砥石仕上げとした。せき頂の中心線に沿って静水压測定用の内径1mmの孔が設けられ，マノメーターにより圧力測定を行なった。

使用した水路は幅60cm，高さ70cm，長さ18mの木製水路で，下流端に設けた長方形刃形せきにより流量が測定された。

測定した諸項目は，

- (a) 越流量
- (b) 越流深
- (c) せき頂における水面形
- (d) ピト管による流速分布
- (e) 静水压測定孔による静水压
- (f) 静水压測定窓による静水压分布

である。いま，(a)および(b)の測定から，

$$Q = C \cdot B \cdot H^{3/2}$$

(2.3.5)

によって、流量係数Cが表-2.3.3のように求められる。

表-2.3.3. 流量係数の実験結果

前のり3分 $\theta = 73^{\circ}18'$

$Q(L/sec)$	$H(cm)$	C	$Q(L/sec)$	$H(cm)$	C	$Q(L/sec)$	$H(cm)$	C	$Q(L/sec)$	$H(cm)$	C	$Q(L/sec)$	$H(cm)$	C
$L = 22.5cm$ $Hd = 4.5cm$ $B = 62.11cm$			$L = 22.5cm$ $Hd = 3.52cm$ $B = 62.11cm$			$L = 22.5cm$ $Hd = 2.27cm$ $B = 62.18cm$			$L = 22.5cm$ $Hd = 1.0cm$ $B = 62.18cm$			$L = 22.5cm$ $Hd = 1.0cm$ $B = 62.18cm$		
4.95	3.03	1.541	1.23	1.28	1.368	1.02	1.07	1.482	5.01	2.99	1.565	5.01	2.99	1.565
9.81	4.83	1.490	3.30	2.28	1.542	3.35	2.30	1.521	10.70	4.82	1.530	10.70	4.82	1.530
14.85	6.46	1.459	4.98	3.02	1.525	5.00	3.05	1.514	14.96	6.39	1.494	14.96	6.39	1.494
20.45	8.00	1.489	10.17	4.92	1.498	10.02	4.87	1.500	19.90	7.73	1.494	19.90	7.73	1.494
25.10	9.11	1.471	14.95	6.41	1.440	15.00	6.39	1.498	25.00	8.91	1.514	25.00	8.91	1.514
29.80	10.17	1.480	20.05	7.84	1.467	20.35	7.76	1.515	30.00	9.98	1.533	30.00	9.98	1.533
35.00	11.24	1.499	25.00	9.00	1.490	25.25	9.02	1.498	35.00	11.02	1.541	35.00	11.02	1.541
39.90	12.35	1.482	30.00	10.23	1.487	30.34	10.12	1.516	40.46	12.10	1.550	40.46	12.10	1.550
44.87	13.25	1.500	34.78	11.19	1.508	34.40	11.00	1.517	45.10	12.95	1.561	45.10	12.95	1.561
49.25	14.17	1.488	40.00	12.17	1.514	39.84	12.02	1.536	50.10	13.73	1.587	50.10	13.73	1.587
55.86	15.29	1.505	44.50	13.24	1.486	44.32	13.31	1.501	55.40	14.67	1.590	55.40	14.67	1.590
1.17	1.28	1.301	49.63	14.03	1.521	49.87	13.97	1.539	2.90	1.98	1.675	2.90	1.98	1.675
2.99	2.18	1.502	54.85	14.87	1.540	55.50	15.00	1.536	1.50	1.28	1.670	1.50	1.28	1.670
			59.76	15.79	1.532	60.36	15.80	1.550						
			65.24	16.64	1.541	64.60	16.49	1.550						

前のり 3 分 $\theta = 73^{\circ}18'$

$Q(L/sec)$	$H(cm)$	C	$Q(L/sec)$	$H(cm)$	C	$Q(L/sec)$	$H(cm)$	C	$Q(L/sec)$	$H(cm)$	C	$Q(L/sec)$	$H(cm)$	C
$L = 9 cm$	$Hd = 45 cm$	$B = 62.20 cm$	$L = 9 cm$	$Hd = 10 cm$	$B = 62.20 cm$	$L = 6 cm$	$Hd = 45 cm$	$B = 61.86 cm$	$L = 6 cm$	$Hd = 10 cm$	$B = 61.88 cm$			
1.22	1.32	1.299	1.25	1.09	1.786	4.95	3.00	1.542	4.94	2.98	1.558			
2.58	2.08	1.386	3.20	2.10	1.694	10.00	4.66	1.611	10.10	4.68	1.613			
5.00	3.04	1.520	4.96	2.89	1.621	14.98	5.92	1.675	14.33	5.95	1.665			
10.00	4.80	1.535	10.00	4.62	1.639	20.10	7.10	1.721	20.00	7.06	1.723			
14.92	6.26	1.536	15.19	6.09	1.632	25.00	8.00	1.789	25.00	7.94	1.807			
20.00	7.45	1.586	20.00	7.21	1.666	30.00	8.91	1.826	30.00	8.88	1.833			
25.00	8.46	1.639	25.02	8.24	1.715	35.00	9.62	1.902	35.00	9.69	1.877			
30.00	9.49	1.651	30.35	9.21	1.755	40.30	10.63	1.885	39.98	10.57	1.881			
35.00	10.28	1.710	35.71	10.22	1.759	43.95	11.22	1.895	44.86	11.35	1.897			
40.35	11.35	1.698	40.33	11.05	1.769	49.62	12.04	1.922	50.30	12.13	1.929			
45.35	12.05	1.753	43.83	11.68	1.775	54.63	12.73	1.953	55.05	12.88	1.926			
50.64	12.86	1.780	50.47	12.63	1.815									
54.95	13.47	1.790	55.30	13.37	1.821									
59.60	14.11	1.811	59.90	14.01	1.837									
64.50	14.85	1.817	64.50	14.79	1.827									

前のり 5分 $\theta = 63^{\circ}26'$

$Q(\text{L/sec})$	$H(\text{cm})$	C	$Q(\text{L/sec})$	$H(\text{cm})$	C	$Q(\text{L/sec})$	$H(\text{cm})$	C	$Q(\text{L/sec})$	$H(\text{cm})$	C
$L =$ 10cm			$B =$ 62.07cm			$B =$ 61.16cm			$B =$ 62.07cm		
$L =$ 10cm			$L =$ 10cm			$L =$ 10cm			$L =$ 10cm		
0.90	1.08	1.305	1.	1.24	1.190	1.23	1.27	1.400	1.52	1.33	1.600
3.08	2.22	1.502	2.5	2.07	1.374	3.35	2.29	1.557	3.00	2.06	1.639
5.00	3.05	1.515	4.0	2.77	1.422	4.90	2.96	1.550	4.92	2.88	1.623
10.04	4.81	1.536	5.0	3.23	1.411	10.02	4.76	1.555	10.05	4.66	1.611
15.00	6.26	1.544	10.0	4.97	1.480	14.88	6.15	1.574	15.00	6.08	1.612
20.00	7.50	1.570	15.0	6.36	1.533	20.00	7.40	1.603	20.00	7.30	1.635
24.90	8.46	1.631	20.0	7.57	1.575	25.02	8.42	1.651	25.00	8.22	1.710
30.00	9.49	1.654	25.0	8.65	1.610	30.00	9.32	1.699	29.74	9.18	1.723
34.92	10.53	1.645	30.0	9.62	1.648	34.86	10.26	1.708	35.05	10.14	1.751
40.25	11.30	1.707	35.0	10.50	1.684	40.70	11.25	1.736	40.07	11.01	1.765
45.37	12.17	1.722	40.0	11.26	1.736	45.04	11.98	1.747	45.65	11.87	1.804
50.32	12.98	1.722				49.75	12.48	1.818	50.66	12.69	1.810
55.57	13.77	1.751				55.02	13.44	1.801	54.88	13.34	1.826
60.13	14.31	1.788				60.40	14.21	1.818	59.60	13.96	1.845
64.65	15.00	1.792				65.01	14.82	1.840	65.00	14.66	1.869
$L =$ 10cm			$L =$ 10cm			$L =$ 10cm			$L =$ 10cm		
1.13	1.16	1.467	20.00	7.34	1.620	44.97	11.92	1.763			
2.71	1.98	1.592	25.00	8.34	1.661	50.30	12.88	1.758			
5.00	2.96	1.581	30.15	9.40	1.685	55.67	13.63	1.782			
10.00	4.73	1.565	34.80	10.17	1.732	60.48	14.25	1.811			
15.00	6.17	1.576	39.98	11.11	1.737	64.80	14.92	1.812			

前のり 鉛直 $\theta = 90^\circ$

$Q(\text{l/sec})$	$H(\text{cm})$	C	$Q(\text{l/sec})$	$H(\text{cm})$	C	$Q(\text{l/sec})$	$H(\text{cm})$	C	$Q(\text{l/sec})$	$H(\text{cm})$	C
$L = Hd = B =$			$L = Hd = B =$			$L = Hd = B =$			$L = Hd = B =$		
10.33cm	4.5cm	62.37cm	10.14cm	9.96cm	62.40cm	10.14cm	4.96cm	62.40cm	10.10cm	3.0cm	62.40cm
4.90	3.05	1.471	4.22	2.84	1.411	4.72	3.00	1.461	5.04	3.21	1.404
6.85	3.81	1.476	8.18	4.39	1.425	8.10	4.31	1.452	8.56	4.60	1.389
8.72	4.50	1.465	12.92	5.80	1.482	12.51	5.67	1.507	13.65	6.08	1.460
10.80	5.20	1.460	16.76	6.88	1.489	15.94	6.57	1.518	16.76	6.96	1.463
13.40	5.99	1.464	21.40	7.98	1.552	19.53	7.42	1.550	21.04	8.01	1.487
15.66	6.61	1.477	25.94	8.96	1.552	23.82	8.40	1.570	25.26	8.85	1.540
17.65	6.98	1.534	30.10	9.71	1.595	28.33	9.26	1.610	28.95	9.53	1.577
19.50	7.51	1.515	35.51	10.69	1.627	34.17	10.33	1.648	32.21	10.18	1.587
21.15	7.95	1.513	41.83	11.74	1.666				36.40	10.88	1.624
24.80	8.67	1.556	47.00	12.58	1.686				39.81	11.52	1.631
28.80	9.49	1.580	53.50	13.56	1.716				43.85	12.21	1.647
33.10	10.20	1.606	59.45	14.39	1.745				51.40	13.26	1.705
36.80	10.92	1.633							56.41	13.99	1.725
39.60	11.49	1.629							61.11	14.65	1.747
43.43	12.09	1.657									
46.54	12.63	1.662									
$L = Hd = B =$			$L = Hd = B =$			$L = Hd = B =$			$L = Hd = B =$		
10.10cm	14.9cm	62.40cm	10.10cm	14.9cm	62.40cm	5.20cm	4.5cm	62.37cm	5.20cm	4.5cm	62.37cm
3.87	2.74	1.367	4.268	12.03	1.638	6.15	3.116	1.530	23.50	7.63	1.787
7.47	4.20	1.391	47.01	12.68	1.667	7.15	3.80	1.547	24.60	7.83	1.800
12.03	5.63	1.445	51.18	13.33	1.683	9.12	4.41	1.581	26.93	8.27	1.812
17.00	6.93	1.493	57.08	14.21	1.706	10.90	4.92	1.602	28.50	8.54	1.830
22.34	8.26	1.507	62.64	14.93	1.739	12.45	5.33	1.622	29.80	8.74	1.848
27.92	9.44	1.543				14.20	5.77	1.643	32.05	9.06	1.885
33.30	10.36	1.600				16.75	6.32	1.690	33.62	9.32	1.893
37.04	11.04	1.618				18.08	6.60	1.709	36.36	9.77	1.864
						19.45	6.92	1.714	38.85	10.20	1.913
						21.30	7.23	1.760			

(2) セキ上の流速分布および圧力分布。セキ頂の縦断線に沿って測った流速分布の例を図2.3.7～図2.3.10に示す。図-2.3.7から図-2.3.9までは流量が 20 l/sec で、セキ頂の厚みが 6 cm 、 10 cm および 22.5 cm のセキに対するもので、いずれも上流端から境界層が発達していることがわかる。

セキの厚い場合には図-2.3.8に見られるように、上流端で底面の速い流速が次第に減速され、境界層の発達した開水路の流れのような流速分布に近づく。さらに下流では水流の段落ちによる曲りの影響で再び底面に近いほど加速され、上流端と似たような流速分布を示す。

図-2.3.10はセキの厚さが 10 cm で、 40 l/sec の流量の場合である。これと図-2.3.8と比較することにより、流量の多いほど、最高流速を示す位置が高くなることがわかる。しかし実測値からはく離境界線の位置を明確に定めることは困難である。

一方、セキ頂の圧力分布は図-2.3.11～図-2.3.15に示すとおりである。図-2.3.11～図-2.3.15は流量が 20 l/sec のときにセキの厚さを変えた場合、図-2.3.11～図-2.3.15はセキの厚さ 10 cm の場合に流量を変えた結果を示す。

これで見ると静圧的な三角分布をするのは、 $L=10 \text{ cm}$ および 22.5 cm の $Q=20 \text{ l/sec}$ のときにセキ中心部だけで、他はすべて流線の曲りの影響を受けていることがわかる。

(3) セキ上の圧力変化。セキの厚さが比較的薄く、ナップがセキにかからない場合にはナップの下側の圧力は大気圧であるが、セキの厚さが厚くなりナップにかかるようになると、速度水頭の一部は圧力水頭に変換し、これが上流に伝わるため、ナップの下側の圧力は大気圧より上昇する。

全水頭の中どれだけの部分が圧力水頭に変換するかは、

(a) 全ナップの中でどれだけの部分がセキにかかるか、

(b) ナップとセキ頂のなす角度、

の三つに關係すると考えられ³る。

全水頭の中どれだけの部分が圧力水頭に変換するかは、セキ頂に沿って測った $P/W.H$ の最小値で代表させることができる。また全ナップの中どれだけの部分がセキにかか

るかは、下側ナツプの水平到達距離 l とせきの厚さ L の比 l/L で示すことができる。

着者の実験による P/WH と l/L との関係は図-2.3.16のとおりである。せき高の等しいものは、せきの厚さに関係なく一本の曲線によって表わされるが、せき高が異なるにつれてばらつきは増える。このばらつきはせき高が小さくなり、ナツプとせき頂とのなす角が小さくなるにつれて P/WH が小さくなる傾向にあることがわかる。このことは P/WH が主として l/L の関数として表わされるが、さらに流線とせき頂とのなす角により二次的に変化することを示している。

2.3.4 幅厚せきの流量公式

せき頂の圧力によってナツプの形は変化すると考えられるから、のりこう配、越流水頭などすべての条件が等しい刃形せきの流量係数と幅厚せきの流量係数の比は、せき頂の圧力の関数になると考えられる。

前述のとおりせき頂の圧力と全水頭の比の最小値は l/L の関数となるから、刃形せきと幅厚せきの流量係数の比も l/L の関数として与えられるであろう。この関係は図-2.3.17に示すとおりほぼ一本の曲線によって表わされる。

図中 C は幅厚せきの流量係数で $Q = C \cdot B H^{\frac{3}{2}}$ によって計算したものであり、 C' は刃形せきの流量係数で(2.3.3)式によって求めたものである。

C' は従来の研究でかなりよくわかっているので、図-2.3.17の関係から幅厚せきの流量係数を求めることができる。

図-2.3.17の関係で点が多少分散しているのは、せき高の低い場合に対するもので、これは図-2.3.16において指摘したように l/L のみでは完全に P/WH の変化を表わすことができないのに対応している。

2.3.5 流量公式に対する3次元の補正

以上は2次元的な流れをとり扱ったが、実際にはせきの両側から縮流する3次元的な流れ方をする場合が多い。

このような場合にはその影響を考慮して、2次元的に求めた流量係数を補正しなければならない。

とくに砂防ダムのようにせきの流入部の両側が角ばっている場合には、縮流の度合

が大きいので、補正すべき量も大きくなる。

この補正量は接近水路の幅とせき幅の比、全水頭とせき幅の比などにより変化すると考えられるが、従来これらについての関係は明らかにされていない。

著者は次に示す方法により、補正量の一般式を求めた。

いま、3次元の場合の流量係数 C_n を

$$Q = C_n \cdot B \cdot H^{3/2} \quad (2.3.6)$$

で定義する。図-2.3.18でわかるように、流れは両側から収縮し、限界水深の生じている断面(下側ナップの最高となる断面)では、流水の幅 b は B よりも小さい。

$$\text{いま, } Q = C \cdot b \cdot H^{3/2} \quad (2.3.7)$$

で C を定義すると、この値は2次元の流量係数に等しいと考えられる。したがって3次元と2次元の流量係数の比 C' (3次元の補正量とよぶ) は、(2.3.6) (2.3.7) 式から

$$C' = \frac{C_n}{C} = \frac{b}{B} = 1 - 2 \frac{y_m}{B} \quad (2.3.8)$$

で表わされる。ここに、 C' は1より小さい値である。

したがって b/B を求めれば、補正量が求まる。 b/B の値は W/B , H/B および流入口のとりぐあいに関係し、一般的に求めることは困難である。すなわち、このような箇所の流れは重力の場における3次元的な流れであるので、厳密に b/B を求めることは困難である。したがってここでは、近似的に、二次元における普通の流出口としての取り扱いを行ない、その結果求められた補正量と実測値によるそれとを比較して、この考え方がどのように適用されるかを調べてみよう。

普通の流出口からの流線の方程式は、図-2.3.18を参照して、

$$\left. \begin{aligned} x/y_0 &= \log_e \left(-\cot \frac{\theta}{2} \right) - \cos \theta \\ y/y_0 &= 1 + \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2.3.9)$$

$$\text{ここに, } \theta = -\frac{\pi}{2} \sim 0$$

で表わされる。また

$$y_0 = 0.195B, \quad b_0 = 0.61B \quad (2.3.10)$$

である。

(2.3.9) 式より x/y_0 と y/y_0 との関係は図-2.3.19に示すとおりである。(2.3.8) 式, (2.3.10) 式より

$$C' = 1 - 0.39 \frac{y_m}{y_0} \quad (2.3.11)$$

として, 3次元の補正量を求めることができる。

また, y_m の断面の位置は

$$\frac{x_0}{y_0} = \frac{x_0}{l} \cdot \frac{l}{H} \cdot \frac{H}{y_0} = 5.13 \frac{x_0}{l} \cdot \frac{l}{H} \cdot \frac{H}{B} \quad (2.3.12)$$

で与えられる。ここに, x_0/l , l/H は刃形せきの下側ナップの形状特性から求めることができる。

図-2.3.19および(2.3.11), (2.3.12)式により C' を求めることができる。その方法はまず, (2.3.12)式により x_0/y_0 を求め, 次に図-2.3.19よりそのときの y/y_0 の値 y_m/y_0 を知り, (2.3.11)式に代入して C' を求める。この場合, (2.3.12)式の各項の中もっとも大きく変化するものは H/B であるから, C' は主として H/B の関数で表わされる。そして H/B が大きくなるほど C' は小さくなり, 3次元の影響が大きく表われることがわかる。

x_0/l , l/H などは前のりこう配および h_s/H により多少変化するもので, H/B の他にこれらの値も C' に影響することがわかる。なお x_0/l , l/H と前のりこう配および h_s/H との関係は U.S. Bureau of Reclamation によって実験的に求められている。

次に3次元の補正に対する実験的研究として図-2.3.20の形の砂防ダムについて, B_0 および H をいろいろ変えて流量係数 C_n を求めた結果を表-2.3.4に示す。 q は単位幅当りの流量で,

$$q = \frac{Q}{B} = \frac{Q}{B_0 + H_1} \quad (2.3.13)$$

で求め, また C は前節に示した方法で求めた。

実測値について C' と H/B の関係は, 図-2.3.21のごとく $B_0/W < 0.48$ の範囲の資料について B_0/W に無関係に一つの曲線により表わされる。図-2.3.21の破線は実測値の平均値を表わす。

前のりこう配5分, $h_s/H \approx 0$ に対して U.S. Bureau of Reclamation の資料は,

表 - 2. 3. 4
 $W = 260 \text{ cm}$ $L = 15 \text{ cm}$ $Hd = 65 \text{ cm}$ 前のりこう配5分

Q (l/sec)	B (cm)	q (cm^3/sec)	H ₁ (cm)	H (cm)	C _n	C'	Q (l/sec)	B (cm)	q (cm^3/sec)	H ₁ (cm)	H (cm)	C _n	C
$B_0 = 12.5 \text{ cm}$													
3.05	126	24.1	1.34	1.34	1.505		3.05	107	28.6	1.60	1.60	1.375	
5.00	127	39.4	1.94	1.94	1.458		5.00	107	46.6	2.18	2.18	1.434	
10.10	128	78.8	3.05	3.05	1.487	0.994	10.10	108	92.4	3.43	3.43	1.455	0.969
20.17	130	155.2	4.80	4.80	1.478	0.975	20.17	110	183.2	5.44	5.44	1.443	0.949
39.97	132	301.6	7.49	7.49	1.470	0.958	39.97	113	352.4	8.37	8.37	1.456	0.947
60.15	135	446.5	9.63	9.63	1.473	0.942	60.15	116	519.7	10.70	10.70	1.481	0.947
71.80	136	528.1	10.84	10.84	1.528	0.969	71.80	117	613.6	11.96	11.96	1.500	0.932
80.35	136	588.8	11.40	11.40	1.550	0.957	80.35	118	682.2	12.74	12.74	1.519	0.915
100.1	138	732.0	13.04	13.04	1.510	0.903	100.1	119	837.5	14.47	14.47		
120.0	140	859.0	14.73	14.73									
$B_0 = 8.5 \text{ cm}$													
3.05	86.9	35.2	1.88	1.88	1.364		3.05	65.7	46.45	2.17	2.17	1.451	0.929
5.00	87.5	57.2	2.47	2.47	1.477		5.00	66.6	75.20	3.08	3.08	1.392	0.951
10.10	88.8	113.6	3.83	3.83	1.515	1.005	10.10	68.2	148.20	4.66	4.66	1.468	0.929
20.17	91.2	221.2	6.17	6.17	1.416	0.947	20.00	70.8	282.5	7.32	7.32	1.427	0.935
39.97	94.5	422.8	9.54	9.54	1.433	0.925	39.97	74.5	536.2	11.02	11.02	1.466	0.867
60.15	97.2	619.1	12.16	12.16	1.456	0.915	60.15	77.6	755.2	14.08	14.08	1.430	0.886
71.80	98.7	727.0	13.72	13.72	1.429	0.871	71.80	78.1	816.2	14.55	14.55		
80.35	99.3	808.4	14.32	14.32	1.489	0.898							
$B_0 = 11.4 \text{ cm}$													
3.00	116.7	64.24	2.71	2.71	1.428	0.955	2.88	27.0	106.5	4.03	4.03	1.310	0.868
4.95	47.7	103.8	3.70	3.70	1.459	0.969	5.00	28.4	175.87	5.44	5.44	1.385	0.911
10.10	49.8	202.9	5.78	5.78	1.459	0.957	10.10	31.1	324.55	8.11	8.11	1.405	0.914
20.17	52.9	381.2	8.88	8.88	1.446	0.938	20.17	35.0	578.3	11.96	11.96	1.402	0.883
39.97	57.3	685.5	13.27	13.27	1.420	0.875	39.97	36.5	684.7	13.50	13.50	1.381	0.847
49.95	59.0	847.0	14.97	14.97	1.460	0.876	49.95	38.3	833.6	15.29	15.29	1.398	0.832

$x_0/l = 0.36$, $l/H = 0.56$ である。これと(2.3.12)式および図-2.3.19から C' を求めると、図-2.3.21 に示すとおりとなる。理論曲線は刃形ぜきの場合であり、実測値は台形断面をした幅厚ぜきの場合であるにもかかわらず、両曲線は同様な傾向を示す。理論曲線の C' はわずかに小さい(2%程度)が、この程度では実用上差しつかえないものと考えられる。このことから次のようにいえる。

(1) 3次元の補正は(2.3.11)式、(2.3.12)式および図-2.3.19を用いて行なうことができ、主として H/B の関数となる。

(2) 台形断面はそれと同面積の長方形になおして取り扱って差しつかえない。

2.3.6 結 語

本章においては、鉛直方向に縮小する場合として、特に水理的に問題のある上流端が角ばっているせきの水理について述べたが、明らかにされた主な事項は次のとおりである。

- (1) せきの上流端が角ばっているものは、流線がはく離し、この領域の大きさは、このような場合の水理特性を定める重要な要素であると考えられる、
- (2) はく離領域を理論的に求めることは困難であり、また実験的にも明確に定めがたいが、刃形ぜきの自由ナツプと領域内の圧力を指標にとることができる。
- (3) 刃形ぜきの自由ナツプの形状は U. S. Bureau of Reclamation において図-2.3.2 および図-2.3.4 のように求められているが、図-2.3.2 を実用上便利な形で表わすと、図-2.3.5 のようになる。
- (4) はく離領域内の圧力とその奥の静水圧の比の最小値は図-2.3.16 に示すように l/L の関数となる。
- (5) 幅厚ぜきの流量係数は、それと同じ越流水頭を持つ刃形ぜきの流量係数を基準にし、図-2.3.17 に示すように主として l/L の関数で表わされる。
- (6) 流量係数に対する3次元の補正量は理論的に(2.3.11)式、(2.3.12)式および図-2.3.19により計算され、主として H/B の関数となる。実測の結果は理論値とかなりよく一致し、十分に使用し得る方法であることがわかる。
- (7) 以上により、3次元の幅厚ぜきの任意の形状に対して流量係数を計算することが

できる。

参考文献

(1) A. T. Ippen : channel transitions and controls , Engineering Hydraulics . edited by, H. Rouse, John Wiley & Sons Inc. New York, 1950.

(2) 飯田一規 : せきによる流量測定に関する研究, 京都大学修士論文.

昭和 35 年 3 月

(3) U. S. Bureau of Reclamation : Studies of crests for overfall dams, Boulder Canyon project, Final Report, 1948.

(4) 岩崎敏夫 : せきと水門, 応用水理学中 - p. 136, 丸善

(5) 同 上, p. 138.

(6) 吉川秀夫, 芦田和男, 土屋昭彦 : 幅厚せきの流量係数に関する研究,

土木研究報告 103 号 昭和 34 年.

2.4 断面縮小部の水理の適用に関する研究

2.4.1 緒言

洪水流排除のための人工水路や河川構造物に伴う断面縮小部に前章の成果を適用すれば、それらの水理設計や水理計算を合理的なものにすることができるが、本章においてはそれらの実例について具体的に説明する。

まずオ1節において人工水路に含まれる断面縮小部の設計法について述べ、さらにその設計例として狩野川放水路の場合について説明する。河川構造物に伴う断面縮小部としては、水門などのように水路幅を縮小するものと、せきのように鉛直方向に縮小するものがあるが、前者の例として2,3の水門について水理設計を行ない、模型実験によりその検討を行なったことがあり、また後者の例として砂防ダムのように上流端がかどばっている場合のせきの水理計算法を研究し、現地の実測値によりその適合性の検討したことがあるので、前者についてオ2節、後者についてオ3節で説明する。

2.4.2 人工水路に含まれる断面縮小部の設計法。

(1) セン移区間の設計法。

断面縮小部を急縮させることは、前記したとおり水理的に好ましくないので、セン移区間を設けるが、その設計法について述べる。この場合に必要な資料は、上下流の平面形、横断形、水路こう配、水路の粗度および流量である。これらの資料を用いてセン移区間を設計する際に定めるべき諸元は、セン移部の長さ、平面形状、断面形の变化の型および河床高であり、以下それらについて順次述べる。

(A) 長さ。セン移区間の諸元の中最も重要なものである。この長さはセン移区間の上流端と下流端とを結ぶ直線と水路軸とのなす角度によって表わすことができるが、2.1において述べたように、この角度 θ が 15° 付近のときにははく離が生ぜず、また損失水頭が最小となる。したがって $\theta = 15^\circ$ 程度の長さがもっとも好ましいといえるが、実際には $\theta = 10^\circ \sim 20^\circ$ の範囲内では $\theta = 15^\circ$ の場合と大差がないことが知られているので、この範囲で設計すればさしつかえないであろう。なおこの角度は境界の形状を極端な形にしない限り、すなわち直線形、円形の一部、滑らかなる曲線、放物線などを

用いる限り、変わらないと考えられる。

(B) 平面形状。平面形状は上下流端で境界の接線と一致するようななめらかな曲線形が望ましいが、このような形はS曲線となって施工は困難であり、施工の点からは直線形がよい。上記の長さにすれば、直線形でも差しつかえないから、しいて施工の困難なS曲線とする必要はない。ただし Froude 数が大きい場合には、安全を期するために上下流端に多少の丸みをつけ、なめらかに接続するように配慮することが望ましい。

(C) 断面形の変化の型。台形断面から長方形断面または円形断面などに変化させる型として、1.3において述べたように3種類が考えられる。Hinds と Scokey によれば、これらの三つの型の中、円柱型とくさび型は流速の大きなところにはあまりすすめられない。なお、これらの3型式とも常流に対してのみ適用されることはいうまでもない。

円柱型およびくさび型の適用範囲は、Froude 数にしてほぼ0.5までとされている。一方製作の観点から見ると、小さい構造物に対しては円柱型が最も適当であり、より大きな構造物にはくさび型が、さらに大きな構造物に対してはねじり型が適しているとされている。しかしいずれの型式の場合でも、せん移区間の長さが適切でなければ、好ましい結果が得られないから、長さの選定を第一義と考え、決定された長さの中でどのような型式を選ぶかは次に考えるべきであるが、その際の大体の基準は上記のとおりである。

(D) 河床高。河床高は水路幅の縮小の割合、すなわちせん移部と関連して決定しなければならない。

せん移部の形状の設計原理は、同区間の水面形が滑らかな曲線形になるようにすることである。(A)~(C)によってせん移部の断面形状を定め、それに対して水面形が滑らかな曲線になるように河床高を定める。このようにして求めた河床高が滑らかな曲線でない場合には、断面形の方を多少修正する必要がある。

(E) 設計上の注意事項。以上により断面縮小部のせん移区間の諸元の設計を行ない得るが、要は必要な区間内において断面積、形状、こう配などをゆるやかに変化させ

ることである。せん移部の1部に局所的な断面急拡大を生じるようなことは厳にさけるべきである。これはこの点において射流を生じ、水流がいらじるしく乱される恐れがあるからである。

(2) 設計例。

着者は断面変化を含む狩野川放水路の水理設計を行なったが、その中の断面縮小部のせん移区間の設計について説明しよう。狩野川放水路の概要は、断面拡大部のせん移区間の設計例のところで述べたとおりである。

(A) せん移区間長。オノトンネルおよびオストンネルの入口せん移部の形状を図-2.4.1 (a), (b) に示す。せん移区間の長さは $l_1 = \Delta b / \tan \theta$ であり、この場合には $\Delta b = 18 \text{ m}$ 、 θ は (1) に述べた設計法により、 $\theta = 20^\circ$ とすると、 $l_1 \div 50 \text{ m}$ となる。したがって両トンネルともせん移区間長を約 50 m とした。

(B) 平面形状。トンネルの境界線に接し、必要なせん移区間の長さを与えるように、 $y = ax^2$ であらわした二次曲線を用いた。ここに、 $a = \Delta b / l_1^2$ である。

(C) 断面形の変化の型。開水路の台形断面からトンネルの直壁までねじり型の変化を与えた。このようにしても、この場合には長方形断面からトンネルの半円形断面に不連続に変化するので、これをトンネル内で漸変させた。その区間の長さ l_2 は

$$l_2 = \Delta b / \tan \theta = \frac{b}{\tan 20^\circ} \div 16 \text{ m}$$

として求め、この区間内で直線的に変化させた。

(D) その他の注意事項。トンネルには中心深さ 50 cm の円弧形インバートがあり、このために断面急拡大するので、これを上流にかなりゆるやかにすりつけた。すりつけの角度は約 2° とした。

(E) 河床高。河床こう配がトンネル部から開水路までほぼ直線的に変化するように河床高をきめた。

(3) 模型実験による検討。

上記の設計案に対してオノトンネルは $\frac{1}{40}$ 、オストンネルは $\frac{1}{20}$ の縮尺で模型実験

を行ない、設計の良否の検討したが、非常に良好なことが知られた。なお不適切な設計の場合とどのような差があるかが水理実験により明らかにされているので、それについて以下に説明しよう。

長方形断面から半円形断面に断面形を急変させると、トンネル入口で一たん収縮した流線が急拡し、急激な水位上昇をおこす。これが波状をなしてトンネル内に次ぎ次ぎに現われる。このことは維持管理上好ましくなく、またこのような現象が発生すると、入口の損失水頭が大きくなり、上流水位をせき上げる。入口の断面形が急変する場合と漸変する場合とで、トンネル入口上流の水位がどの程度異なるかを示すと図-2.4.2のとおりである。図-2.4.2の測点の位置は図-1.3.2に示したとおりである。同一の下流水位に対して、断面形を漸変させた方が25cm程度上流の水位が低くなり、その効果が十分わかる。

またインバートによる断面急拡部を前述のごとく漸変させたものの差を示すと図-2.4.3のとおりである。(横軸のNo.の位置は図-1.3.2に示したとおりである)。同一の流量および下流水位に対して、(a)は急変、(b)は設計案のとおり漸変させた場合であるが、トンネル入口部で(a)の水位上昇が大きいのにに対して(b)はほとんどなく、漸変の効果を十分知ることができる。なお同図にマノメーター、ポイントゲージとあるのは測定方法を示し、前者は底面の圧力をマノメーターに導いて水位を求めたのに対し、後者はトンネルの天端に設けた小孔からポイントゲージにより直接測定したものである。(a)図に見るごとく波状跳水が大きくなるにつれて両者は一致しないようになる。これは水面の曲りのため圧力が静圧分布とはならず、底面からマノメーターに導かれるものは実際の水位よりもこの圧力の違いだけ異なつて表われるからである。このことは、図-2.4.3(a)の資料について、トンネル内の圧力分布と静水圧よりの減少量を示す表-2.4.1のとおり、静水圧よりの減少量だけマノメーターによる水位が実際の水位よりも低く表われていることによつても知ることができる。

表-2.4.1 トンネル内の圧力分布

場所 水深 h (cm)	右 M1-1		右 M1-2		右 M1-3		左 M1-1		左 M1-2	
	圧力 (cm)	静水圧よりの減少量 (cm)	圧力 (cm)	静水圧よりの減少量 (cm)	圧力 (cm)	静水圧よりの減少量 (cm)	圧力 (cm)	静水圧よりの減少量 (cm)	圧力 (cm)	静水圧よりの減少量 (cm)
0	17.20	0	18.25	0	16.65	0	17.75	0	18.75	0
5	16.50	+ 0.70	16.95	+ 1.30	16.20	+ 0.45	17.20	+ 0.55	17.60	+ 1.15
10	15.80	+ 1.40	16.60	+ 1.65	16.70	- 0.05	16.60	+ 1.15	16.75	+ 2.00
15	15.15	+ 2.05	14.75	+ 3.50	16.45	+ 0.20	16.15	+ 1.60	16.15	+ 2.60
20	14.20	+ 3.00	14.30	+ 3.95	14.45	+ 2.20	15.80	+ 1.95	15.80	+ 2.95
25	14.15	+ 3.05	14.15	+ 4.10	14.30	+ 2.35	15.15	+ 2.30	15.40	+ 3.35
30	13.95	+ 3.25	14.15	+ 4.10	14.05	+ 2.60	15.25	+ 2.50	15.25	+ 3.50
32	14.05	+ 3.15			14.10	+ 2.55			15.05	+ 3.70
33			13.65	+ 4.60			15.50	+ 2.50		
	左 M1-3		左 M2-1		左 M2-2		左 M2-3		左 M3-1	
0	17.95	0	13.60	0	14.65	0	13.55	0	11.90	0
5	16.95	+ 1.00	14.10	- 0.50	14.30	+ 0.35	13.25	+ 0.30	11.85	+ 0.05
10	16.30	+ 1.65	13.95	- 0.35	14.05	+ 0.60	13.45	+ 0.10	11.95	- 0.05
15	15.85	+ 2.10	13.95	- 0.35	14.10	+ 0.55	13.30	+ 0.25	11.95	- 0.05
20	15.20	+ 2.75	13.75	- 0.15	14.00	+ 0.65	13.25	+ 0.30	11.95	- 0.05
25	14.85	+ 3.10	13.65	- 0.05	13.65	+ 1.00	13.00	+ 0.55	11.75	+ 0.15
23			13.70	- 0.10	13.60	+ 1.05	12.70	+ 0.85	11.95	- 0.05
30	14.55	+ 3.40								
32	14.80	+ 4.15								

	左 M3-2		左 M3-3		左 M4-1		左 M4-2		左 M4-3	
0	11.95	0	11.10	0	8.35	0	8.25	0	8.50	0
5	11.95	-0.45	11.05	+0.05	8.25	+0.10	8.15	+0.10	8.30	+0.20
10	11.30	-0.50	11.20	-0.10	8.35	0	7.95	+0.30	8.10	+0.40
15	11.85	-0.55	11.25	-0.15	7.85	+0.50	8.15	+0.10	8.00	+0.50
20	11.20	-0.55	11.15	-0.05	7.75	+0.60	7.85	+0.40	7.85	+0.65
25	11.85	-0.45	11.15	-0.05	7.75	+0.60	7.85	+0.40	7.80	+0.70
26			11.15	-0.05						
28	11.70									
	左 M5-1		左 M5-2		左 M5-3					
0	6.70	0	7.75	0	7.75	0	註記 1. 流量 806 m ³ /sec 2. 圧力 P はピットー管の静圧のみ 3. 減少量は減少量ある場合 4. M1, --- M5 は測定断面の位置を表わし 図-2, 4.3 に示してある。 5. M1-1, M1-2, M1-3 などは M1 断面内における測点の位置をあらわしをれぞ れ左側(中央から左へ約 1.5m), 中央, 右側(中央から右へ約 1.5m) である。			
5	6.85	-0.15	7.55	+0.20	7.25	+0.50				
10	6.90	-0.20	7.35	+0.40	7.05	+0.70				
15	6.85	-0.15	7.30	+0.45	6.98	+0.77				
20	6.55	+0.15	7.15	+0.60	6.70	+1.05				
25			6.80	+0.95	6.55	+1.20				
27	6.35	+0.35	6.90	+0.85						
28					6.35	+1.40				

2.4.3 水門など水路幅を縮小する構造物の水理設計法

(1) 設計上の問題点。

水門など河川に設ける構造物は一般に治水と利水の両目的をもっており、それぞれの機能を十分満足するように設計しなければならないが、それを遂行するためには、その基礎として次の事項を明らかにする必要がある。

(a) これらの構造物をとおしての水理計算法、

(b) 水理的に適切な形状、

(c) 河床保護や護岸をすべき範囲。

本節においては、これらについて断面縮小部および拡大部の水理を適用して、その設計法を述べる。一般に構造物は断面を縮小し、さらに拡大するものであるので、(a) に対しては縮小、拡大面部分の水理計算法を適用しなければならない。また(b)の中、橋脚の形状や配置に関しては石原博士^{1,2,3,4)}の詳細な実験的研究により、その適切な設計法が明らかにされているので、本文においては構造物により縮小される断面の前後の取り付け部の形状の設計法について述べる。(c)については橋脚のごく近傍の局所洗堀に関しては従来よりかなり研究されているが、一つの安定状態にある区間に人工構造物などにより断面の縮小を与えると、その影響範囲内の河床は新しい安定状態を求めて変化し、構造物の近傍のみの保護では十分でないと考えられる。本文においてはこのような観点から河床の保護範囲について述べる。

着者は2, 3の水門について上の設計法を適用し、さらに模型実験によりそれが妥当なことを確かめた。

(2) 取り付け部の形状。

水門などの構造物を設ける断面においては、経済的な観点から水路幅が狭められるのが普通である。この場合、前後の断面と法線を急激に取り付けることは水理的に好ましくなく、適当な取り付け区間を必要とするが、その方法は断面拡大部および縮小部の水理を適用して求めることができる。以下拡大部分と縮小部分とに分けて説明する。

(A) 拡大部分に対して

(a) 拡がり角 θ を $8^{\circ} \sim 10^{\circ}$ 程度にするのが水理的に最も好ましい。

(b) 拡がりの形は直線形でも差支えないが、上下流端で、接線の方角を流向に一致させるように直線形を多少修正した滑らかな曲線とする方がさらによい。

(c) 水門の鉛直壁から上下流水路ののりこう配を持った壁への変化は、ねじり型せん移のように滑らかに行なうことが望ましい。

(d) ピヤの下流側は拡がり角度を $8^{\circ} \sim 10^{\circ}$ 程度にすると、非常に不経済となるので、さらに大きな拡大角が用いられるが、この場合でも $\theta = 30^{\circ}$ 以上では急拡の場合と水理的にほとんど同じであるので、設計に際してこの点を注意する必要がある。

(B) 縮小部分に対して

(a) 直線状の取り付け部では、縮小角 θ を 15° 程度にするのが水理的に最も好ましい。

(b) 同一の θ に対して、取り付け部の形状が円弧の場合と直線形の場合とでは水理的に大差がない。

(c) 縮小部が非常に大きい場合には、取り付け部を直線形とすると壁の長さが非常に長くなるので、施工は困難であつても滑らかな曲線形として取り付け部の短小を計るべきである。この形は図-2.2.11に示した噴出流の形状に合わせることが望ましい。

(d) 断面形のせん移はねじり型が望ましい。

以上の方法を用いて行徳水門の設計を行なった、(図-2.4.6(3))。拡がり角度は $\theta = 10^{\circ}$ とし、上、下流端は流向に合わせ、拡がり形状は直線形を多少修正した。縮小角度は上記設計法に示した角度より多少小さいが、下流と対称形に近い値 $\theta = 12^{\circ}$ とした。のりこう配の変化は上下流ともねじり型とした。模型実験^{*}の結果上記設計により水理的に好ましいことが知られた。

以上の他設計上の注意事項について述べる。

*模型実験は縮尺 $\frac{1}{50}$ モルタル仕上げの固定河床、粗度係数($n_{実} = 0.020$, $n_{模} = 0.0104$)、両側の高水敷に固定せき、中間の低水路に水門がある。水門は平時は閉め、防潮および水道用水の取水位を確保し、洪水時は全開して洪水流の流下をはかる。実験はすべて水門扉を開放して行なった。

(1) 水門部分において、水門のピヤによる断面の縮小部に見合うだけ水路幅を拡げることがあるが、このような設計においては上流から下流に向い断面の拡大するところを生じ、この箇所において水面は逆こう配となる。この逆こう配のところは土砂堆積が予想され、これは水門の機能を妨げる原因となり、また一部の水門は上流の法線の陰となり、それを流通する流量が少なく不経済であるばかりか、土砂の堆積は特にはげしいと考えられる。したがってこのような設計はさけた方がよい。土木研究所で行なった日光川水門模型実験^{(6)**}によっても、この点が明らかにされた。同水門のオノ案は図-2.4.4に示すとおり、水門およびその上下流の部分で高水敷はなく、断面がなく作られている。水位の測定結果の1例は図-2.4.5に示すとおり、水門の上流150m付近から下流に逆こう配となるが、これはこの奥で断面積が下流に拡大していることによる。この逆こう配のところには上記のとおり土砂堆積が予想される。また両側の水門それぞれ水門は上流の高水敷の陰になり、それを流下する流れは非常に少ない。以上の点を改良してオス案とした。この案は左岸側の水門を裁らし、右岸側をそのままとしたものであるが、実験の結果 まだ十分でないことが知られたので、オス案に示すとおり、長方形水路に水門を設けることにした。この結果以上の諸点が改められた。

(2) 低水路に水門を作り、高水敷に床固めやせきなどを作る場合が多いが、このような場合には床固めやせきなどはなるべく水流に直角とし、かつ水門の中心線に合わせて、越流水が水門に影響を与えることをさけるべきである。この問題に関する1例として行徳水門の場合⁽⁷⁾を示す、同水門付近の平面形状のオノ～オス案を示すと、それぞれ図-2.4.6(1)～図-2.4.6(3)のとおりである。オノ案は旧固定せきを補修して使用しようとするもので、水門の中心線と一致しない。オス案はオノ案の固定せきと低水路の取り付け部のでっぱりを除去したものである。オス案は固定せきを全く改

**縮尺 $\frac{1}{30}$ モルタル仕上げの固定河床。塩害防止および高潮防止のための水門で、このときには扉を閉めて洪水流を1時上流部に野め、海の水位が低くなったときに扉を開いて放流する。実験はすべて水門扉開放して行なった。

造し、水門中心線（厳密には橋梁の中心線）に一致させる案である。

それぞれの案に対して固定せきと低水路との取り付け部付近（測点の位置は図-2.4.7(1)～図-2.4.7(3)に示す）の水位および流速を測定したが、水位の測定値を図-2.4.8、流速の測定値を図-2.4.9に示す。ヤ1案、ヤ2案においてはなほだしい水面の波動があらわれ、その波高は流量および場所にもよるが、最大1.0m程度である。これに対してヤ3案は水面の波状がほとんど生じないし、また流速もヤ3案が最もおそい。以上のことにより床固めやせきなどの設計に際して水流に直角にし、かつ構造物の軸線を合わせるとの効果を十分知ることができる。

(3) 河床保護工の範囲。

断面縮小構造物は流速を大きくするから、適切な河床保護を行なうことは、構造物の設計において大切である。この河床保護の範囲を合理的に決定するためには、構造物設置に伴う水流に対する影響範囲について考察しなければならない。これには、

(a) 構造物近傍の局所洗堀、

(b) 構造物によりはやくなった流速の水頭が水位の水頭に変化する区間（構造物の影響区間）内の河床洗堀、

の二つがあり、(a)は直接構造物の安全をおびやかすものであり、橋脚の形状および水流に対する配置を適切にして洗堀力をできるだけ軽減するように心がけるべきであるが、それでもなおかなり洗堀される恐れがあるから、河床の直接保護をすべきである。その範囲に対して従来かなり研究されている。例えば石原博士⁽¹⁾は実験結果にもとづいて、その範囲を示している。

(b)は(a)に比べて洗堀される量は小さいが、その範囲はかなりない。一般に一つの平衡状態にある区間に人工構造物などによって断面の縮小を与えると、その影響範囲内の河床は新しい平衡状態を求めて変化する。このような変化がおこれば、構造物の近傍のみの保護だけでは安全でない。したがって(b)の範囲についても河床保護を行なう必要があるが、これに対しては断面縮小部および拡大部の水理で明らかにした構造物の影響域の結果を用いることができる。どの程度の流速に対してはどのような強度の河床保護工を行ふべきかは今後の問題として残し、いまその範囲と一般的な考

え方について考察しよう。図-2.4.10において L_D は水流が全断面に広がるに要する区間で、この区間は特に流れがはやく、強固な河床保護を行なう必要があり、

$$L_D = l_D \quad (2.4.1)$$

として、その長さを求めることができる。 l_D は Δb が与えられると図-1.1.4により求めることができる。この際 $\frac{h_2 - h_1}{h_2}$ の値を知る必要があるが、これは Froude 数および幅の広がり度により変化する。一般に Froude 数が大きくなるほど、 l_D は長くなるが、実際には Froude 数は下流水位や流量に応じて変化するもので、安全側を取って l_D が最も長くなる値

$$l_D = 12.5 \Delta b \quad (2.4.2)$$

により、 l_D を求めるのがよい。

水流が全断面に広がり終ったところでは、流速分布はまだ一様ではない。これが一様になり構造物の影響がなくなる区間が L_D であり、この区間は、底面の粗度をコンクリートなどの滑らかなものから付近の河床粗度に漸変させる意味も含めて、比較的やわらかいもの、例えば粗礫沉床などにすべきである。その長さは

$$l_D' = L_u - l_D = 2 l_D \quad (\text{式 1.2.6 参照}) \quad (2.4.3)$$

として求めることができる。なお、この区間の流速変化は比較的少ないから、十分の根入れを行えば、(2.4.3)式より多少減少させても差しつかえない。

L_u は構造物の上流部において水流が縮小するに必要な区間であり、(a)の区間もこの中に含まれ、コンクリート床版などの堅固なものを必要とする。この場合、水流の縮小角度として約15°程度を取れば十分であると考えられるので、

$$L_u = 4 \cdot \Delta b \quad (2.4.4)$$

により、その長さを求めることができる。

L_u' は河床粗度を漸変させることを主な目的とする区間であり、特にその長さを定める基準はないが、実際には

$$L_u' = L_D' \quad (2.4.5)$$

として求めれば十分である。

L の区間はもちろんコンクリート床版など堅固なもので、保護する必要がある。

次に着者が関係した実例（行徳水門，日光川水門）について述べ、模型による流速測定の結果，上記の河床保護上の範囲が適切なことを示そう。

行徳水門の場合は $\Delta h = 2.75 m$ であるから，（2.4.1），（2.4.2），（2.4.3），（2.4.4），（2.4.5）式により

$$L_D = 35 m, \quad L'_D = 70 m = Lu', \quad Lu = 11 m$$

となる。水路中心線に沿って流速分布を測定した結果を図-2.4.11に示すが，水門下流 37 m の No. 3 断面付近までは流速がはやく，さらに下流へ 80 m の No. 7 断面までは漸次減少し，その下流では変化がかなりゆるやかであり，この結果，河床保護工に関する上記の考え方が妥当なことがわかる。日光川水門についても行徳水門と同じく流速測定結果を示すと図-2.4.12であり，上記の方法で求めた河床保護工の長さは $L_D = 18 m$ ， $L'_D = 36 m$ となり，流速分布測定の結果この長さが妥当なことがわかる。

図-2.4.12に示したA案，B案は橋脚の形状による分類であり，橋脚の先端を尖らせたA案の方が，B案よりも，水門付近において流速がおそく，これにより流速に対する橋脚の形状の影響をも知ることができる。

(4) 水理計算法。

橋脚などの構造物により流水幅を縮小し，その上流側にせき上げ背水を生ずる。このせき上げ高の算定式としては，Nagler, Rehbock, d'Aubuisson 式など数多くあるが，この中 d'Aubuisson 式が実用上よく使われている。⁽⁸⁾

d'Aubuisson 式は橋脚により縮流された水流の流速水頭と上流側の流速水頭の差だけ損失落差を生じるという考え方であり，また縮流係数として 2, 3 の橋脚形状に対して実験値をあげている。この考え方に關する限りは正しいが，両断面の流速水頭をどのようにして求めるかの段になると，両断面ともいずれも構造物の影響範囲内にあるので，直ちに定めることはできない。したがって構造物の影響範囲外の区間から計算により求めなければならないが，これには断面急峻による損失水頭を考慮する必要がある。

Carl. E. Kindsvater and Rolland W. Carter⁽⁹⁾ は幅の縮小する構造物を流

量測定に用いようとする目的で、開水路断面縮小部の常流について研究し、(図-2.4.13),

$$Q = C \cdot b \cdot y_3 \sqrt{2g(\Delta h - h_f + \alpha_1 \frac{V^2}{2g})} \quad (2.4.6)$$

を得ている。

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} \quad C &= f(F, m, y_3/b, \frac{L}{b}, \frac{V}{b}, e, \phi, \frac{W}{b}) \\ m &= 1 - \frac{b}{B} = 1 - \frac{8}{Q} \\ e &= \frac{x_a}{x_b} \quad (\text{図-2.4.14}) \end{aligned} \right\} \quad (2.4.7)$$

ϕ : 軸線と水流とのなす角

W : 導流壁の長さ

であらわされる。 C と(2.4.7)式に示す各要素との関係については実験的研究を行ない実用式を示している。

y_3 , Δh を測定して Q を求めるためには上式は好都合であり、実験範囲に対しては正しいと考えられるが、構造物の設計においては一般に Q が与えられて Δh , y_3 などを算定しなければならないのが普通であり、この場合には構造物の影響範囲外から計算を行なってくる必要がある。これらの点を考慮して着者は次に示すとりの水理計算法を提案する(図2.4.15)。

一般に水門などの橋脚においては、 L が B_0 と同程度の大きさであるから、上流部において水流が壁面から離れても、断面1においてはすでに全断面を流れていると考えられる。したがって断面拡大部と断面縮小部にわけて計算することができる。それぞれの水理計算法については1.1および2.2において明らかにしたのでそれを用いればよい。いま、これらを整理して列挙すれば、

(a) 構造物の影響がなくなる位置(断面2)の決定。 Δh を用いて、図-1.2.4により死水域の長さ l_0 を求め、(1.2.6)式または(1.2.7)式により l_α を求め、断面1から l_α 離れたところを断面2とすればよい。図-1.1.4において $(h_1 - h_2)/\frac{1}{2} \times (h_1 + h_2)$ の値を知らなければならないが、これは図-1.1.35により、 γ および F_2 を用いて求めることができる。ここに、 γ は $\gamma = b_1/b_2$ であり、 b_1 , b_2 はそれぞれ長方形等値幅である。

(b) 常流か射流かの判定。おおよび F_2 がある値以上になると断面1が支配断面となるが、その限界条件は図-1.1.34により求めることができる。

(c) 断面1の水理量は次式

$$\left. \begin{aligned} h_1 + \frac{\alpha_1 u_1^2}{2g} + Z_1 &= h_2 + \frac{\alpha_2 u_2^2}{2g} + Z_2 + h_{\text{rel}} \\ h_{\text{rel}} &= h_f + h_e \end{aligned} \right\} \quad (2.4.8)$$

により計算することができる。ここに h_e は断面1~2間の急拡大による損失水頭で、おおよび F_2 を用いて図-1.1.29または図-1.1.30あるいは図-1.1.31により求めることができる。また h_f は図-2.4.15に示す境界について漸変流と同様な不等流計算により求めることができる。

(d) 橋脚の背後の拡大角 θ が 30° より大きい場合には、 h_e は急拡大の場合と変わらないが、 θ がそれよりゆるい場合には図-1.1.19により h_e を求めなければならない。

(e) 断面3の水理量は次式

$$\left. \begin{aligned} h_3 + \frac{\alpha_3 u_3^2}{2g} + Z_3 &= h_1 + \frac{\alpha_1 u_1^2}{2g} + Z_1 + h_{\text{rel}} \\ h_{\text{rel}} &= h_f + h_e \end{aligned} \right\} \quad (2.4.9)$$

により計算することができる。 h_e は水流が急縮するために生じる損失水頭で、図-2.2.13により求めることができる。 h_f は流水部分について不等流計算により求めなければならないが、近似的に全断面に水流があるものとして計算しても大差ない。

(f) 上流部に角度 θ の取りつけ部がある場合には図-2.2.12により h_e を求めなければならない。

以上の計算法を用いて日光川水門の場合を計算すると図-2.4.16に示すような結果が得られ、模型実験により求めたものとかなりよく一致する。

2.4.4 上流端が角ばったせきの水理計算の実例

砂防ダムに一般に見受けられるような上流端が角ばったせきの水理計算法は、2.3において述べたように断面縮小部の水理を適用して求めることができるが、ここでは実例によりその具体的な方法を示し、流量の実測値と比較してその精度を検討する。

適用例は利根川支川根利川にある砂防ダム（南郷ダム）である。このダムは砂防ダムに普通用いられているように上流端が角ばっており，高さ約20m，水通し天端長25m，ダム頂の厚さ3m，両袖こう配45°，上流のり面こう配5分である，すなわち計算に必要な諸元は $L = 3m$ ， $X = 0.5$ ， $B_0 = 25m$ ，両袖こう配：45°
 $H_d = 20m$ である。

計算の手順は次のとおりである。

$$\text{水位 } H_1 \text{ (与える)} \rightarrow Q \text{ (仮定)} \rightarrow h_s \rightarrow H \rightarrow l, D \rightarrow C_0 \rightarrow C'_0 \rightarrow \left. \begin{array}{l} C/C'_0 \rightarrow C \\ H/8 \rightarrow C' \end{array} \right\} \\ C_n (= C \cdot C')$$

ここに， C_0 ：刃形せきの流量係数（ナツプの最高位置から測った全水頭に対する値），
 C'_0 ：刃形せきの流量係数（せき頂から測る）， C ：幅厚せきの流量係数（2次元）
 C' ：流量係数の3次元の補正係数， C_n ：幅厚せきの流量係数（3次元）であり，その他の記号も2.3において述べたとおりである。

計算の1例として $H_1 = 0.4m$ の場合を次に示す。上の場合 Q を仮定するのは h_s を求めるためであるが， H_d が大きくて h_s が非常に小さい場合には $h_s = 0$ とおいてさしつかえないから Q を仮定する必要がない。この場合にも $h_s = 0$ とすると， $H = 0.4m$ ， $H_d/H = 50$ ， $X = 0.5$ となり，図-2.3.5により $l/H = 0.55$ ， $l = 0.22$ を得る。さらに図-2.3.4により $D/H = 0.0744$ ， $D = 0.0298$ となり $\frac{H-D}{H_d+D} = 0.0185$ であるから表-2.3.1により $C_0 = 2.20$ を得る。（2.3.3）式により $C'_0 = 2.09$ であり，また $l/L = 0.0733$ であるから図-2.3.17により $C/C'_0 = 0.787$ $\therefore C = 1.646$ となる。両袖こう配45°であるから，台形断面と等面積の長方形になおすと $B = B_0 + H = 25.4m$ $\therefore H/B = 0.017$ となる。図-2.3.21の理論曲線により $C' = 0.98$ を得る。したがって $C_n = C \cdot C' = 1.62$ となり， $H = 0.4m$ に対する流量は $Q = C_n \cdot H^{\frac{3}{2}} \cdot B = 1.62 \times 0.4^{\frac{3}{2}} \times 25.4 = 10.4 \text{ m}^3/\text{sec}$ となる。このようにして求めた水位-流量曲線を図-2.4.17に示す。

一方流量の現地測定はダム上に架橋した片持ばりの上を移動する流量測定儀により管谷式フロペラ流速計を用いて行なわれた⁽¹⁰⁾。流量観測は昭和30年の洪水期から始められ，30年に3回，31年に1回行なわれており，図2.4.17に示すような結果が得

られている。

これによると 30 年度と 31 年度の観測ではかなり差があるが、これは観測法を変えたためで、30 年度には流速計をダム頂から水面までを一定速度で移動させる方法により、また 31 年度には流速計を固定した定点法にしたためと思われる。これらの実測値とさきに求めた計算値を比較すると両者はかなりよく一致し、十分信頼し得ることがわかる。

なお小規模の模型実験の結果の実物への適用性を検討するために縮尺 $\frac{1}{20}$ の模型実験をも行なった。結果を図-2.4.17の△印で示すが、現地測定値の中間の値を示し、模型実験の結果から求められた流量の算定方法は実用上さしつかえないと思われる。

着者の方法で、さらに鍋岡氏⁽⁴⁾の実験結果を整理し、図-2.4.18に示す関係が得られた。図中実線で示したものは着者の方法による計算値であり、測定値とかなりよく一致する。鍋岡氏の実験に用いたせきは上流側のり面こう配が 1 の場合 ($\theta = 45^\circ$) も含んでおり、これは着者の実験範囲外であるが、この場合にも適合することは着者の方法がかなり一般的に使用し得ることを示している。

参考文献

- (1) 石原藤次郎：橋脚による洗堀とその対策について、土木学会夏期講習会パンフレットⅡ、橋梁、1951年
- (2) 石原藤次郎：橋脚による河床洗堀に関する実験的研究（オ3編）土木学会誌、オ28巻オ11号、1942年
- (3) 石原藤次郎：橋脚による河床洗堀に関する実験的研究、土木学会誌、オ24巻、オ1号、1938年
- (4) 石原藤次郎：橋脚による河床洗堀に関する実験的研究（オ2編）土木学会誌、オ28巻オ9号、1942年
- (5) 石原藤次郎、本間仁 編：応用水理学中(1) P.83~88、丸善株式会社
- (6) 愛知県：日光川模型実験報告 資料-V、昭和33年3月
- (7) 吉川秀夫、芦田和男、馬場享：水門の水理に関する研究(1)——江戸川行徳水

門の機能設計—— 土木研究所報告 97 号, 昭和 31 年

- (8) David L. Yarnell : Bridge piers as channel obstructions,
Technical Bulletin 442 U. S. D. A. Washington, 1934.
- (9) Carl E. Kindsvater and Rolland W. Carter : Tranquil flow
through open channel constructions, Proc. of A. S. C. E. August,
1954.
- (10) 関東地方建設局 ; 利根川流域砂防調査報告書 (オス回), 32 年 6 月
- (11) 鍋岡昭三 ; 低いダム の 溢流係数に関する研究, 電研所報 Vol. 4 No. 2

結 論

河川改修においては、一般に各種の人工構造物が設けられ、断面の急変部が現われる場合が非常に多い。こうした場合の水理、特に常流流れのそれについては、従来十分な研究がなく、どのようにすれば適切な水理設計を行なうことができるかは、河川技術者が絶えず困まる問題であろう。またこのような箇所の水理計算は、多くは実験係数的に取り扱われ、その係数の内容について水理学的な考察が加えられていないことが多く、十分信頼して用いることができるとはいえない。したがって従来よりもさらに厳密で、しかも実用的に適切な水理計算法を明らかにし、満足すべき水理設計法を確立することは、重要な問題である。特に最近水利用が高度化し、治水と利水との関連がますます増大しつつあるが、これと同時にこれらの複雑な水理学的問題を解明することは、ますます重要性を増してくるものと思われる。

本研究は、このような目的をもつて行なわれたものであり、まずその基礎となる開水路断面急変部の水理について研究を行なった。このような箇所の水理現象はいうまでもなく非常に複雑であり、厳密な理論を展開することは困難であるから、ここでは実用上十分と考えられるだけの詳細な実験的研究を行ない、この結果について理論的考察を加え、水理的な解釈を与えることにつとめるとともに、これらの成果を実際問題に適用して、急変部の適切な水理設計法および水理計算法を提案し、この方法が実用上有効・適切であることを実例により確認した。以下にその主な点を取りまとめて結論とする。

結論においては、河川改修に伴なう断面急変部をその機能により分類し、それぞれに対して設計上の問題点を詳細に検討して、これらの箇所の水理設計を従来よりもさらに一貫的な立場から合理的に行なうためには、

- (1) 断面急変部における水面追跡法、境界形状と流れの相との関係、
- (2) 適切な減勢方法
- (3) せん移部の形状と水理現象との関係、特に水理的に有利なせん移部の形状の設計法

(4) 断面急変部の護岸の設計法

などの諸問題を解明することが重要であることを示した。

これらの中 (2) については従来よりかなり研究されておるので、ここではふれないことにし、また河川改修において一般に問題になるのは常流水路の場合であるから常流流れについての水理的な問題を明らかにして、本研究の方針を与えた。

オノ編は断面拡大部の水理を対称としたもので3章よりなる。オノ1章においては水路中の拡大部を取扱い、急変部の水理的特徴である死水域の大きさ、流速分布の特性、一つの常流状態から他の常流状態に移行するのに必要な区間長などを実験的に明らかにし、*Tollmien* の手法を応用した解析により、これらについての水理的な説明を与えた。さらに急変部の水面追跡法を検討し、実用上の観測に留意して、流れの有効断面と摩擦損失水頭および形状損失水頭とを用いる方法を提案した。

形状損失水頭の算定には、従来河床摩擦を無視した衝力理論が用いられているが、常流においては河床摩擦を無視すると誤差が大きい場合があることを示し、これに対して著者は常流の場合には鉛直方向の流速分布が急拡大部の渦によつて、それほど変化しないという実験的事実にもとづいて、河床摩擦をも考慮した衝力理論を展開し、形状損失水頭の算定式を導いた。またこの取り扱いにより、急拡大部に支配断面を生じる限界条件を明らかにすることができた。これらの結果は実験値とかなりよく一致し、この取り扱いが妥当なことを確認した。

次に境界の拡大角と水面形・損失水頭・死水域などの関係を実験的に明らかにし、水理的に有利なせん移区間長の設計法を与えた。

オノ2章においては、鉛直方向に拡大する段落ち部の場合について、オノ1章に示したと同様な研究を行ない、その水理特性は水路幅急拡大部の場合とほぼ同様であるが、損失水路については、オノ1章における場合とはかなり異なることを明らかにした。すなわち、この場合には摩擦の主要因である河床面摩擦が、急拡大の場合と、漸拡大の場合とではかなり異なるため、前章において述べたような摩擦損失水頭と形状損失水頭を分離する方法は適切でなく、むしろ分離しない方法によるものの方が良好な結果が得られることを示した。

オ3章においては、実例によって前2章の成果を実際問題に適用する方法を示した。すなわち、著者は狩野川放水路の断面拡大部について、上に得た成果に基づいて設計案を示すとともに、その設計案のほか、他の各種の案について模型実験により検討し、設計案が水理的に最も良好であることを確認した。さらに他の適用例として、もぐりぜきの水理計算法を取り扱い、越流係数の内容を明らかにし、従来の一般流量公式はある場合にはかなり大きな誤差を伴うことを示し、さらに精度のよい流量公式を導いた。

オ2篇は断面縮小部の水理を対象としたもので、4章からなる。オ1章においては、河川における不透過水制の場合のように、十分広い領域におかれた障害物によって流れが縮小する場合を取り扱った。このような場合は流れの背後に生ずる死水域の大きさを推定することが實際上重要な問題であるが、著者は実験結果を検討の結果、自由流線上の各点から一定の噴出角で流れが拡散し、その包絡線によって死水域が形成されるという考え方が便宜上適用されることを確かめ、実験的結果によってこの場合の噴出角を検討し、実用上十分に適用できる死水域の算定法を求めた。

オ2章は水路幅が縮小する場合の水理を取り扱い、流線の形状、死水域の大きさなどに対して、オ1章において述べた考え方のほかに、幅の縮率の要素が関係することを示し、その実験的關係を求めた。さらにこれらの成果を用いて形状損失水頭の算定法を明らかにし、また断面急縮部に設けた取り付け部の形状および長さとの損失水頭との関係を求めて、水理的に有利な取り付け部の設計法を与えた。

オ3章においては、鉛直方向に流れが縮流する場合の水理を取り扱った。一例として上流端がかどばったせきの場合は、流量係数が境界の形状、水理量などにより大きく変化し、一貫的に説明しうる流量公式がないのが現状である。こうしたせきの理論的な取り扱いは非常に複雑であり、今後なお研究すべきであるが、著者はナツプの形状、せき頂の圧力分布、流速分布の実測にもとづき、流量係数の内容についての水理学的な意義を明らかにすることにつとめ、かなりの範囲にわたって一貫

的に適用できる新しい流量公式を導いた。これは境界の圧力が大気圧である場合の自由ナツプの形状特性と境界の圧力に関係する指標とを用いて流量公式を導いたもので、実測値によってこれがかなりの範囲にわたって十分適用できることを明らかにした。

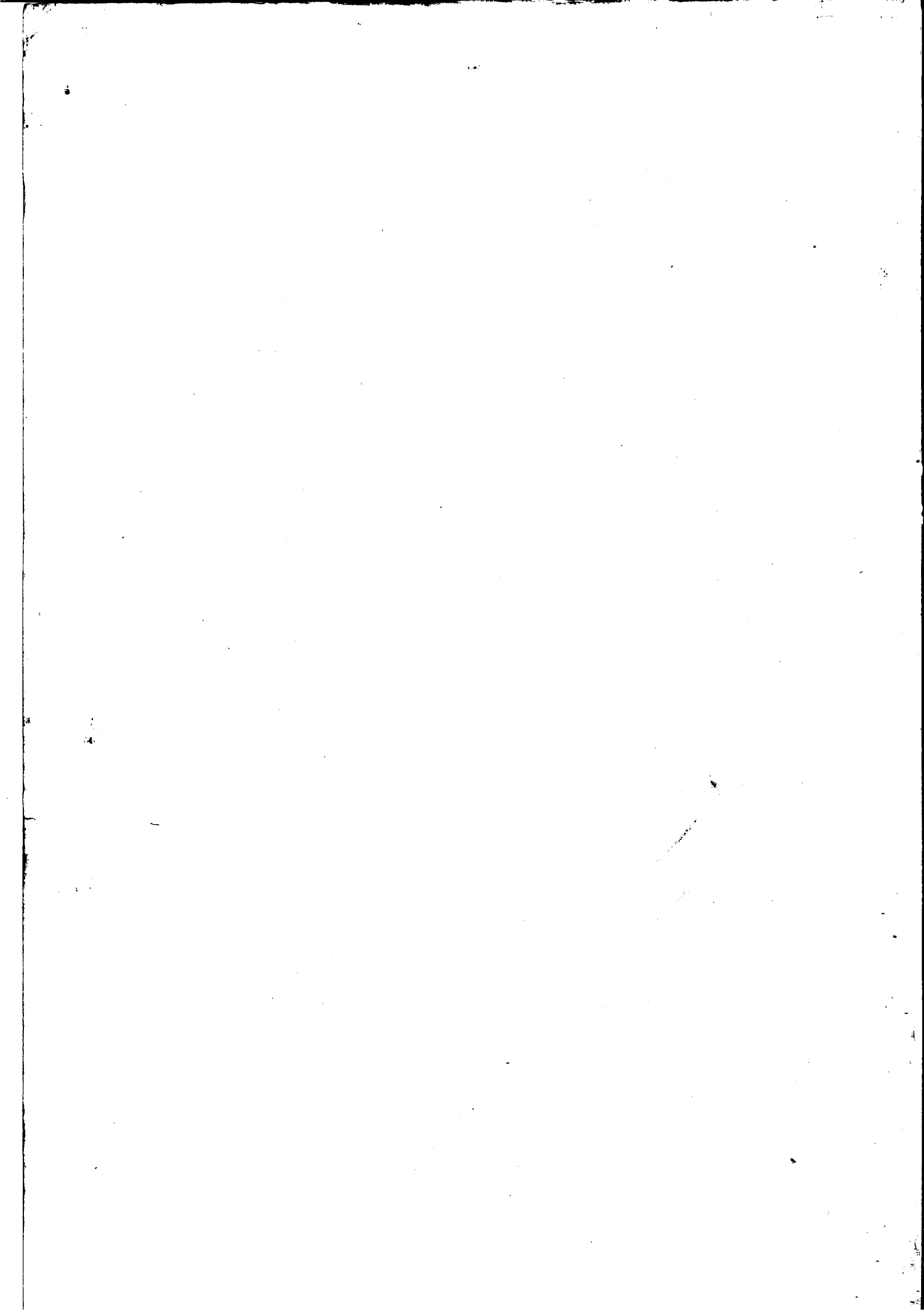
オ4章においては前章までに述べた成果を、

- (1) 狩野川放水路の断面縮小部の水理設計、
- (2) 日光川水門、行徳水門のような水路幅を縮小する構造物の水理設計
- (3) 南郷の砂防ダムの流量計算

に適用し、(1) および (2) については模型実験により、(3) についてはさらに現地観測を加えて検討したところ、いずれも良好な結果を確認した。

以上要するに開水路断面急変部の水理について、厳密な理論的展開をするためには水粒子の運動、乱れの拡散などについての力学的取り扱いが必要となり、これは今後の研究に待たなければならないが、著者はこうした箇所の水理について数多くの実験的研究を行ないその結果についての水理的意義につき考察を加えながら、実際問題への適用化をはかったもので、適用された結果は模型実験や現地観測によりいずれもその適切なことが実証され、従来よりも厳密な水理計算法、適切な水理設計法を与えることがわかり、河川工学上有益なものとする次である。

終りに本研究を行なうにあたり終始御懇切なる御指導、御助言を賜った京都大学石原博士、岩垣博士、岩佐博士および元建設省土木研究所河川部長、現日本建設コンサルタント専務取締役佐藤清一博士、建設省土木研究所河川研究室長吉川秀夫博士らに深く感謝の意を捧げます。



河川改修に伴う断面急変部の
水理とその適用に関する研究

附 図

芦 田 和 男

河川改修に伴う断面急変部の
水理とその適用に関する研究

附 図

芦 田 和 男

昭和 36 年 7 月

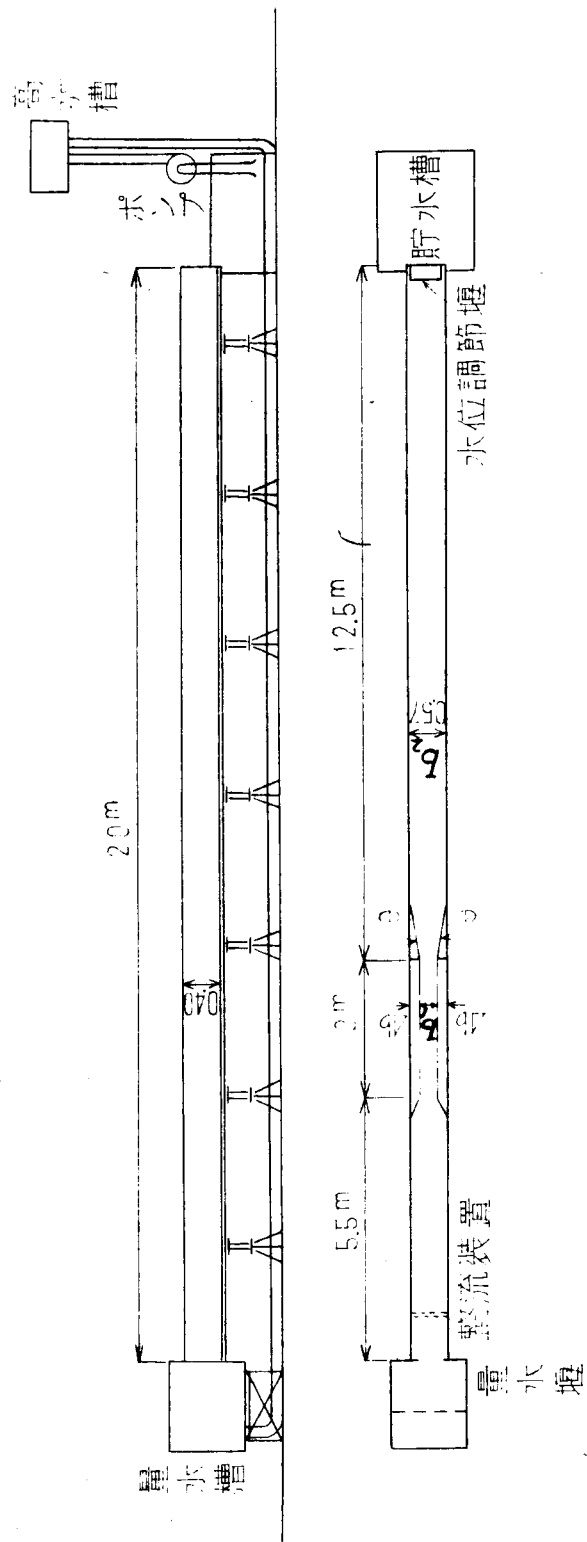


図-1.1.1 実験水路

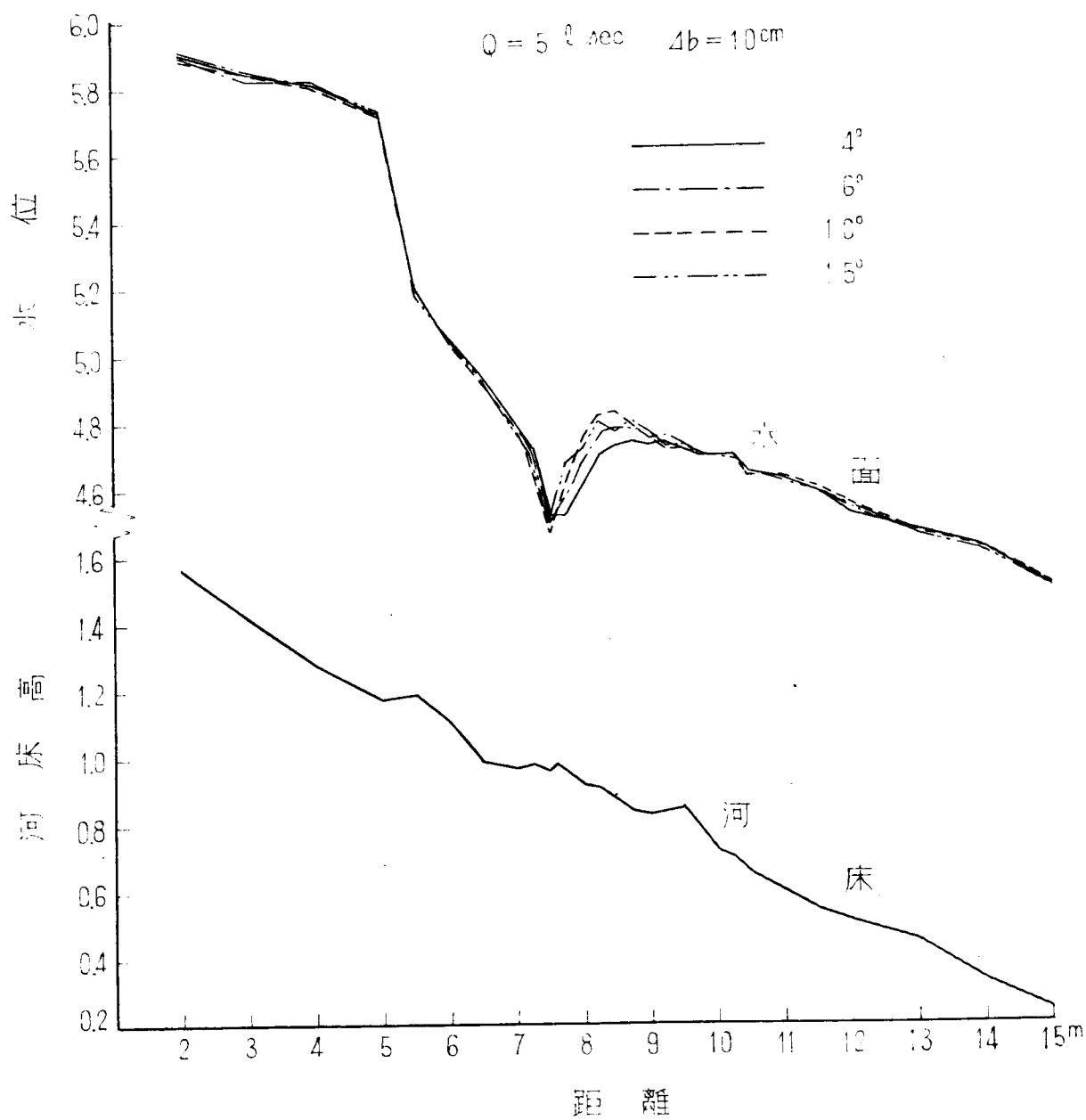


圖 1.1.2 a) 節拉部水面形

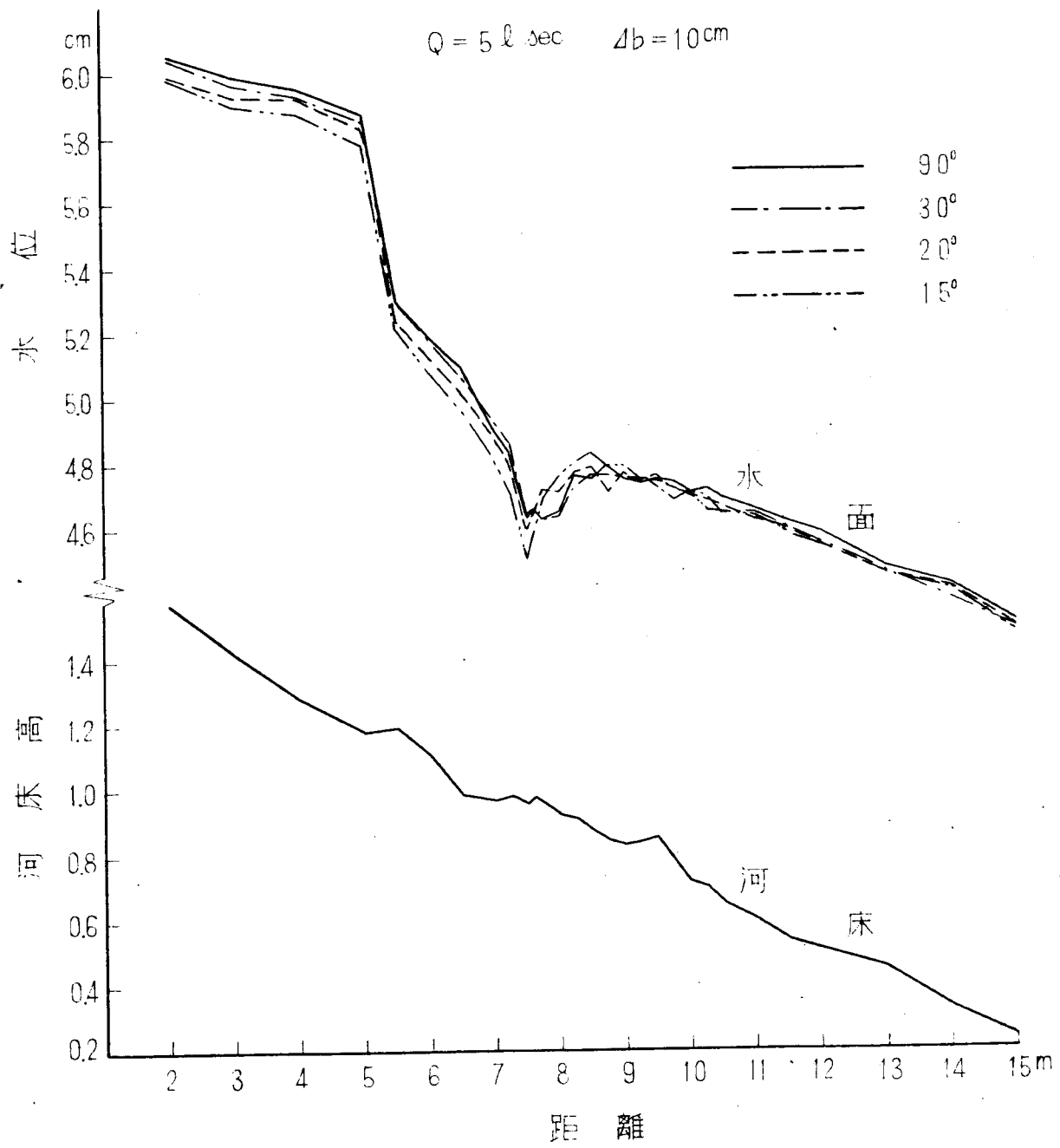


圖 1.1.2 a(2)

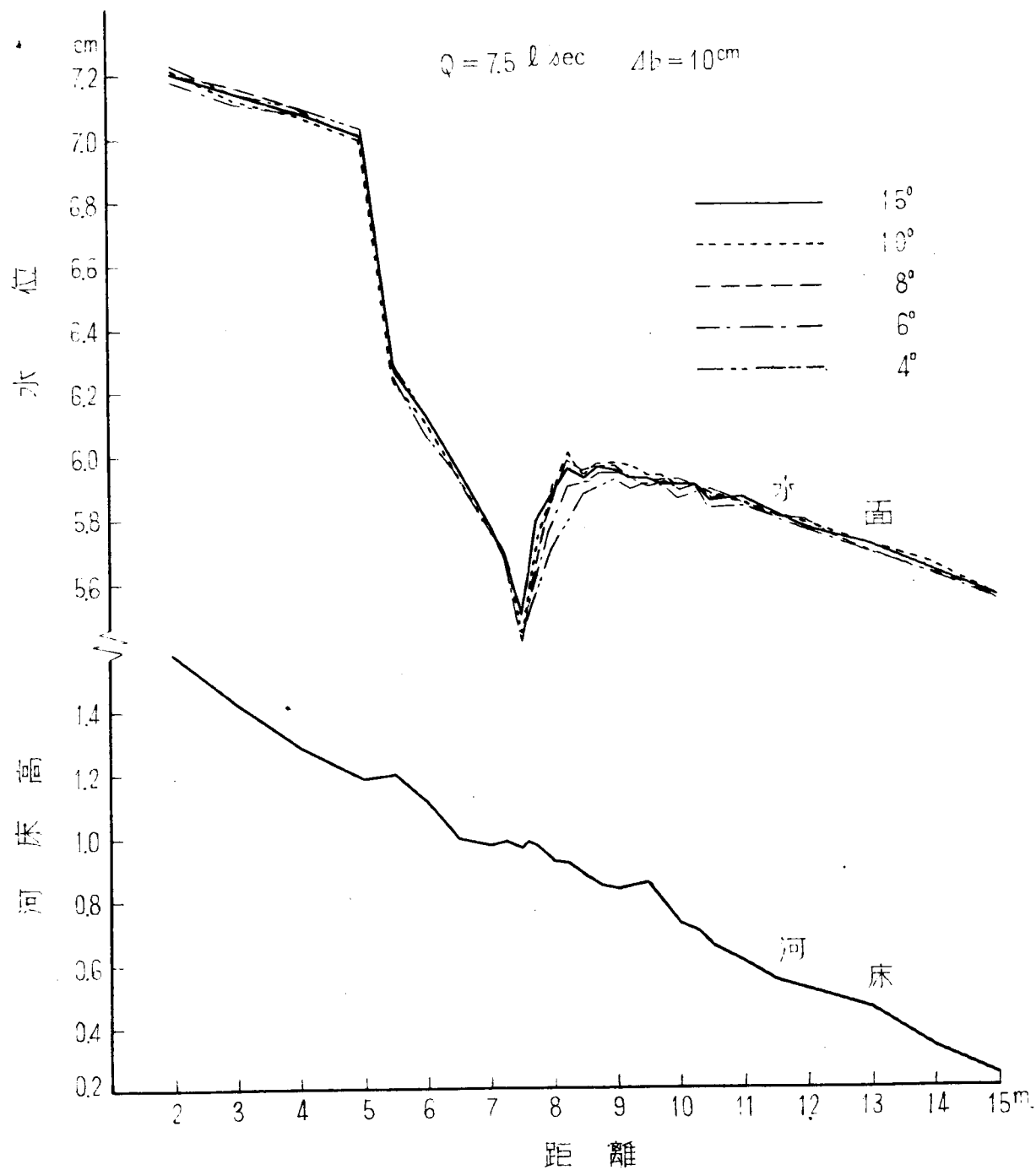


图-1.1.2 b(1)

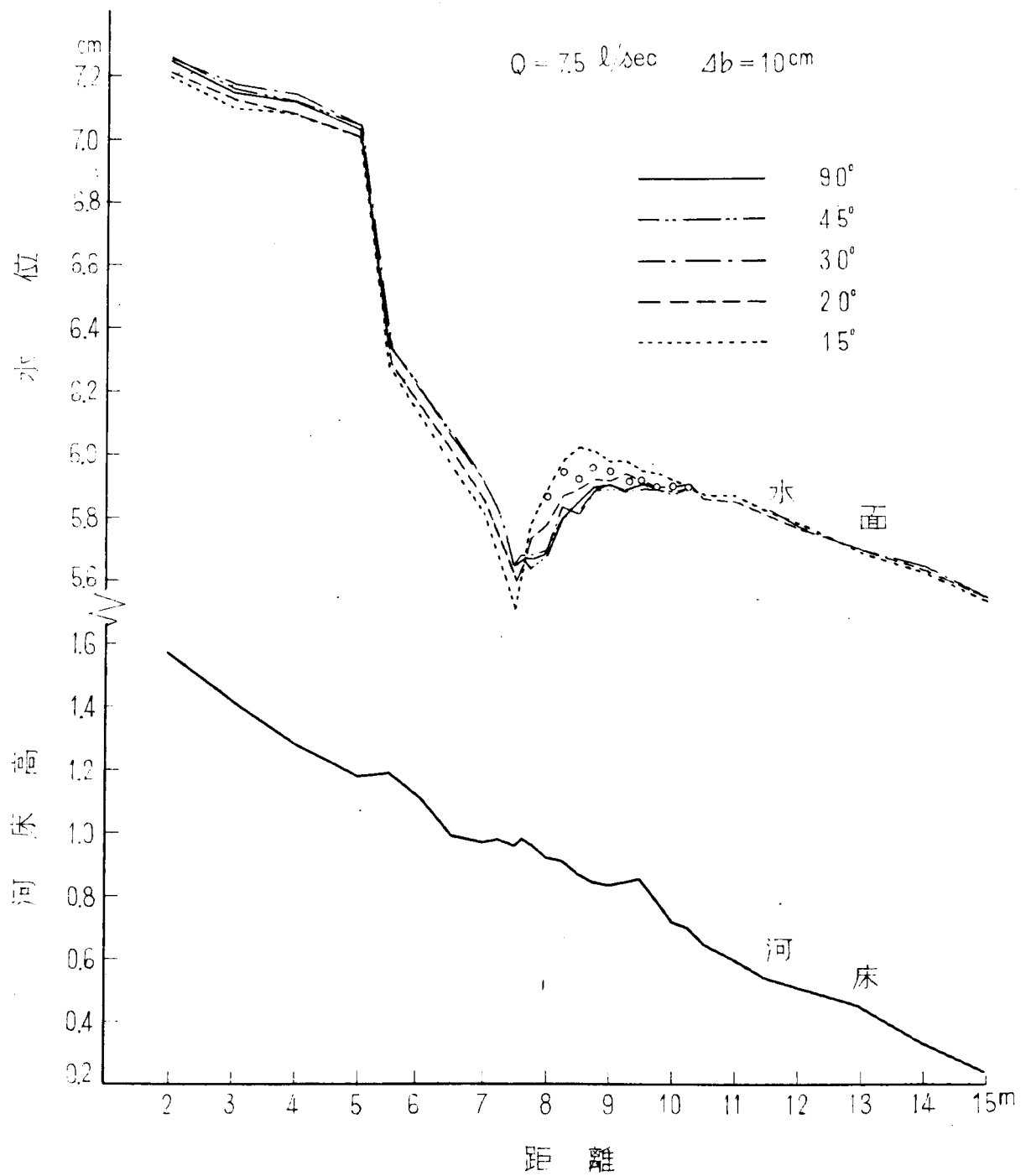


圖-1.1.2 b(2)

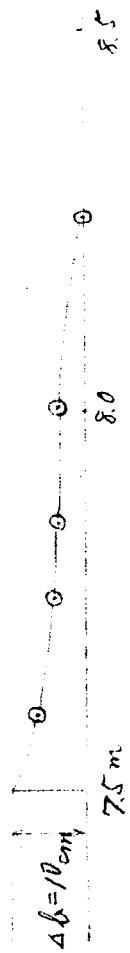
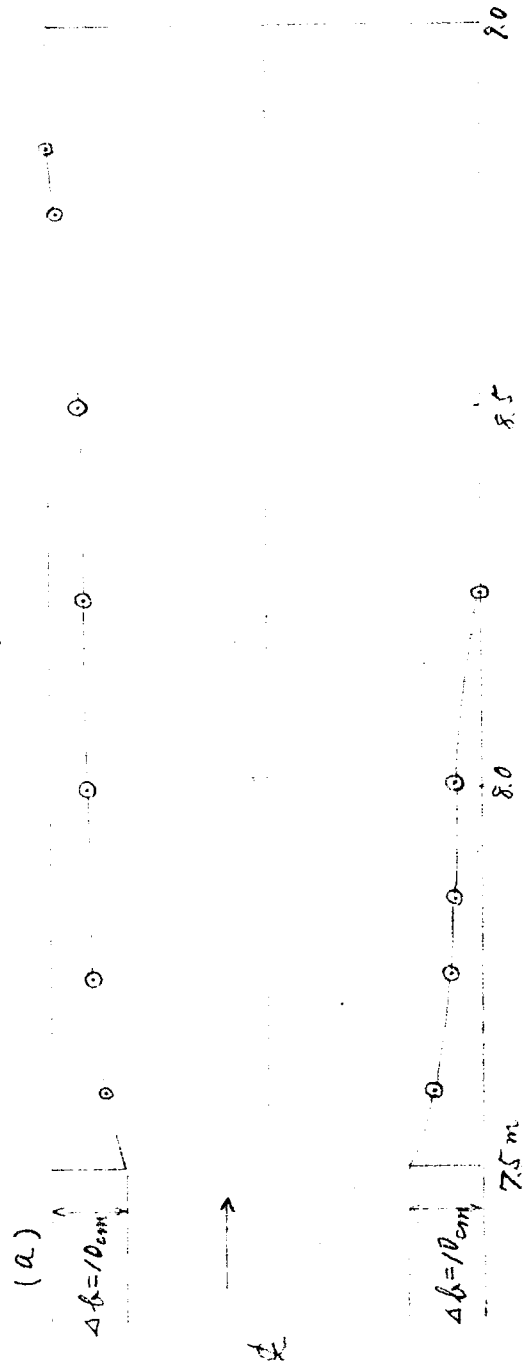
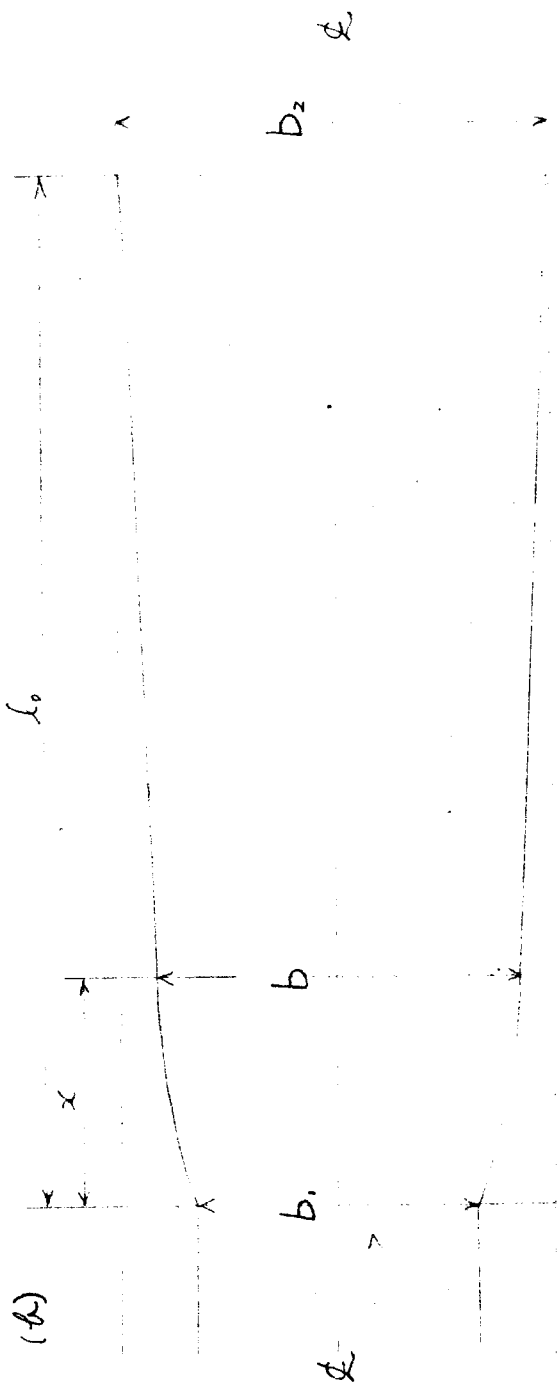


図-1.1.3 死水域の形状 (実験 No. I-3)

$\frac{l_0 \text{長}}{l_0 \text{短}}$

γ

● --- 0.823

△ --- 0.753

○ --- 0.648

× --- 0.534

● --- 0.360

$$F_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

図-1.1.5 死水域の非対称性と F_2 及び γ との関係

(l_b : 平均値)

$Ab(\text{cm})$

● --- 5

× --- 7

○ --- 10

● --- 13

△ --- 18

Toll min 測定値
(2次元の噴流)

図-1.1.4 死水域の長さ、圧力上昇率と γ との関係

0.30

0.30

40

30

20

10

$\frac{Ab}{l_0}$

0.22

0.20

0.18

0.16

0.14

0.12

0.10

0.08

0.06

0.04

0.02

0

$\rightarrow F_2$

0.8

0.7

0.6

0.5

0.4

0.3

0.2

0.1

0

0.22

0.20

0.18

0.16

0.14

0.12

0.10

0.08

0.06

0.04

0.02

0

0.24

0.22

0.20

0.18

0.16

0.14

0.12

0.10

0.08

0.06

0.04

0.02

0

0.22

0.20

0.18

0.16

0.14

0.12

0.10

0.08

0.06

0.04

0.02

0

$$\frac{(h_2 - h_1)(h_1 + h_2)}{2}$$

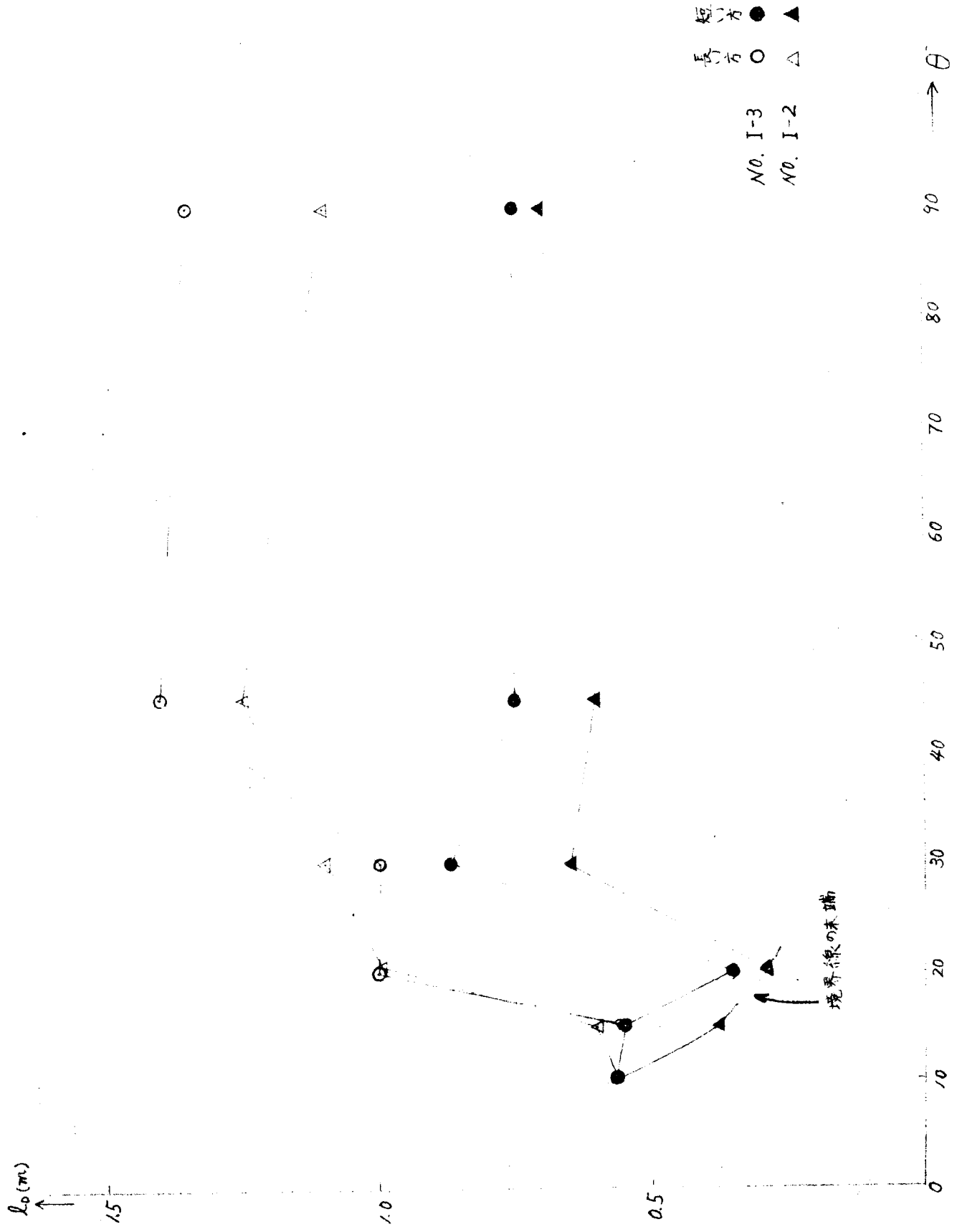


図-1.1.6 (1) 死水域の長さとの関係

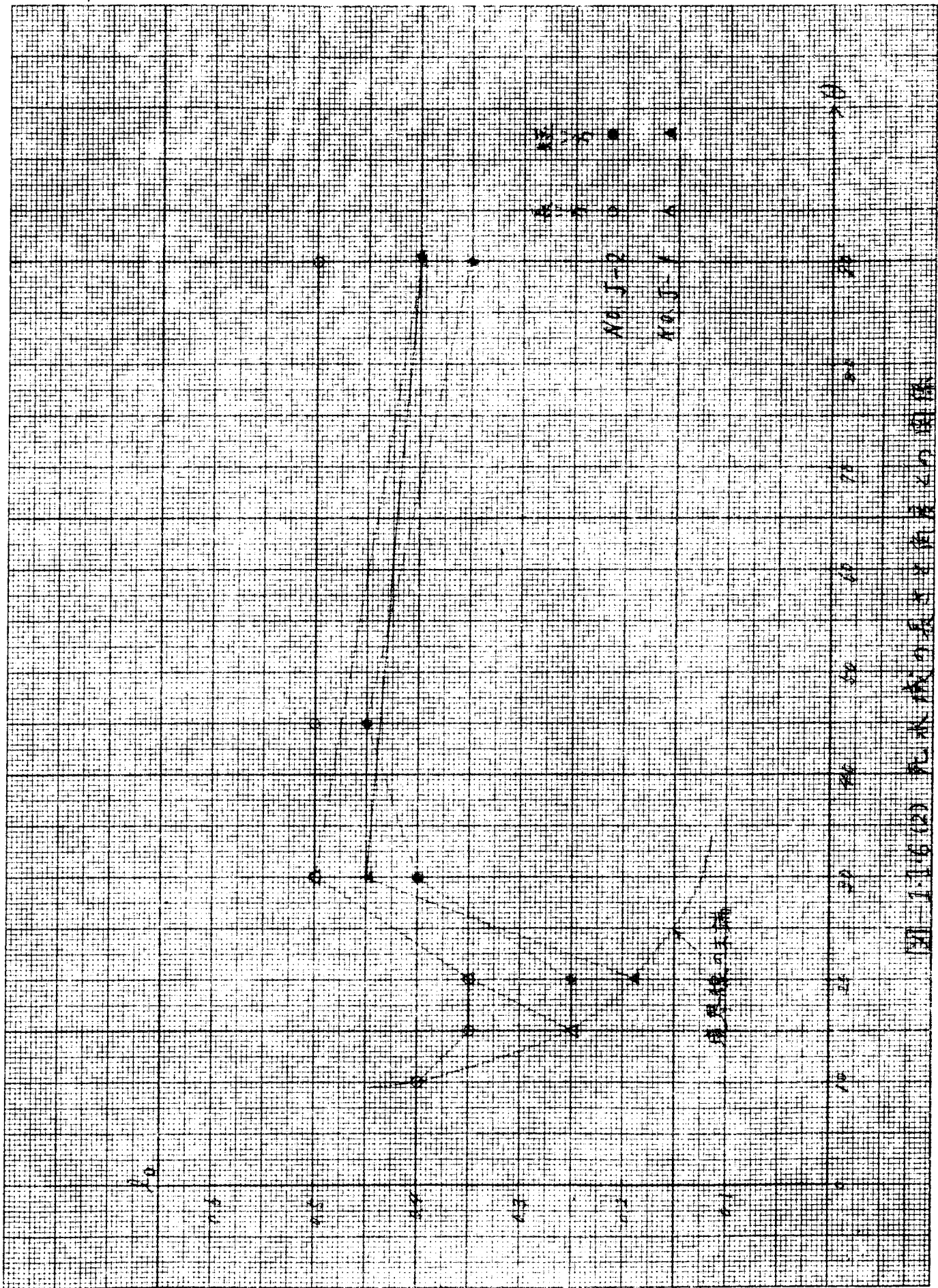


图 1-1-16 (2) 无液微分表与角度的关系

0.3

$\tan \theta$

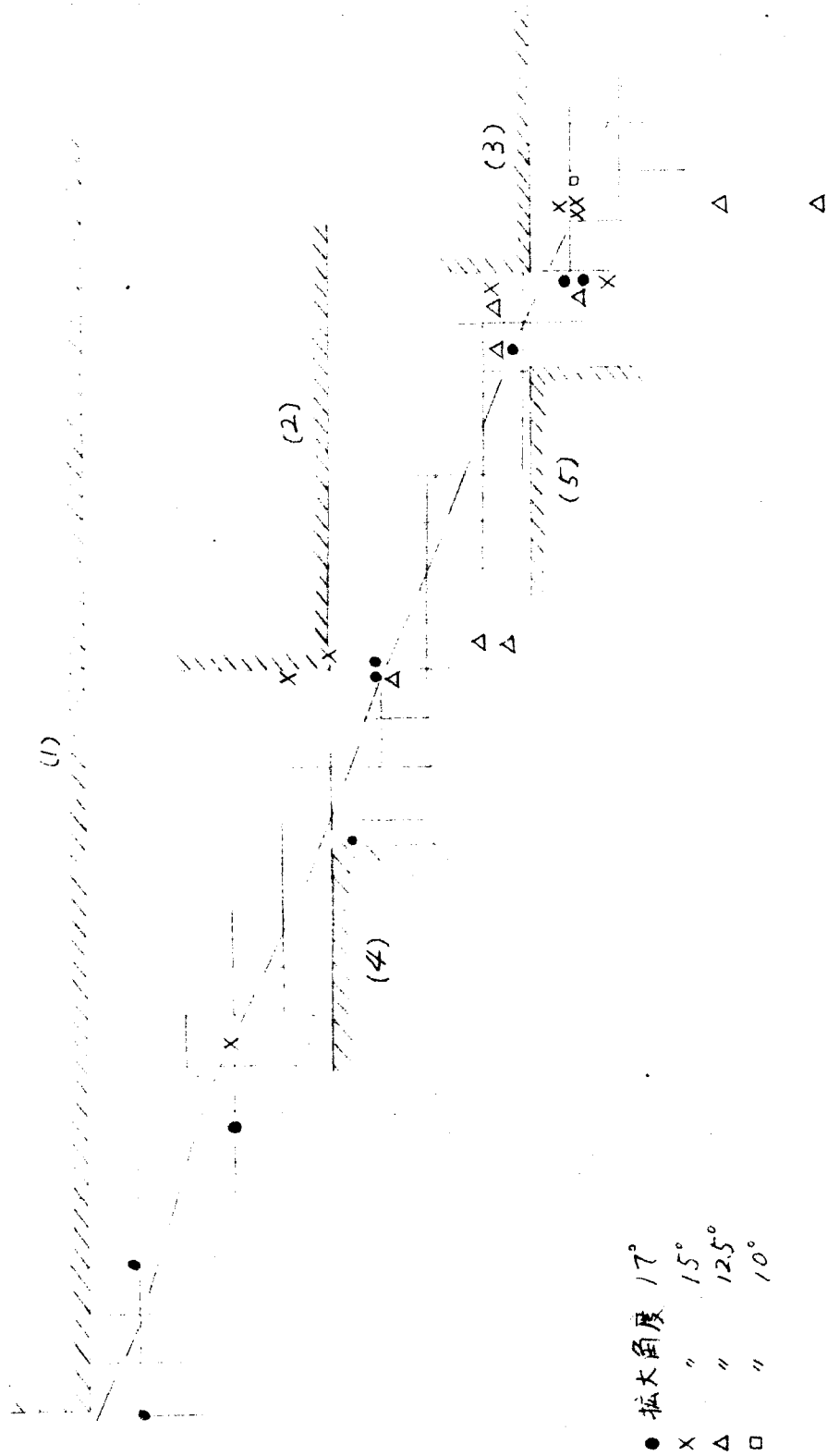
0.25

0.2

0.15

0.1
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45

$> F_1$



- 拡大角度 17°
- X " 15°
- Δ " 12.5°
- \square " 10°

- (1) 拡大角度 15° のとき $F_1 = 0.197$ 以上は剥離している。
- (2) " " 12.5° のとき $F_1 = 0.348$ " "
- (3) " " 10° のとき $F_1 = 0.430$ " "
- (4) " " 12.5° のとき $F_1 = 0.315$ 以下は剥離していない。
- (5) " " 10° のとき $F_1 = 0.413$ " "

図-1.1.7 流線の拡大角と Froude 数の関係 (松下氏の実験)

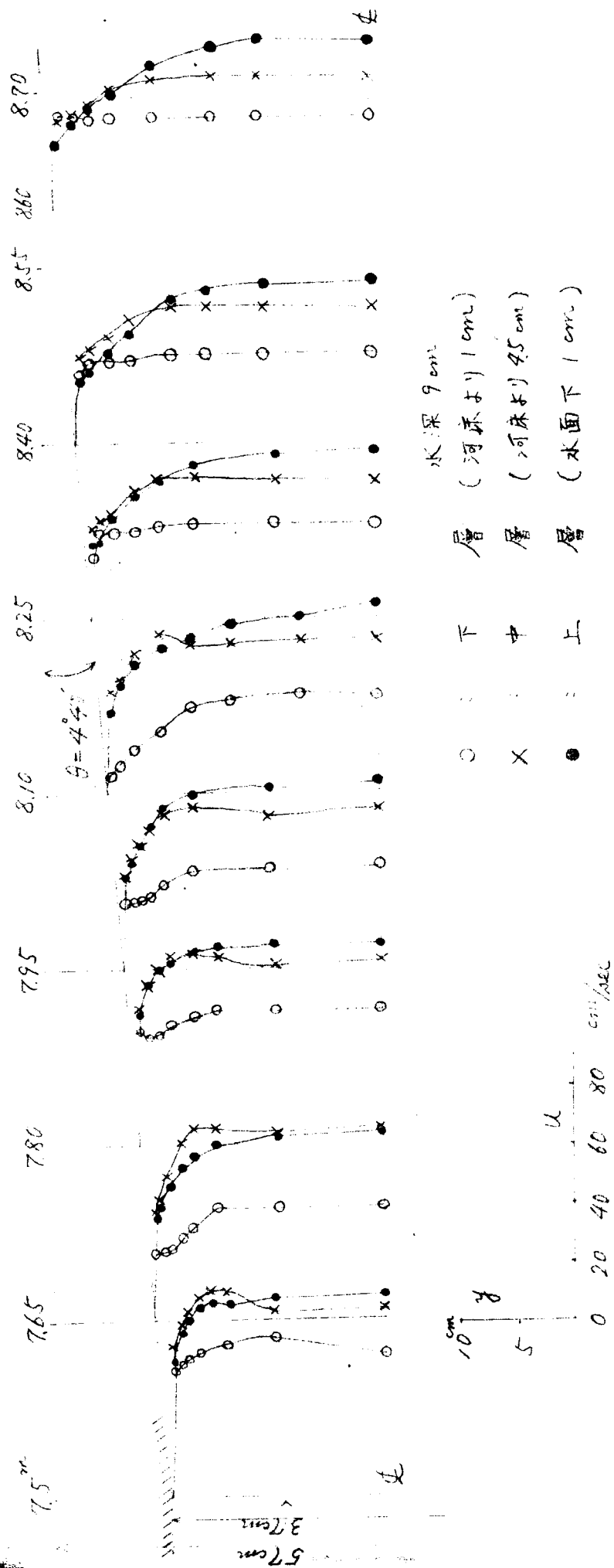


図-1.1.8 各層の流速分布の比較

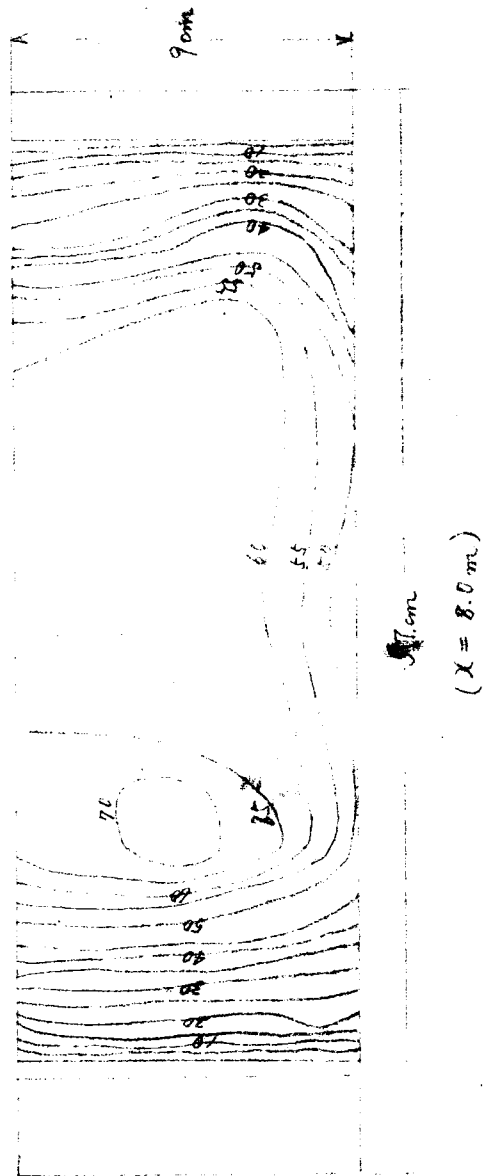
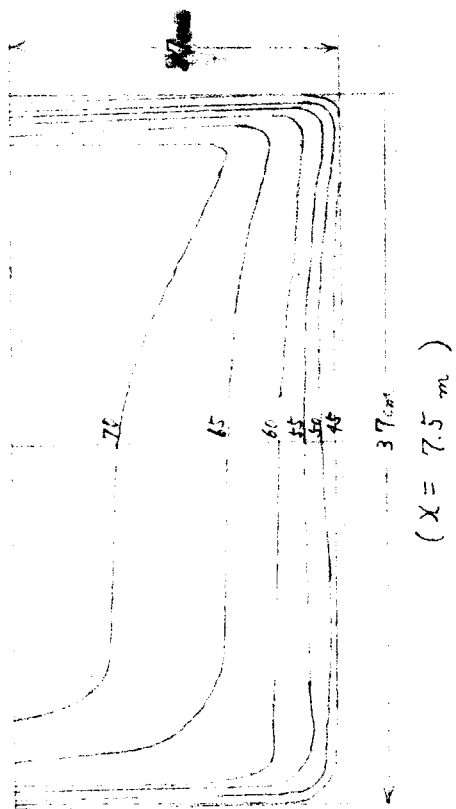
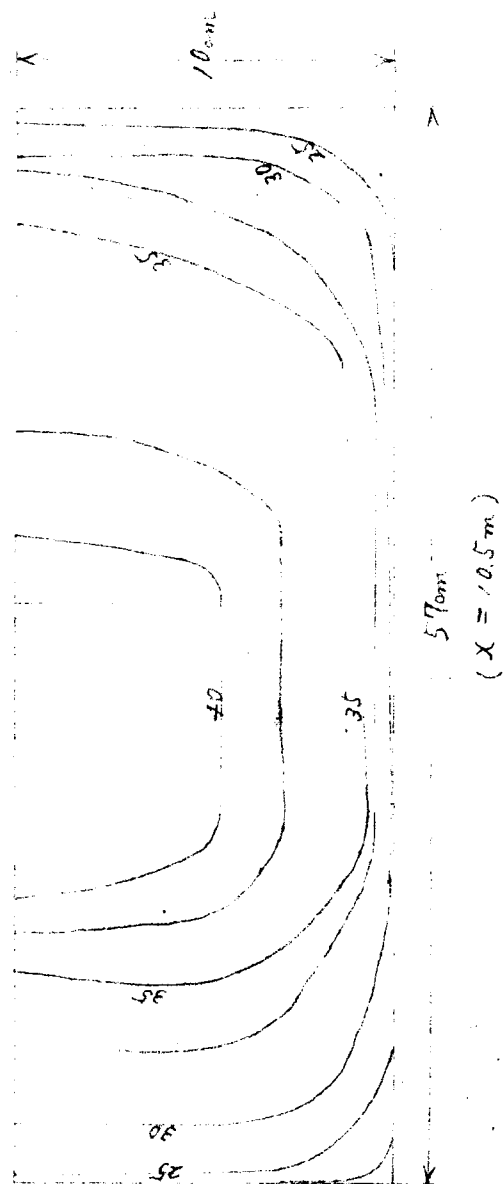
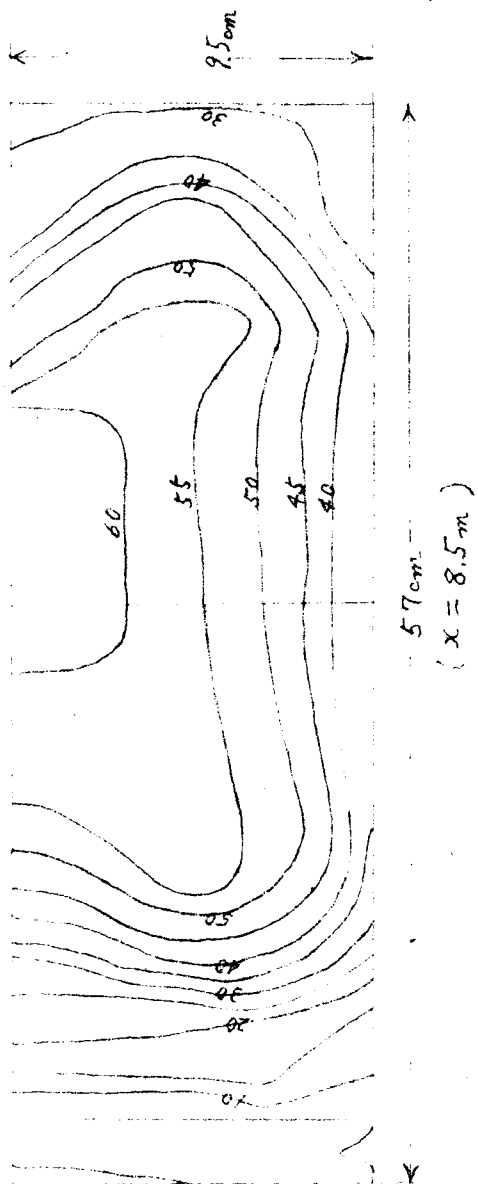


图-1.1.9(1) 断面内等流速线图 (单位 cm/sec)



10-1.1.9(2)

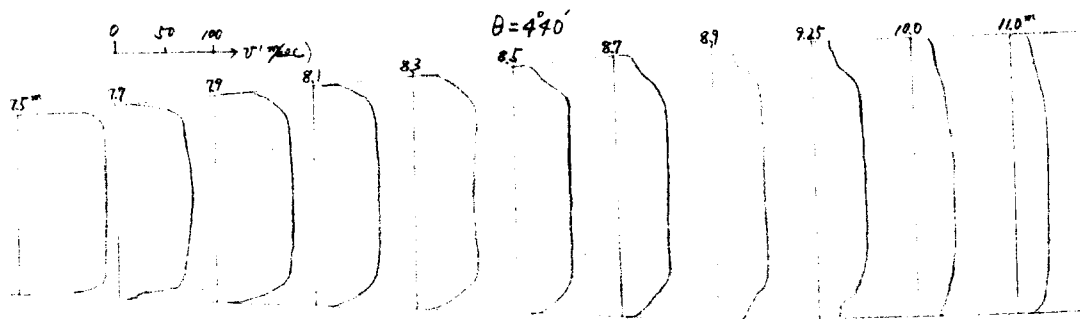


図 - (a)

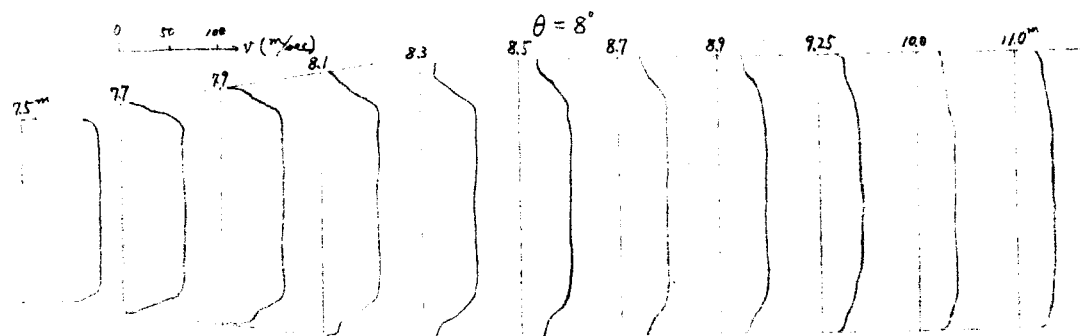


図 - (b)

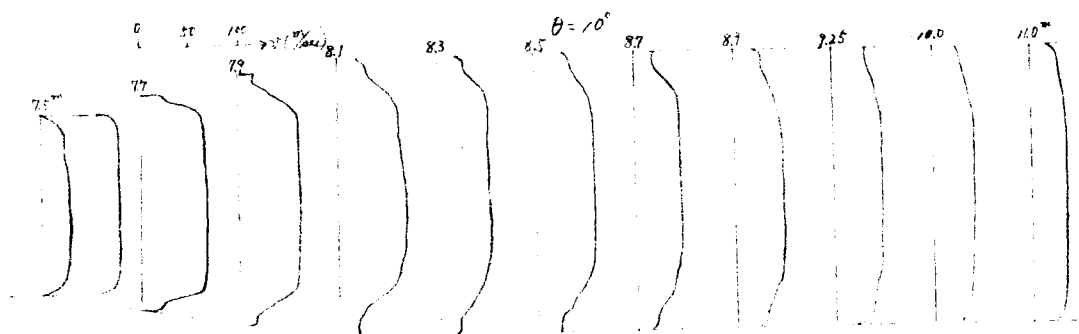


図 - (c)

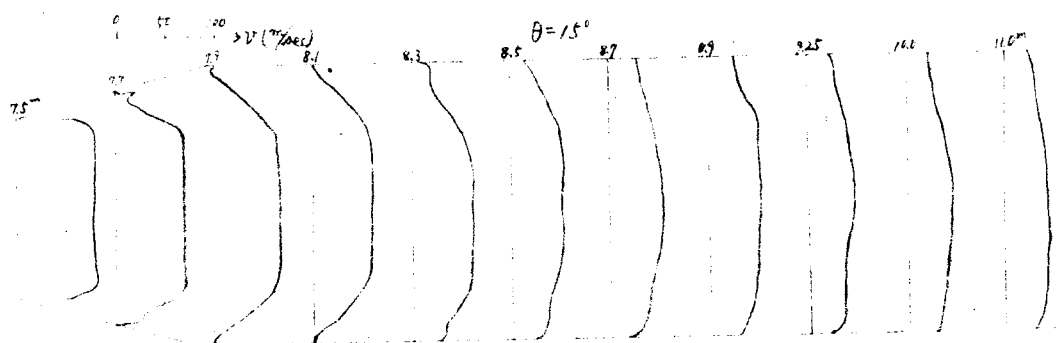


図 - (d)

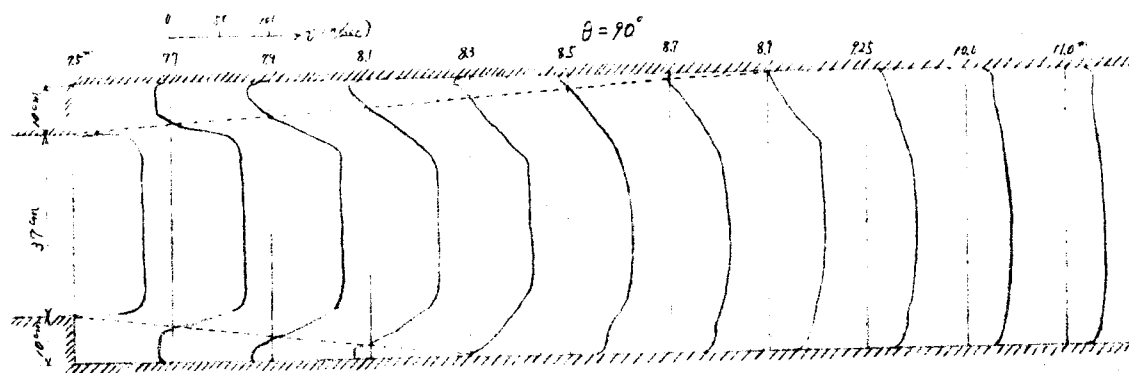


図 - (e)

図-1.1.10 断面拡大部の流速分布

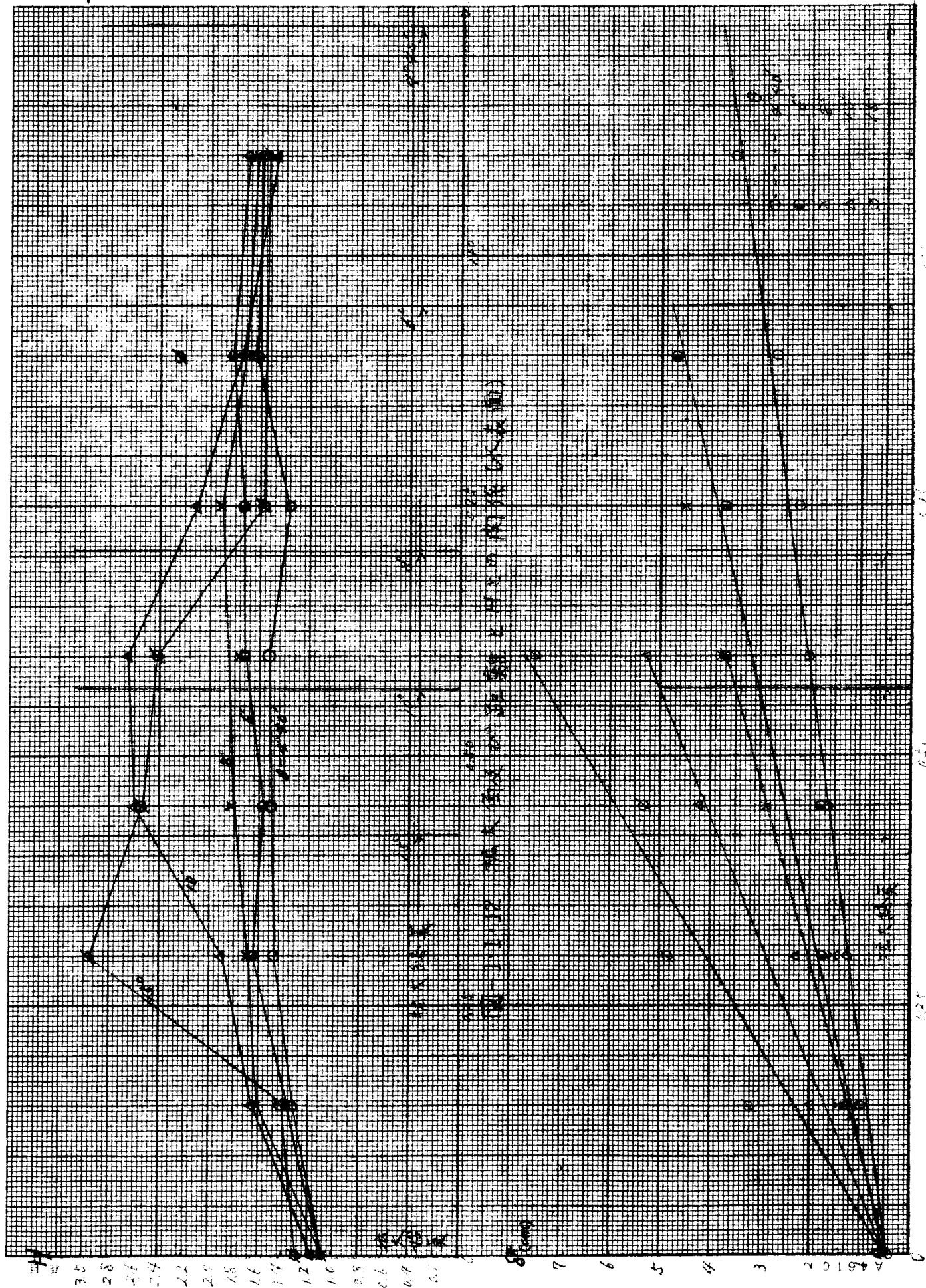


図 1.1.11 最大水深と境界層との関係 (水表面)

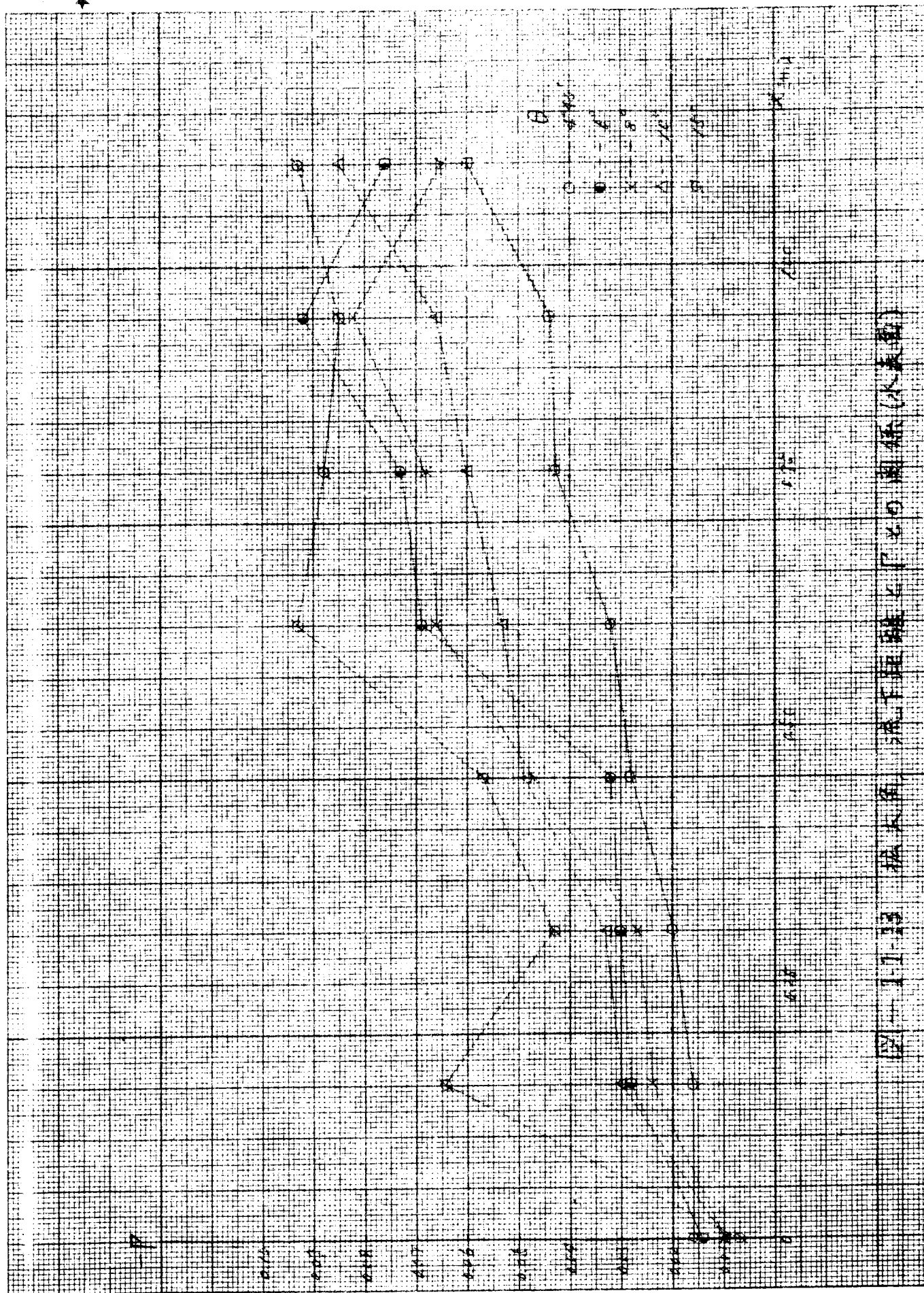
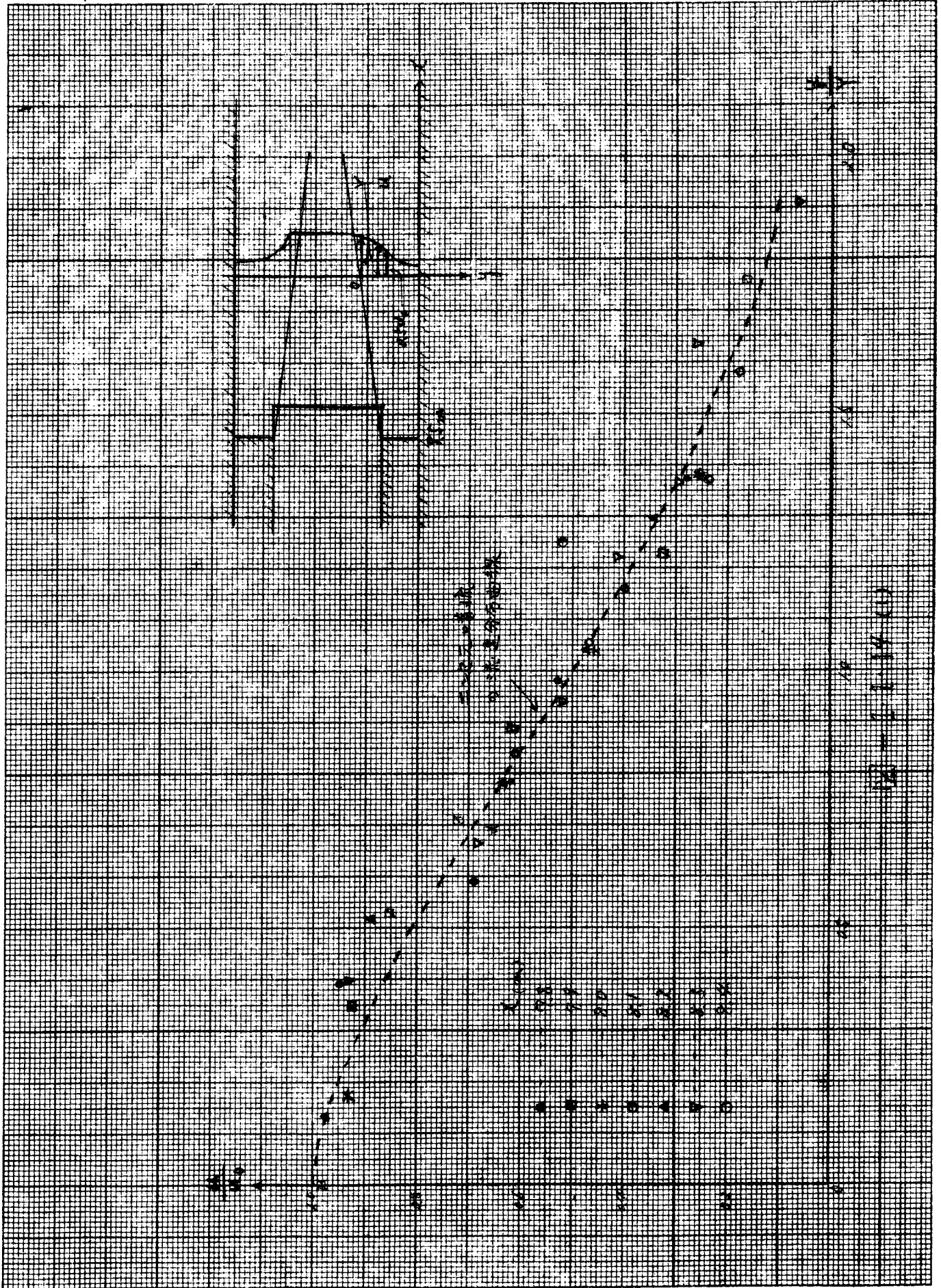


图 11-13 流量与水位关系 (水表面)



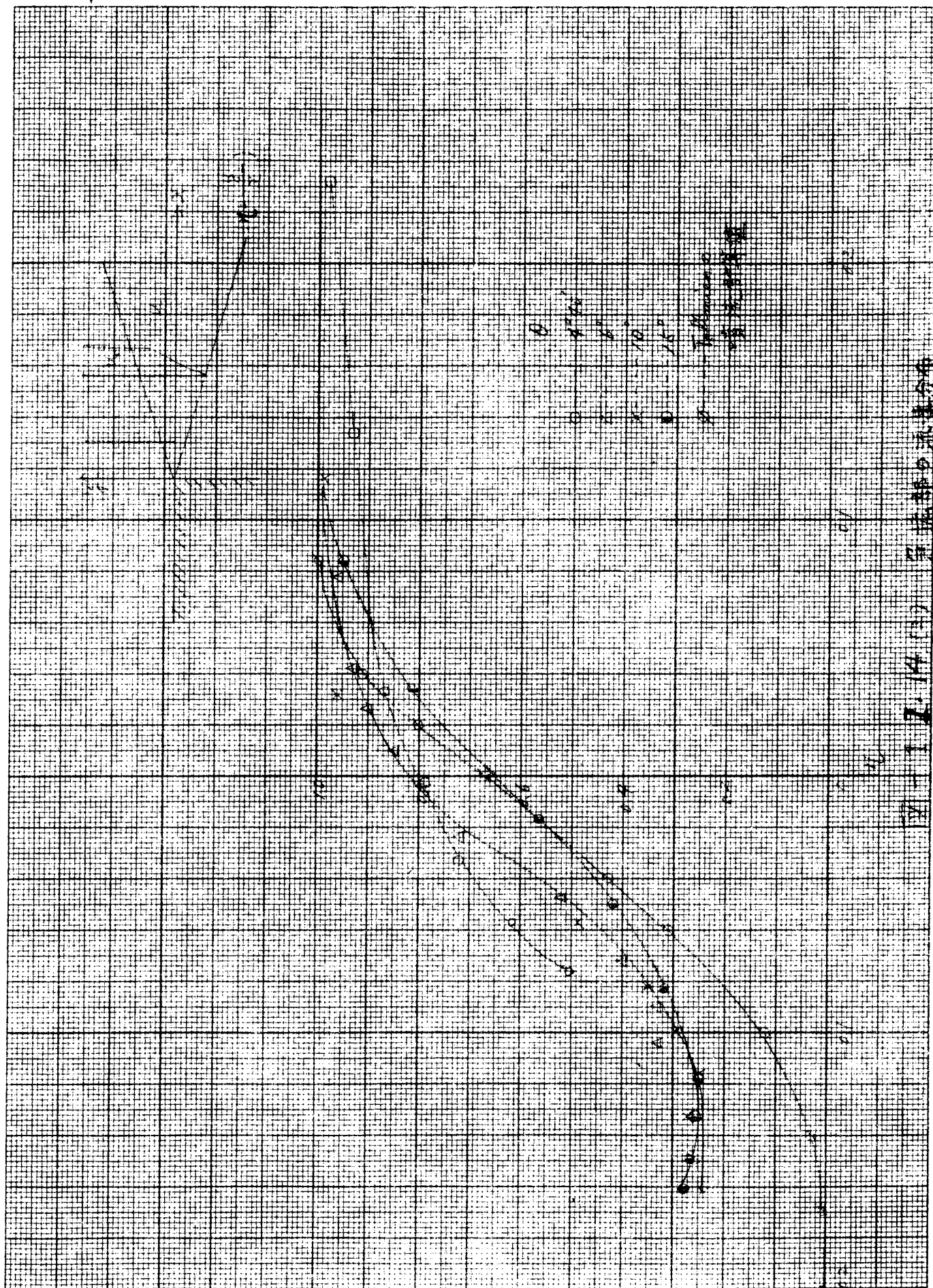


图 1-14 (1) 系流部分流量分布

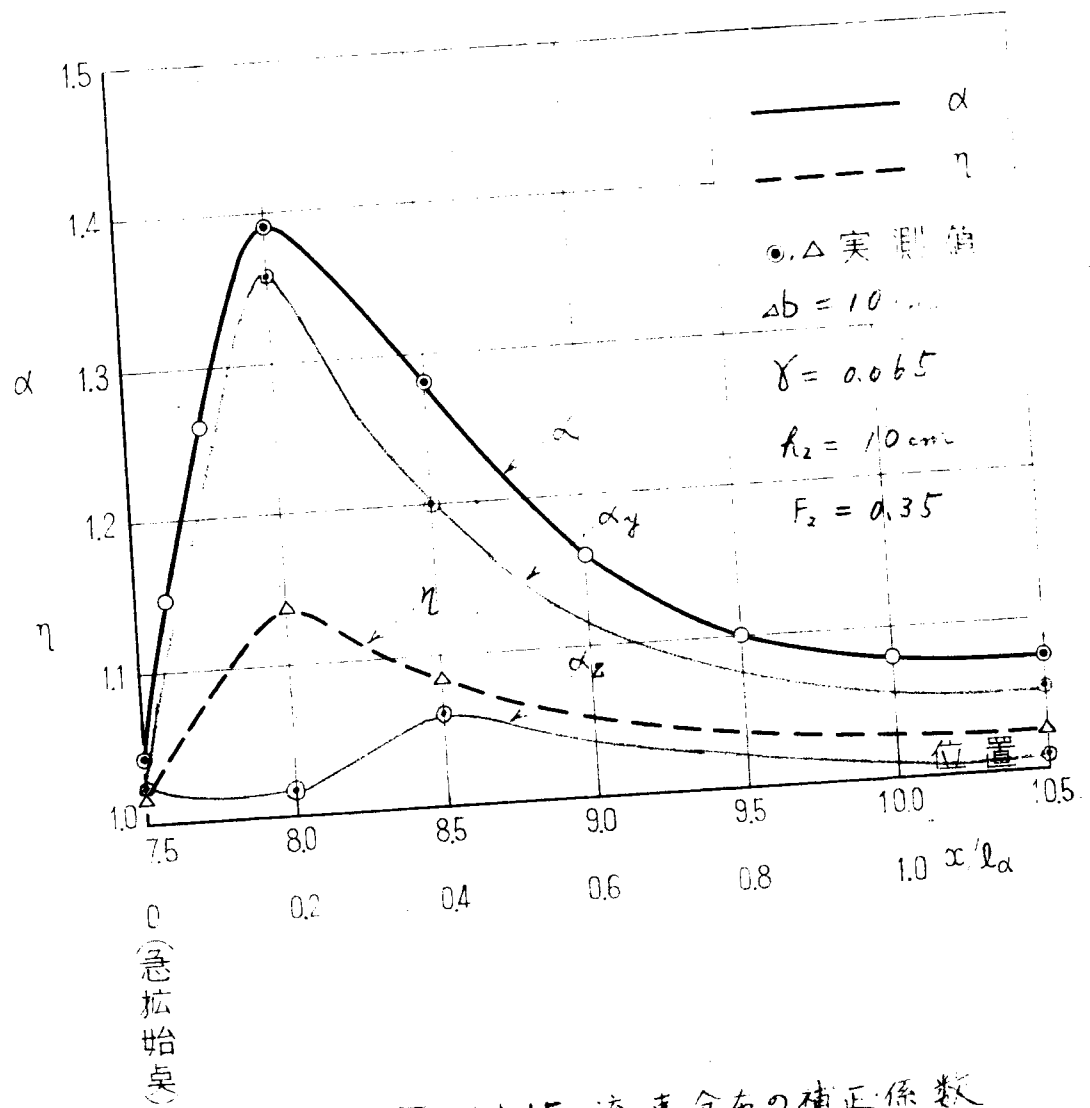


図-1.1.15 流速分布の補正係数

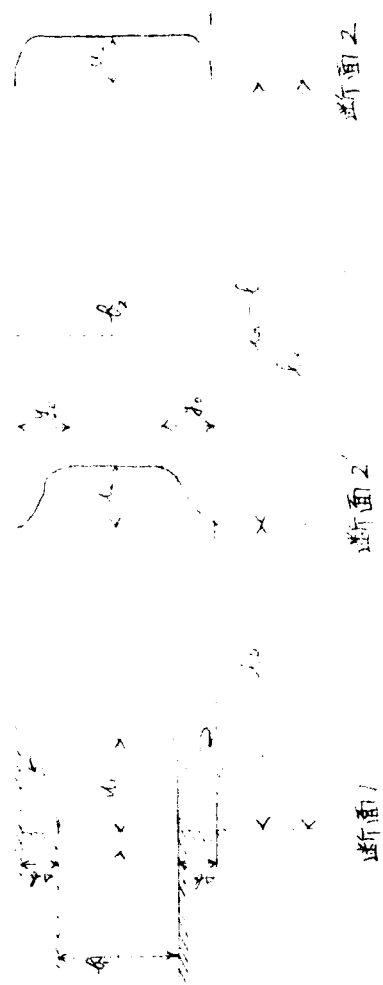
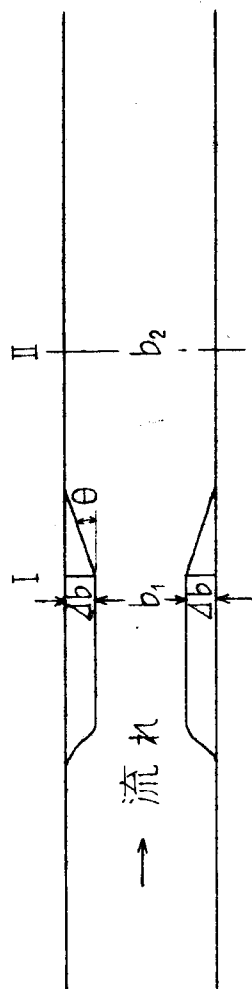
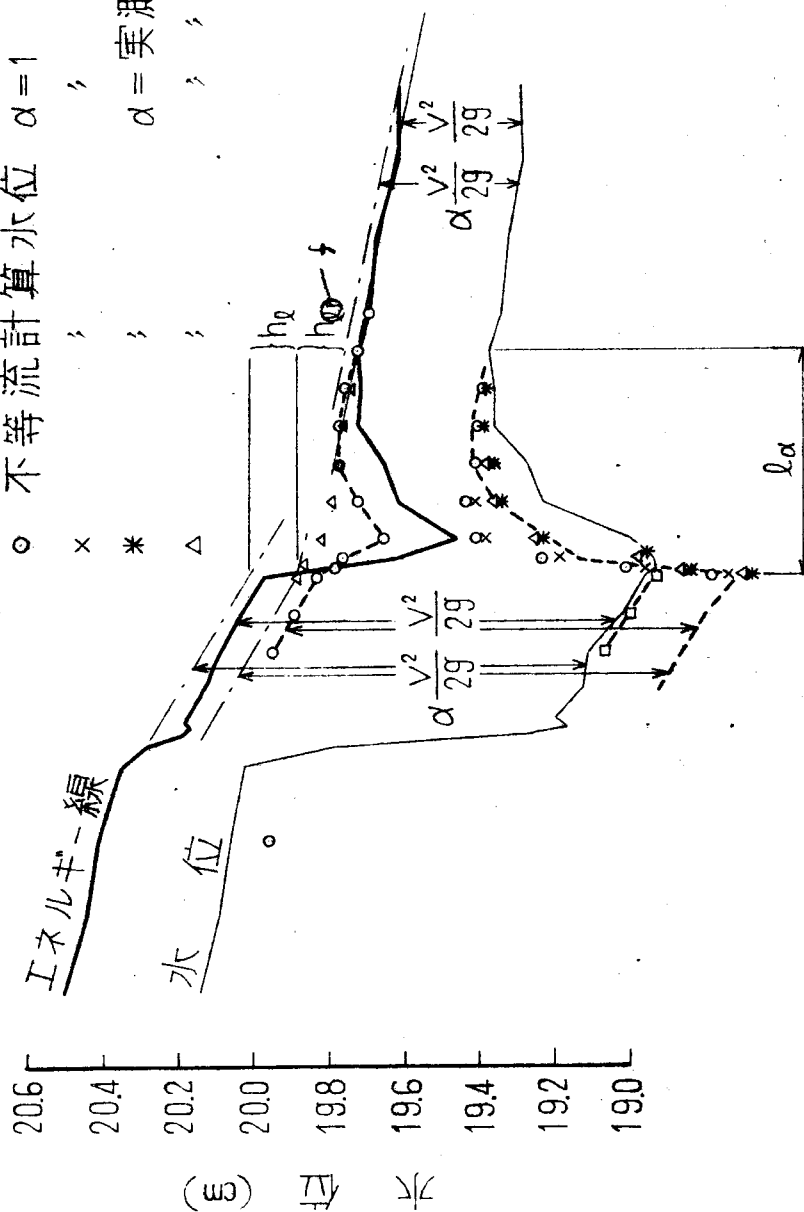


圖-1.1.15 記号説明図

$Q = 10 \text{ l/sec}$ $\theta = 90^\circ$ ———
 $\theta = 10^\circ$ - - - - -



○ 不等流計算水位 $\alpha=1$ R
 × h
 * $\alpha = \text{実測} h$
 △ h
 ; R



距離 (m)

図-1.1.17 急流と漸流の水面形の比較

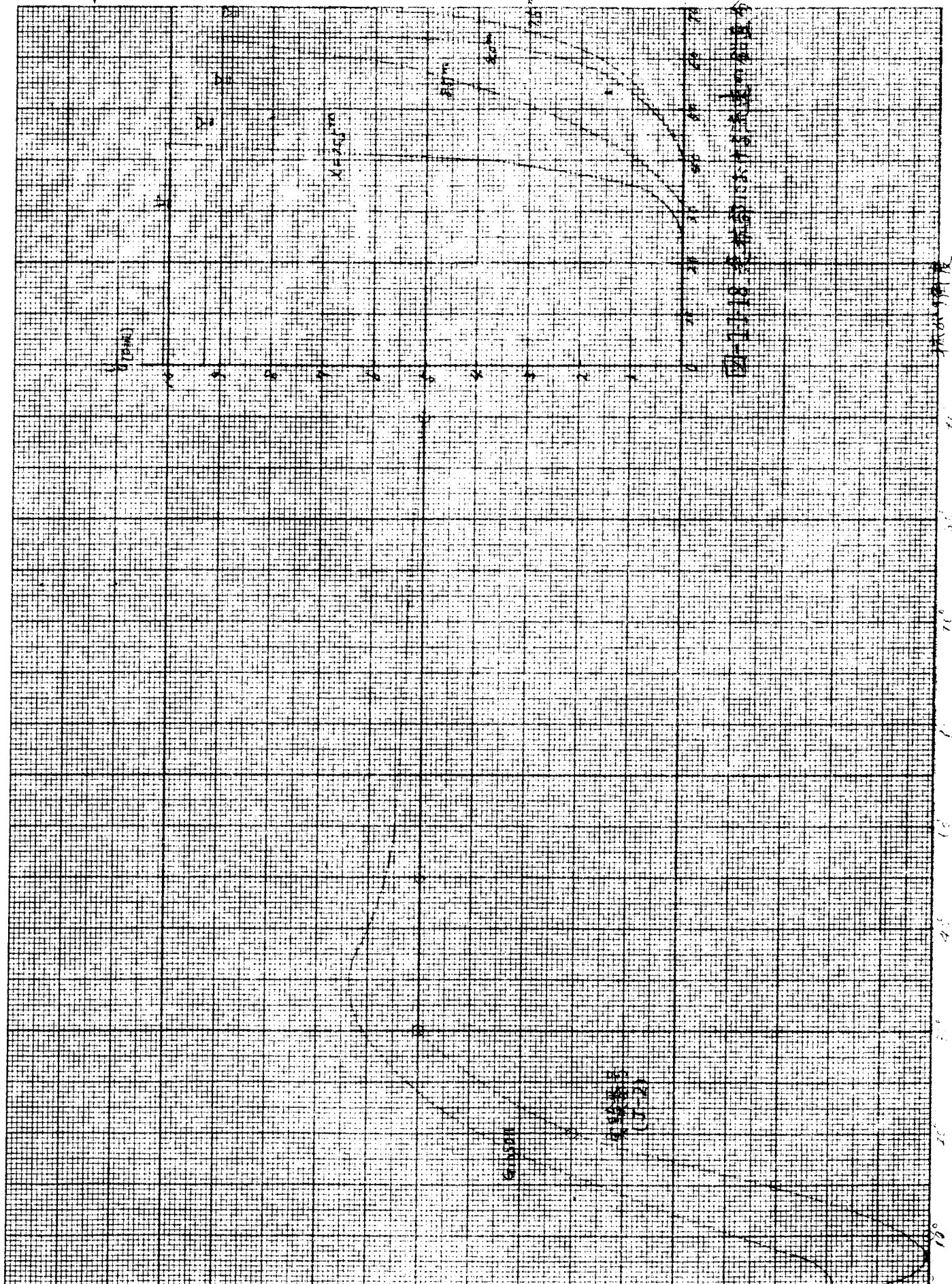


図-1.1.19 損失角と損失角の関係

図-1.1.18 損失角と損失角の関係

$\frac{R_1}{R_2}$

0.5

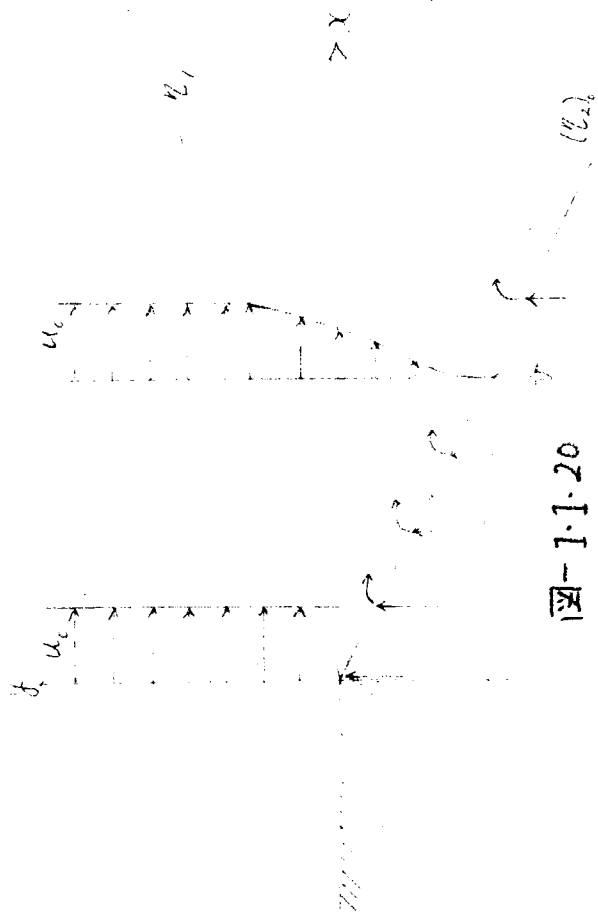


图-1.1.20

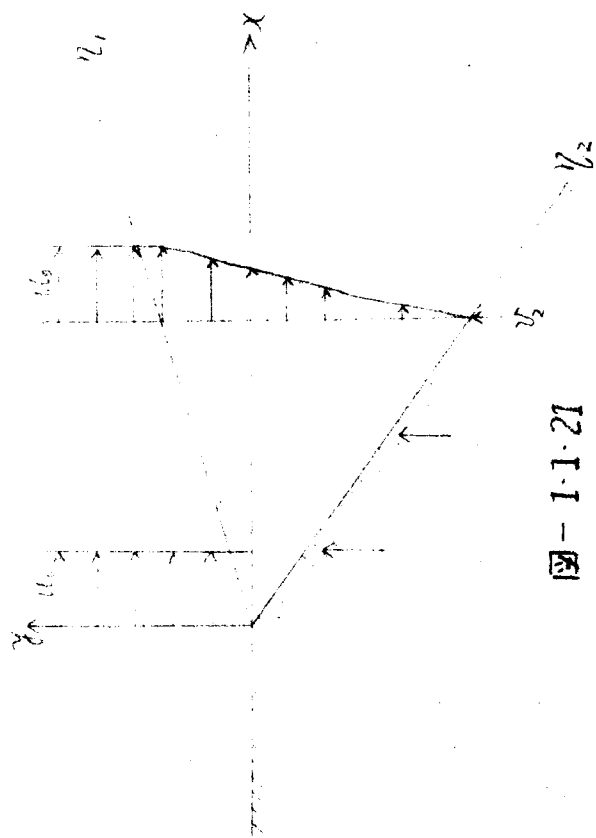


图-1.1.21

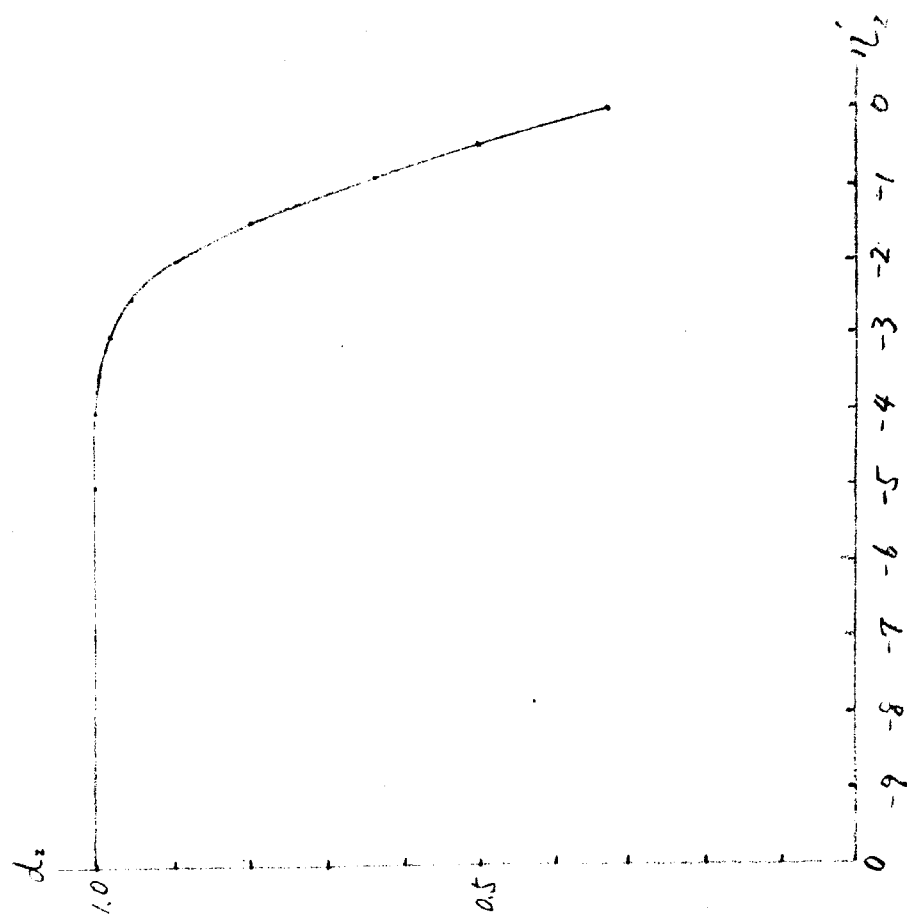
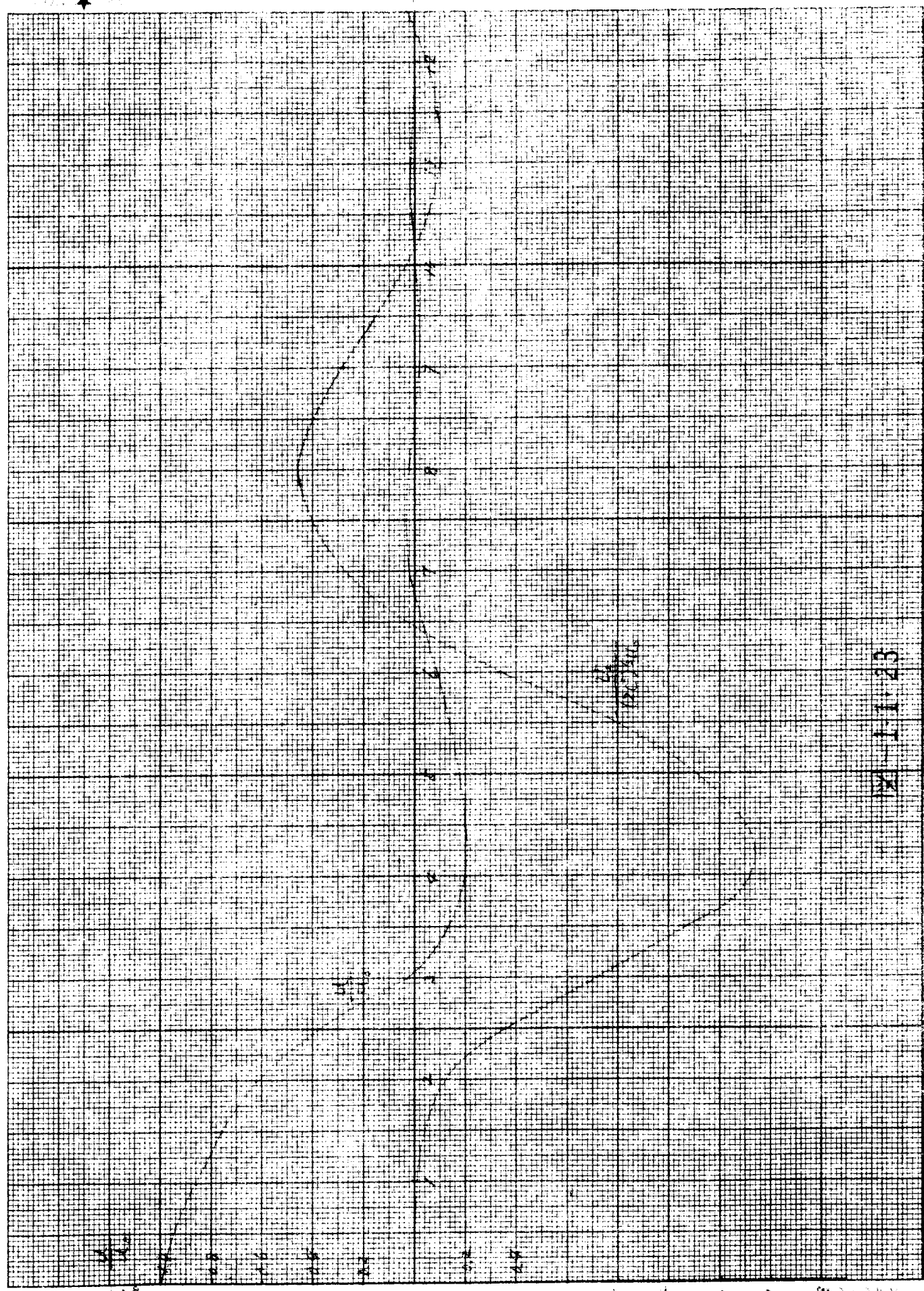


图-1.1.22



EX 11-23



31.2
40
12.23%

10

20

30

40

50

60

0

10

20

30

40

50

31.2
40
12.23%

31.2
40
12.23%

42-11-24

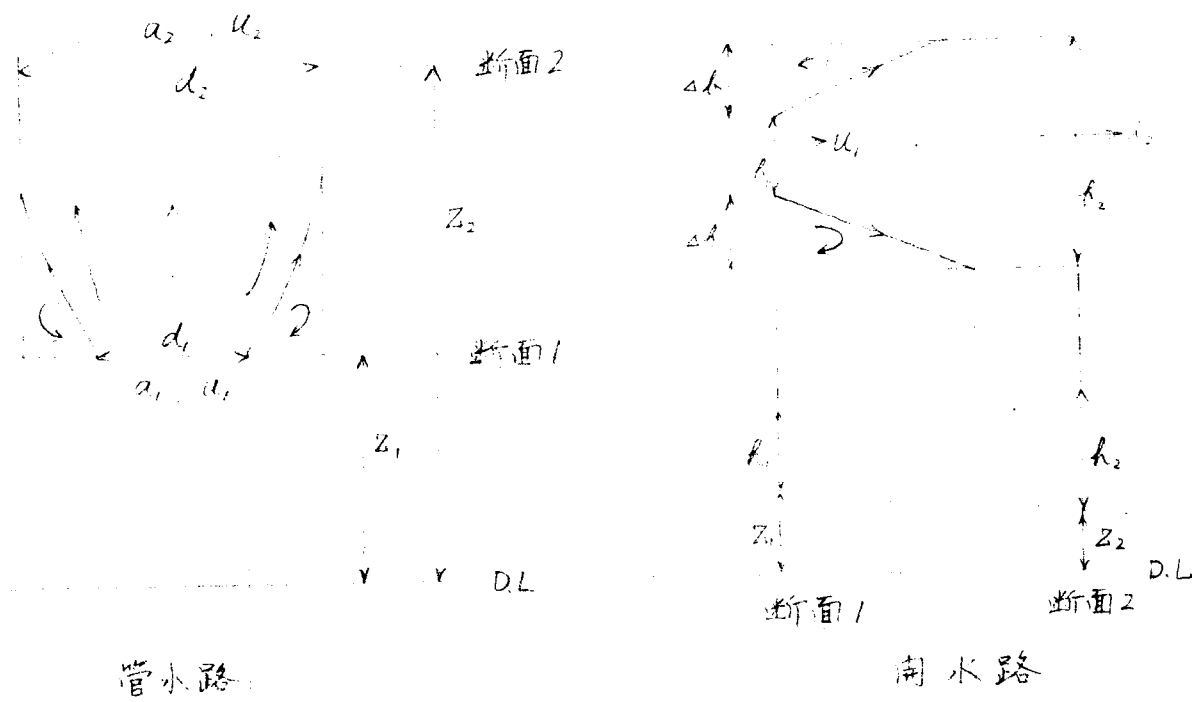


図-1.1.25 記号説明図

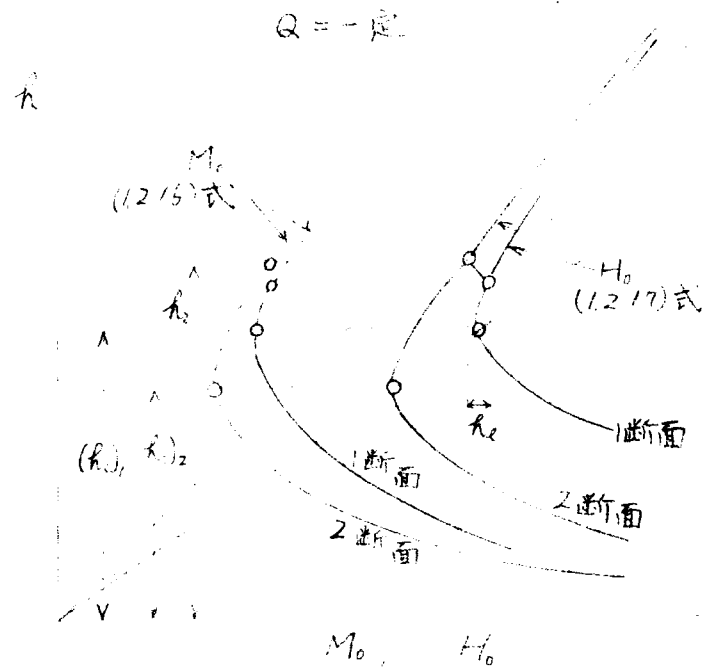


図-1.1.26 比エネルギー、運動量と水深との関係

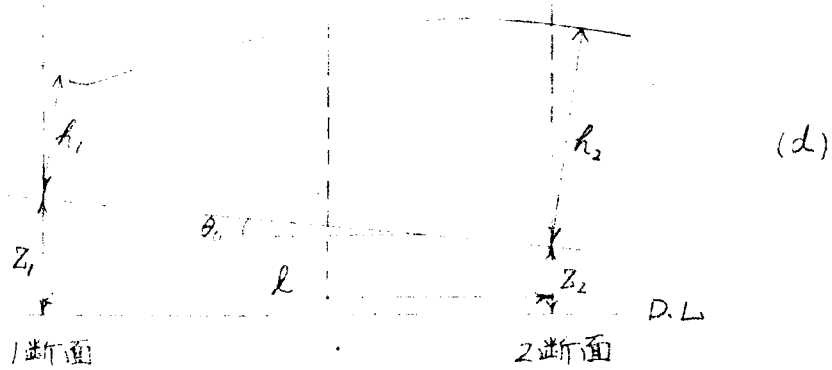
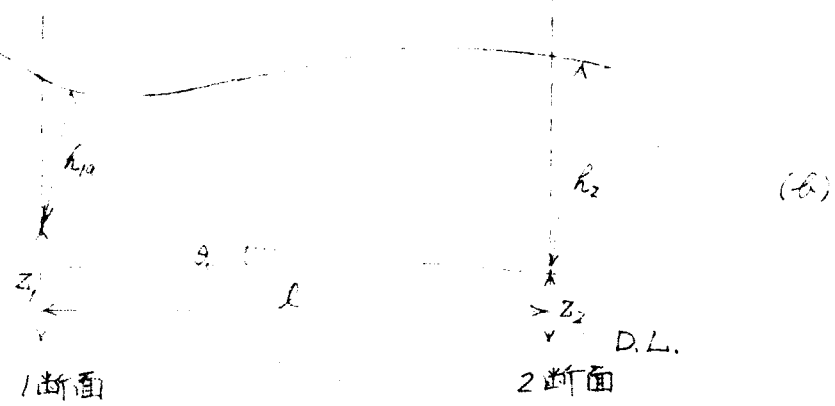
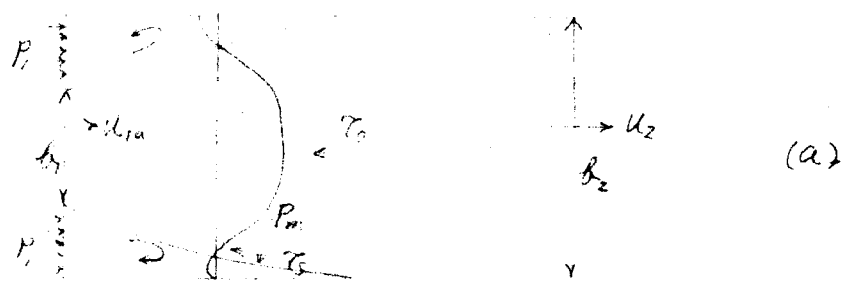


圖-1.1.27 記号説明図

$f(\alpha)$
 $f'(\alpha)$

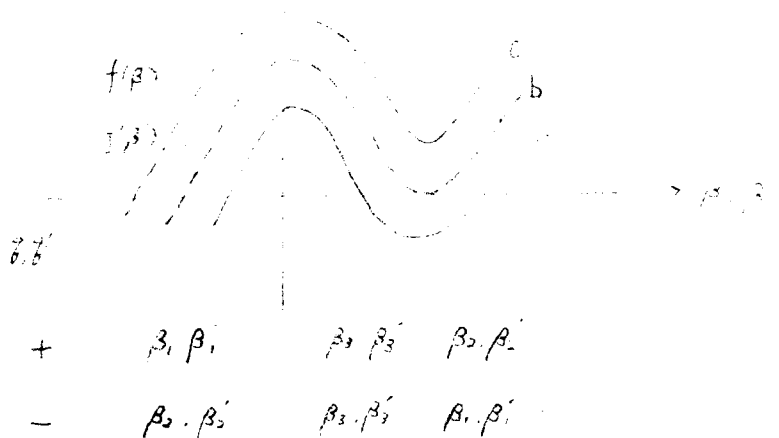


図 - 1.1.28

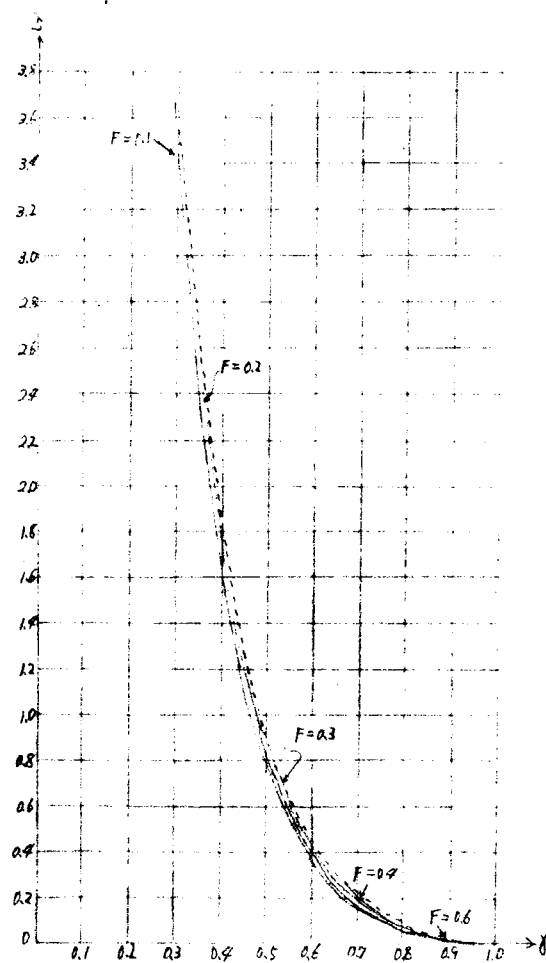
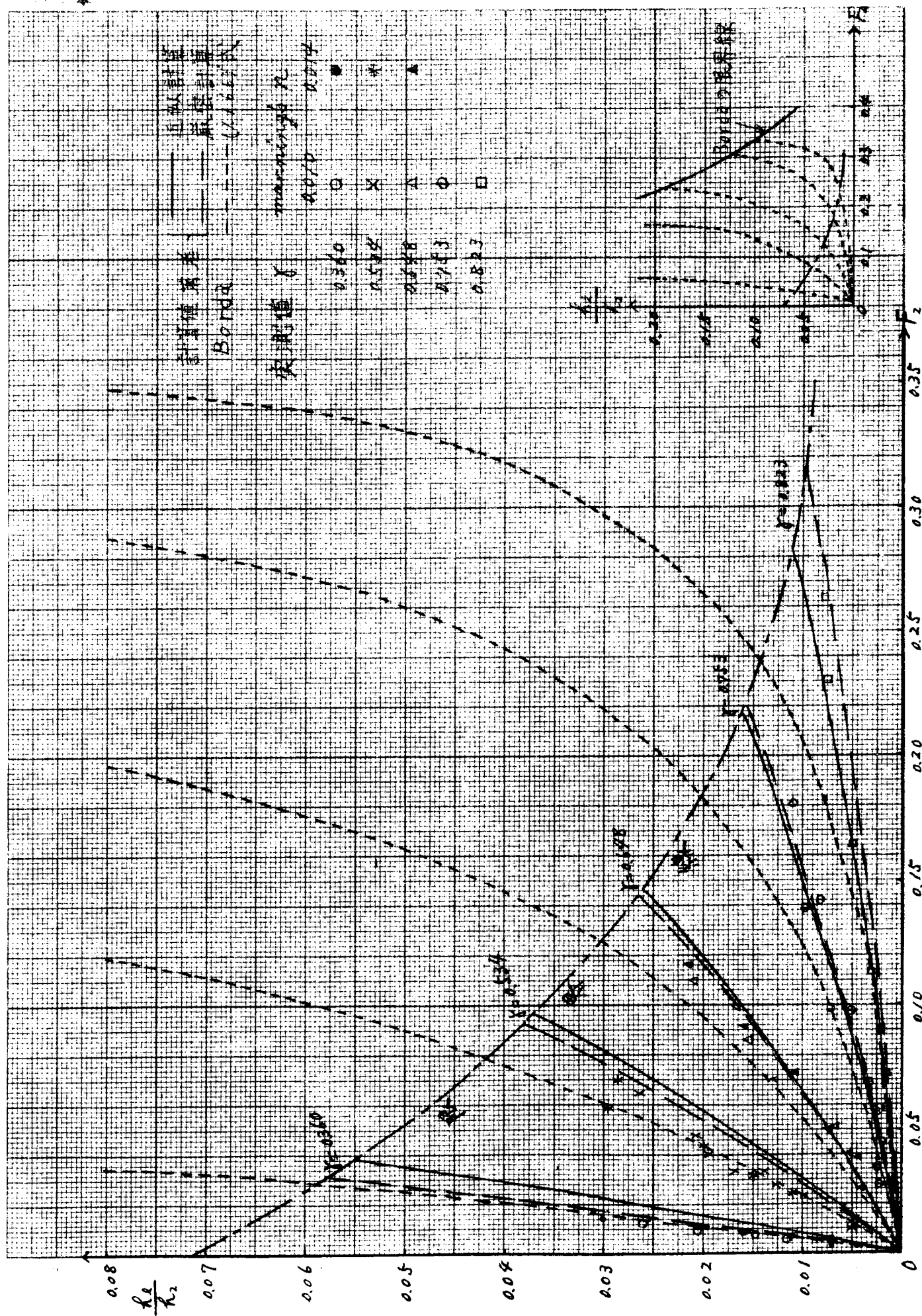
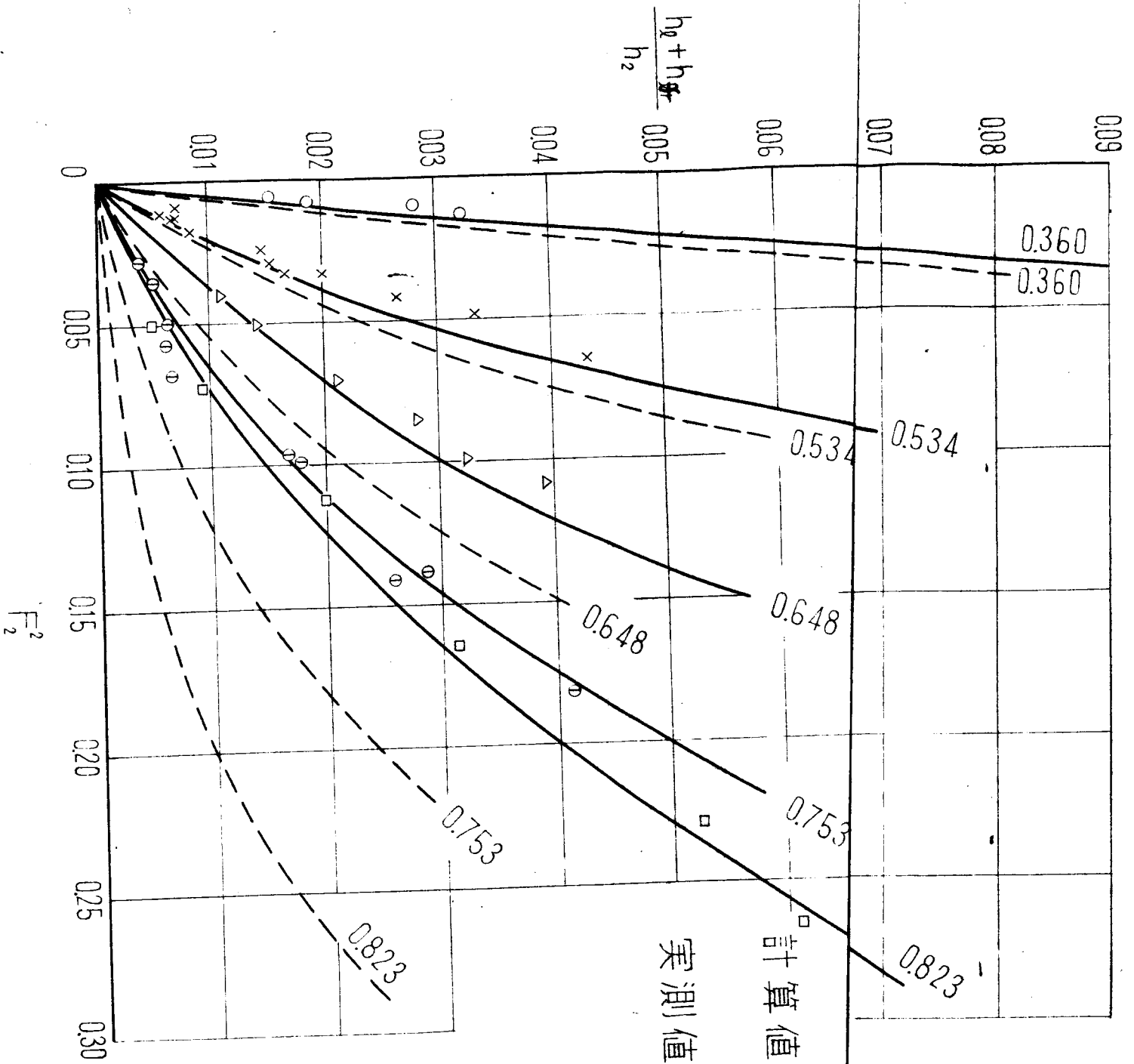


図-1.1.29 急転による損失係数とγおよび F_2 との関係
 (計算曲線)





著者	γ
著者	0.360
Borda	0.534
Carnot	0.648
	0.753
	0.823

$n=0.010$

図-1.1.33(1) 急流部の全損失水頭に対する
理論値と実測値との比較

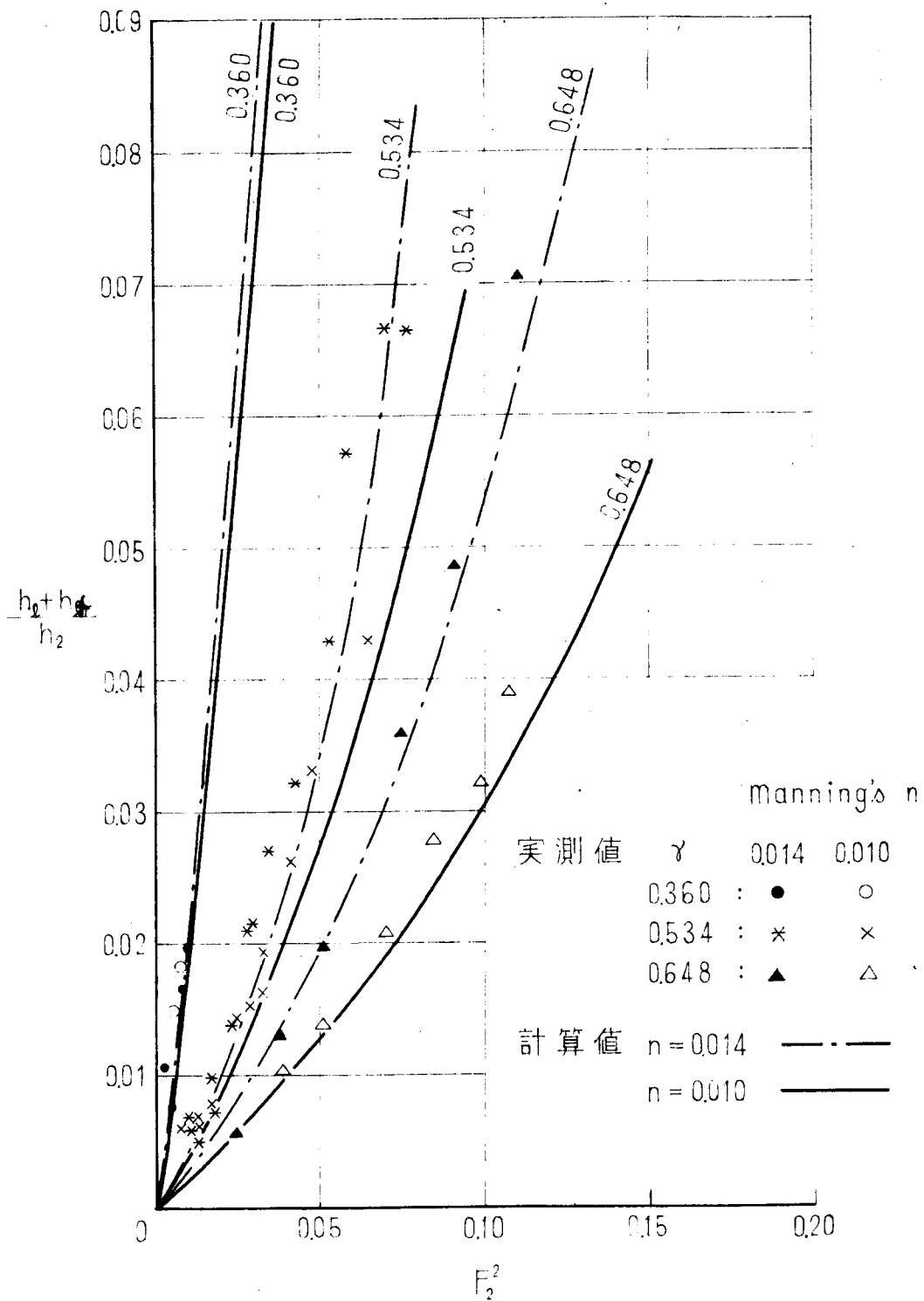
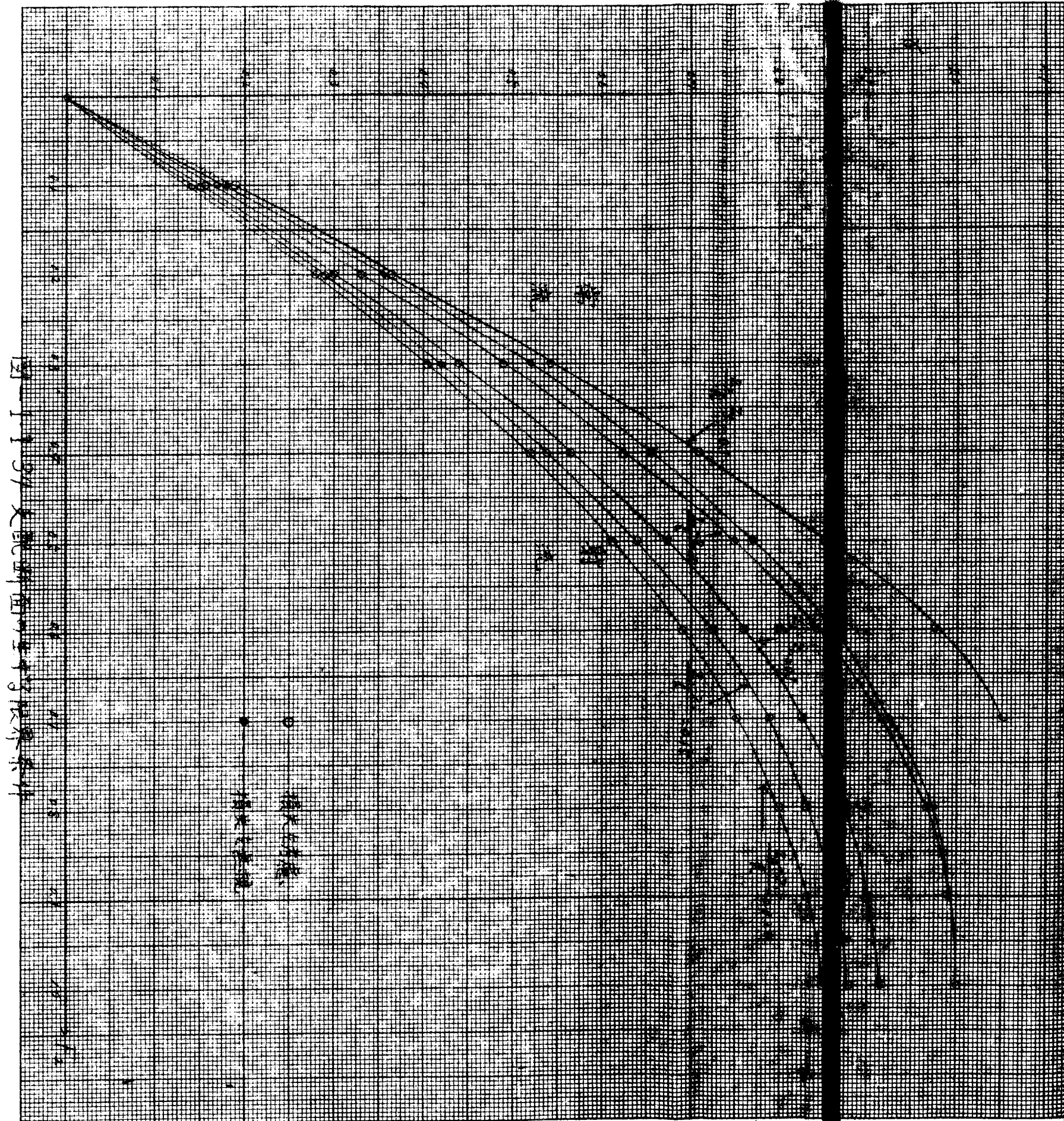
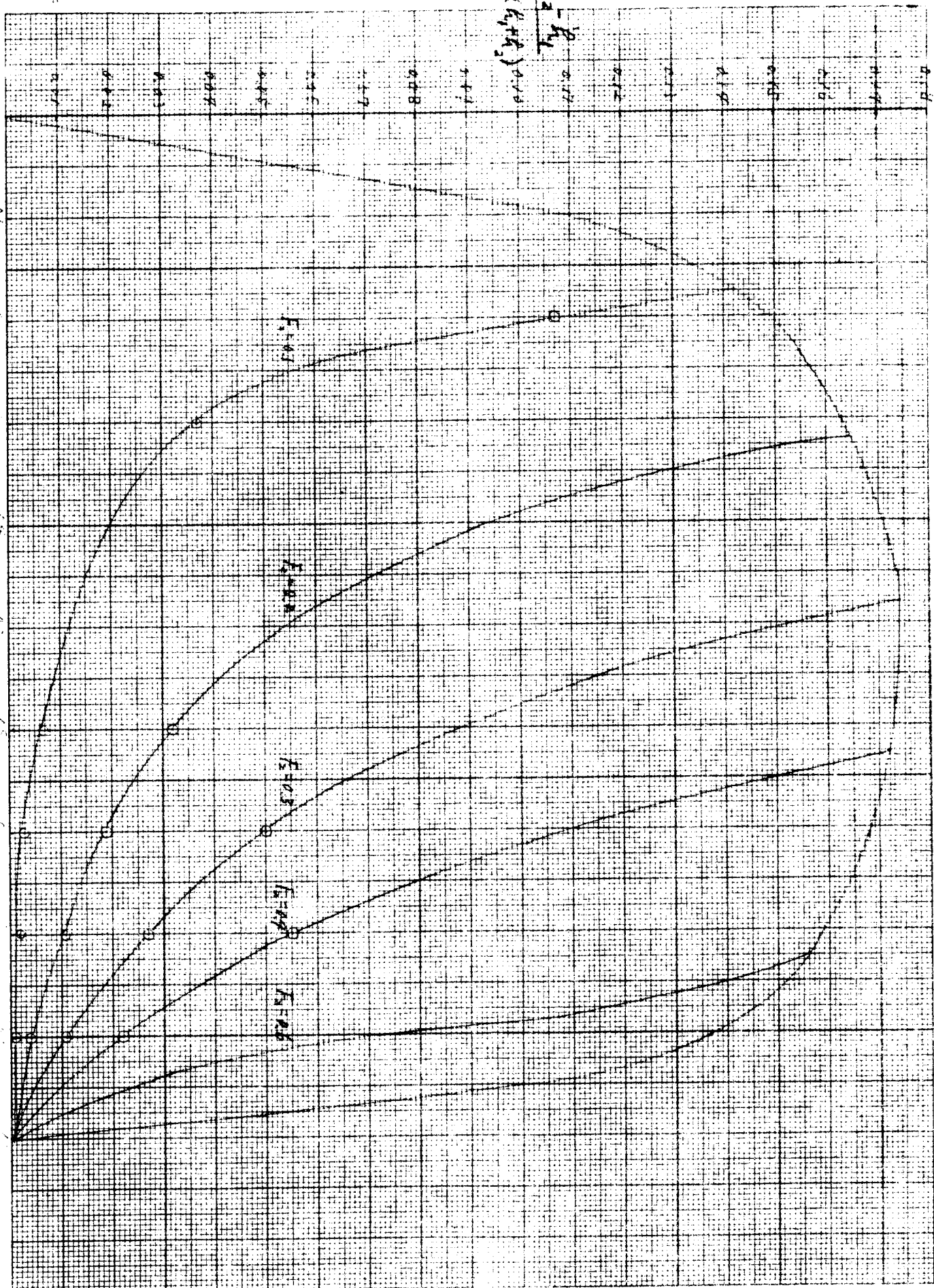


図-11.33(2) 急流による全損失水頭に対する
理論値と実測値との比較



$$\frac{h_2 - h_1}{\frac{1}{2}(h_1 + h_2)} = 0.10$$



17-1.1.35



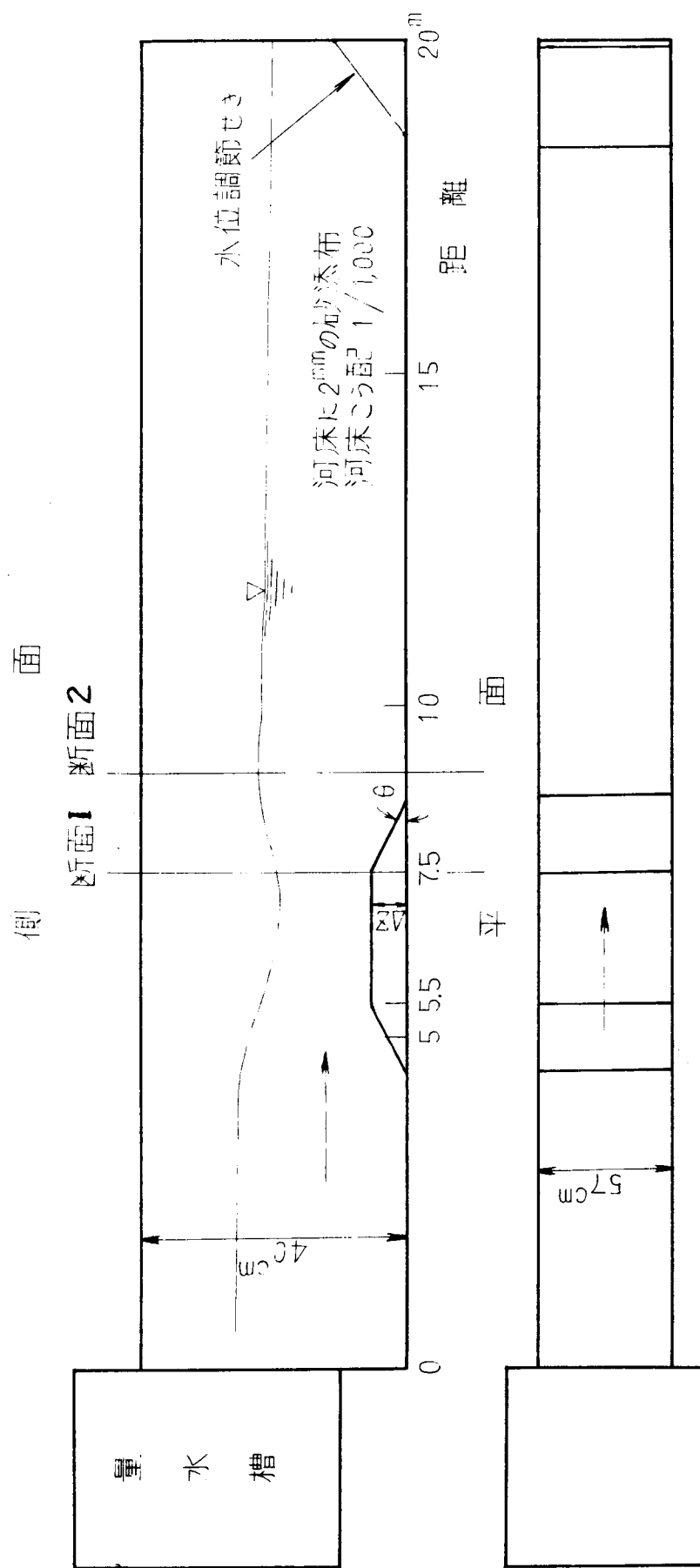
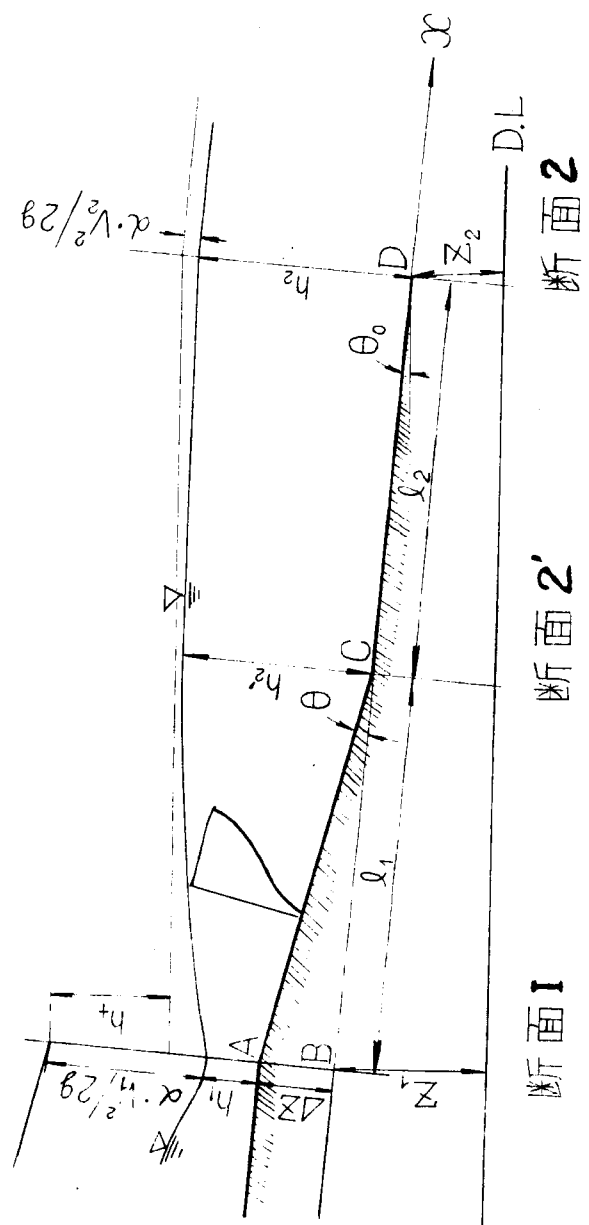
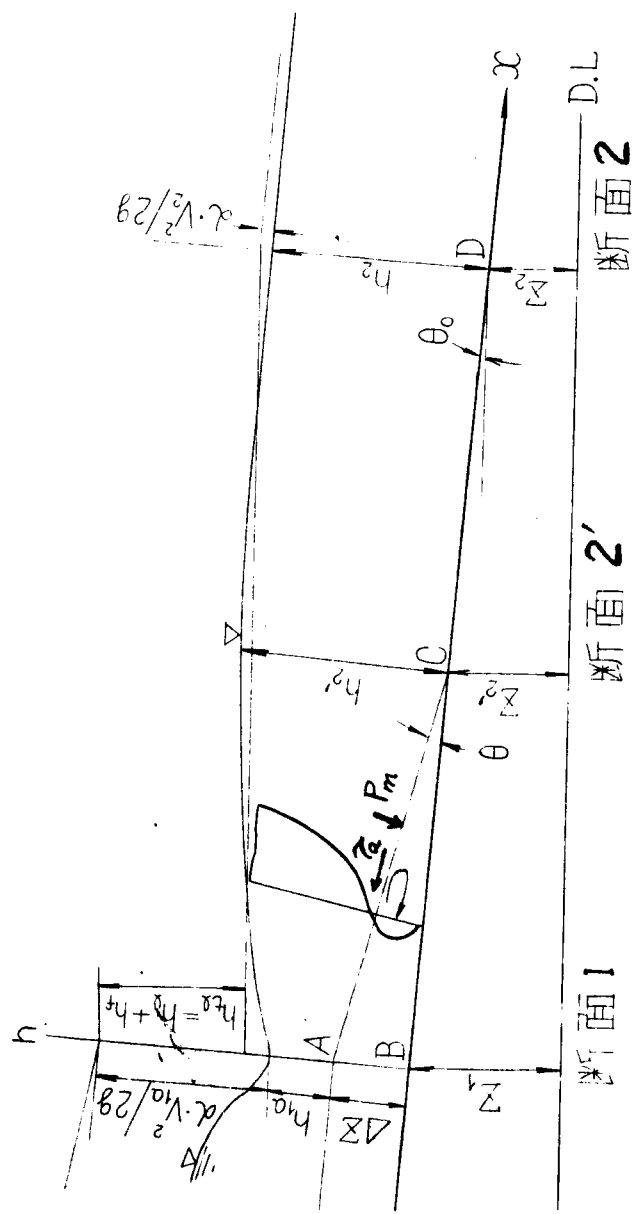


図-1.2.1 実験用水路



漸流

圖-1.2.2 急流說明圖

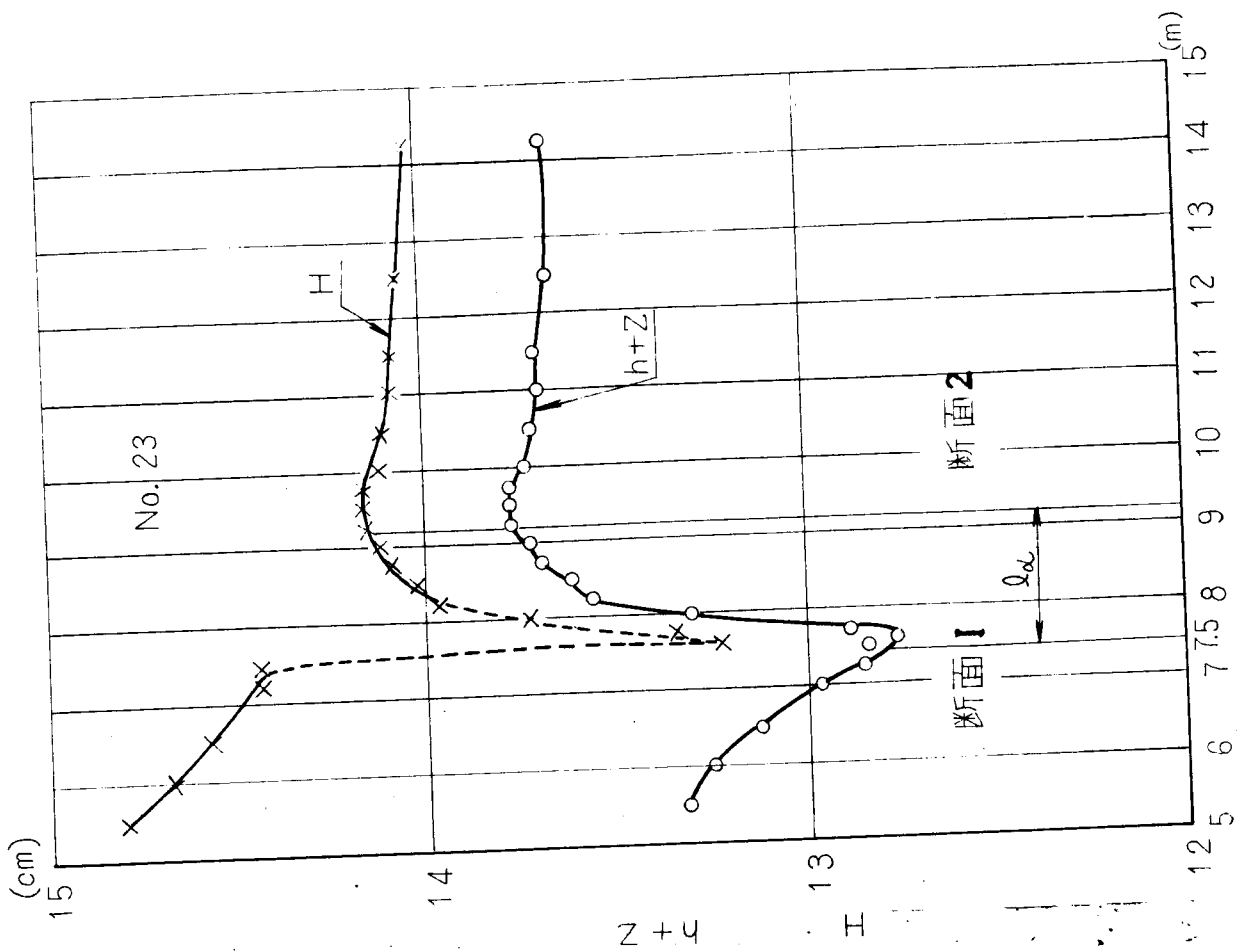
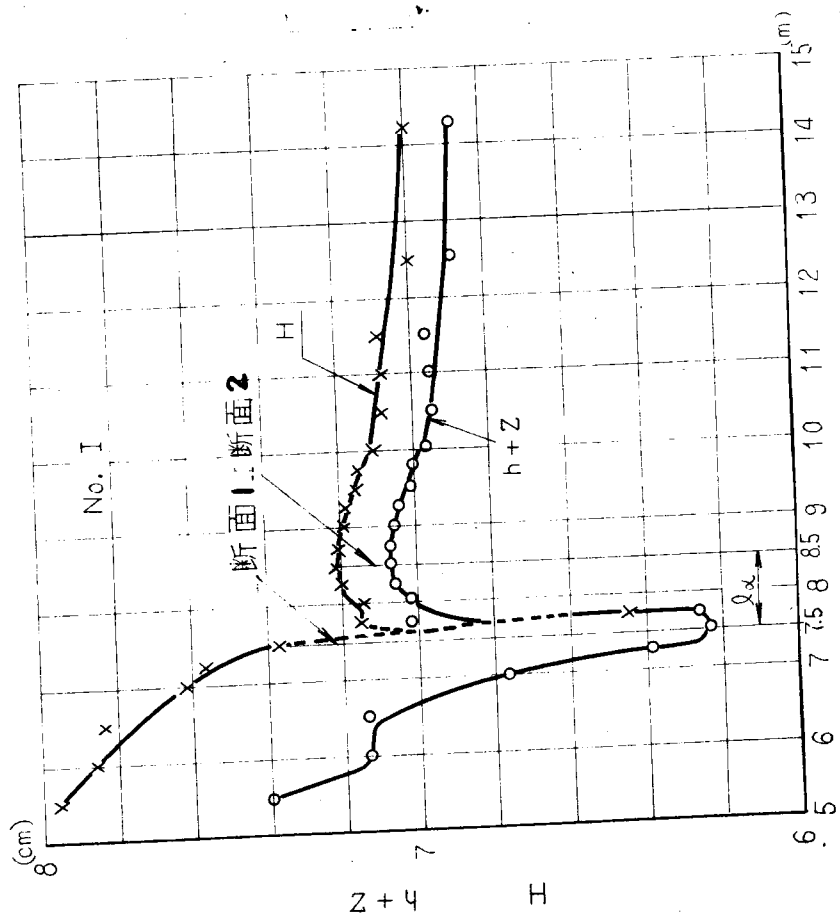


図-1.2.3 (2) 段落部の水面形



sec

図-1.2.3 (1) 急流部の水面形

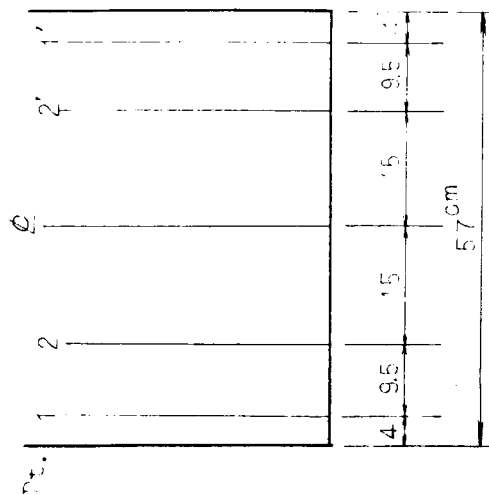


図 1.2.4 測点位置

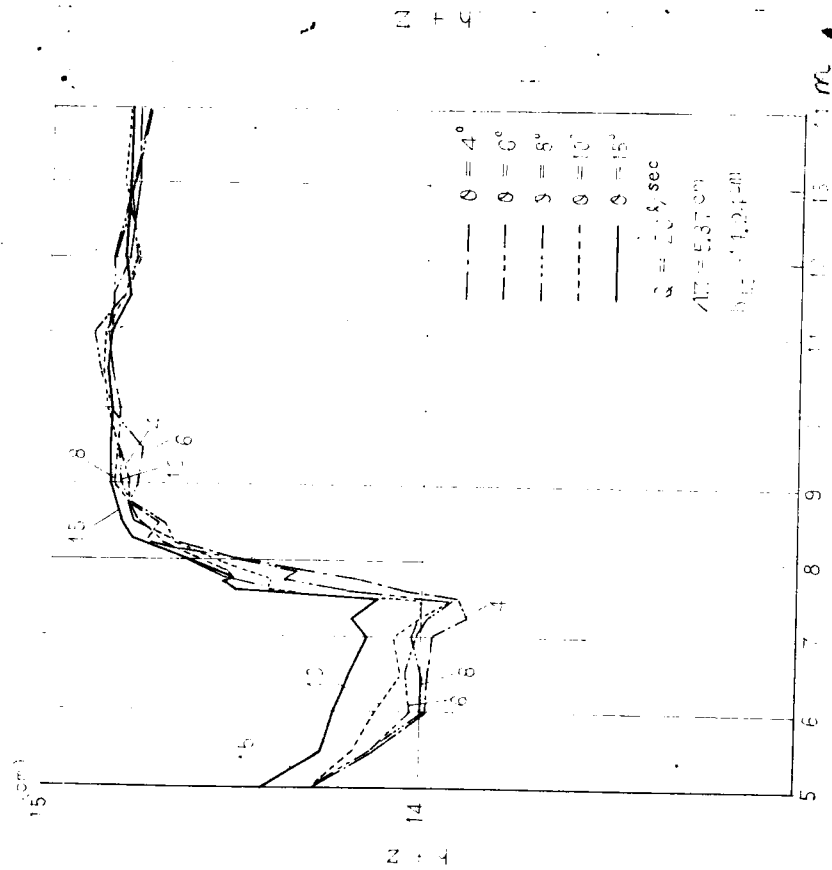


図 1.2.5 (1) 薄翼の揚力係数と迎角の関係

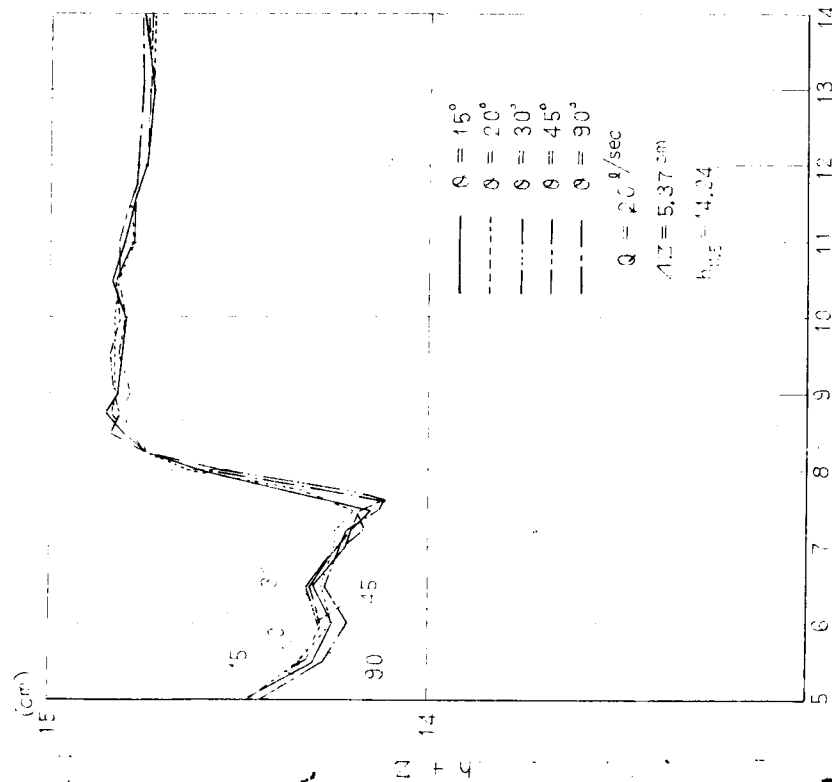


図 1.2.5 (2) 薄翼の揚力係数と迎角の関係

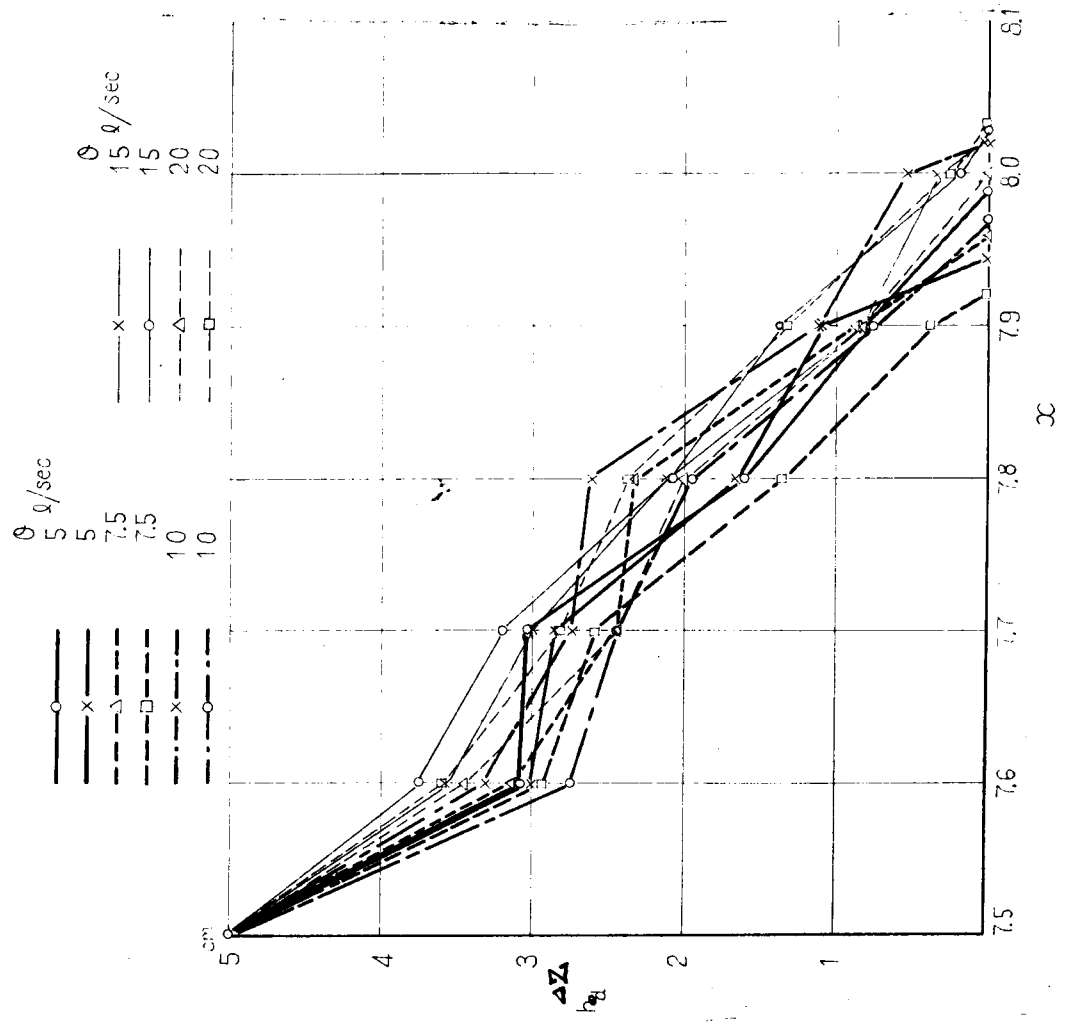


図-1.2.6.(1) 死水域の形状

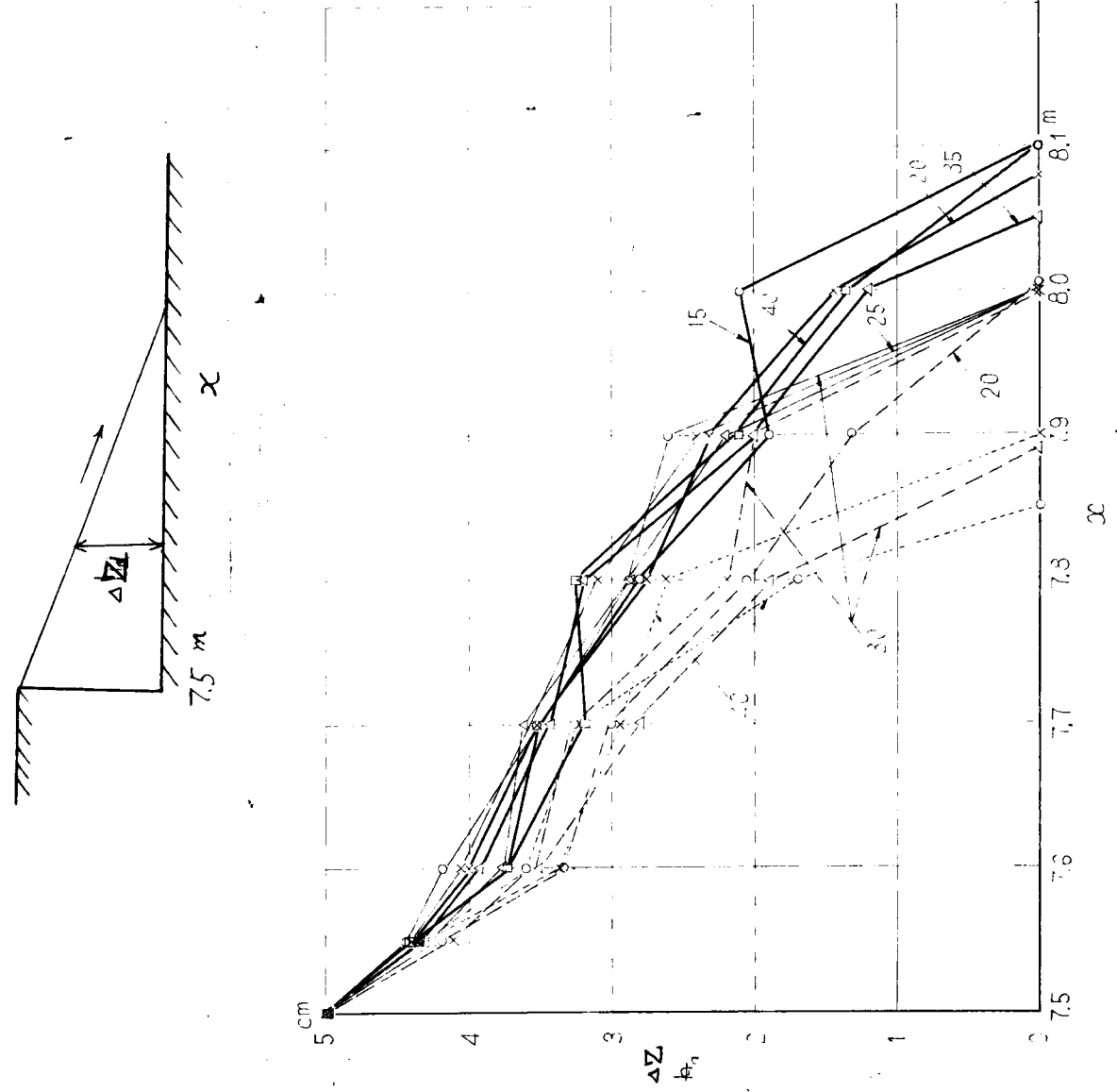
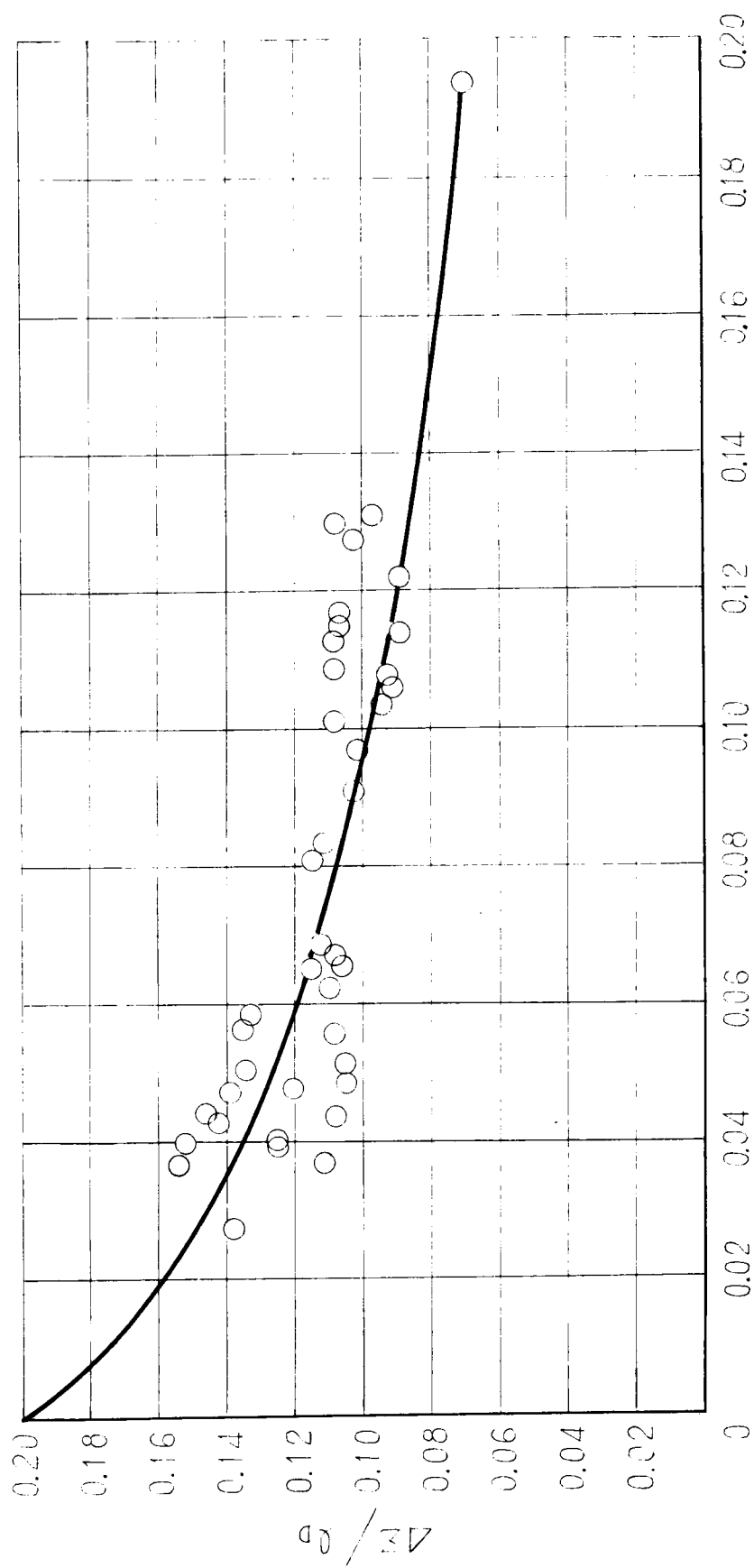


図-1.2.6.(2) 死水域の形状



$$\frac{h_2 - (h_1 + \Delta Z)}{\frac{h_2 + (h_1 + \Delta Z)}{2}} \quad \left(= -\frac{\Delta P}{P_m} \right)$$

図-1.2.7. 死水域の長さ

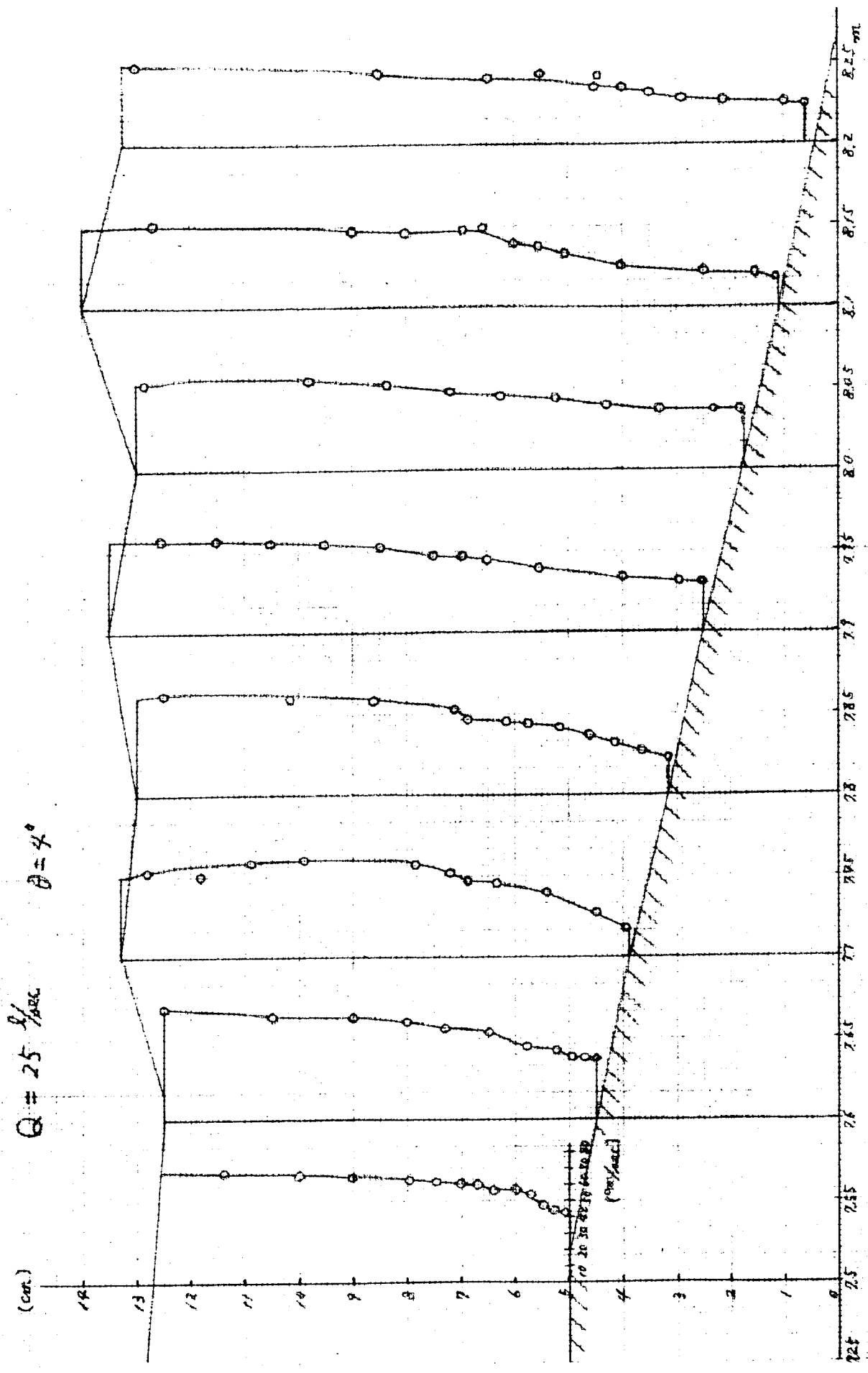


圖-1.2.8 流速分布

$Q = 15 \frac{m^3}{sec}$ $\theta = 6^\circ$

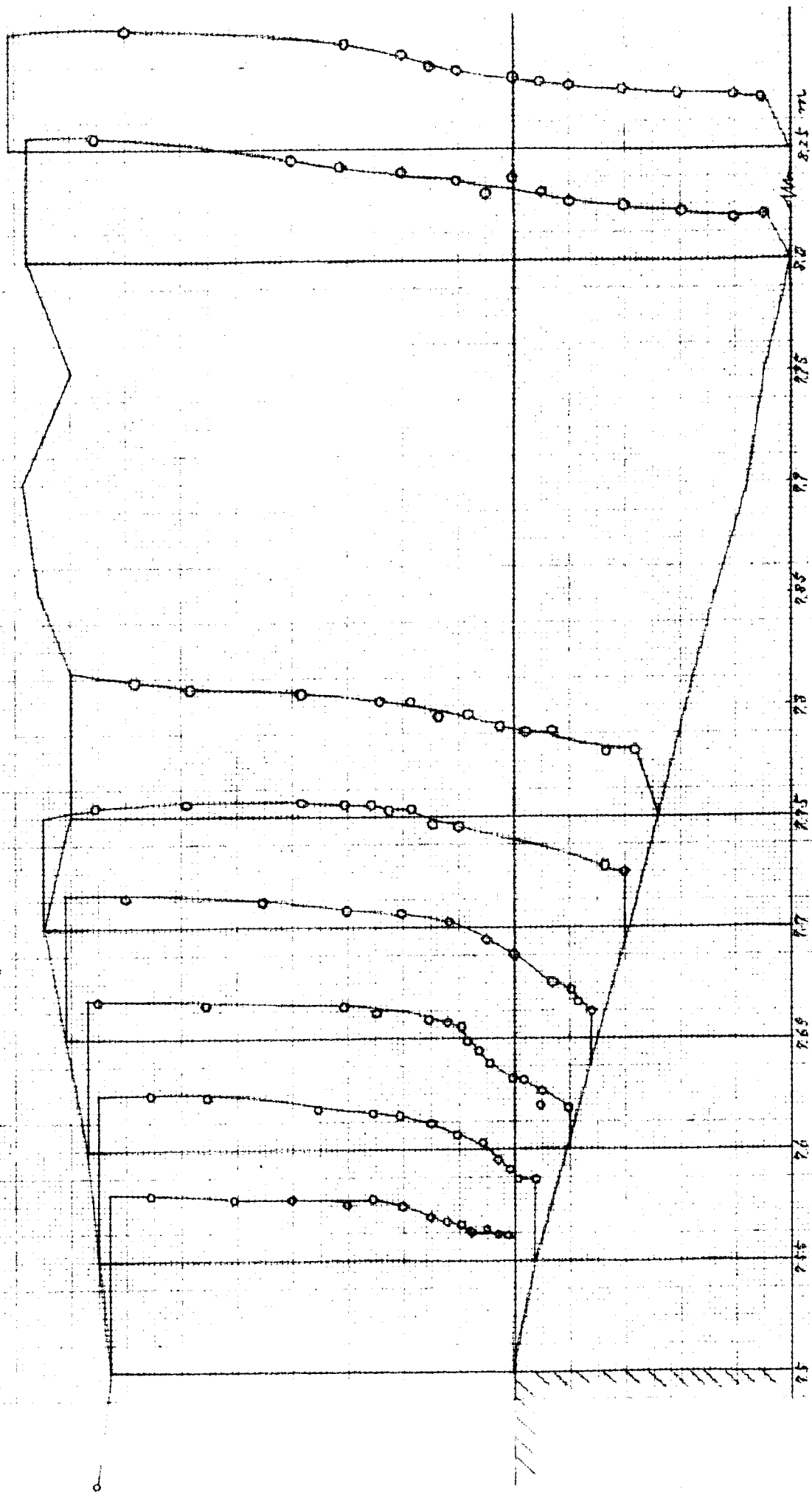


圖-1-2-8 (2) 流速分布

$Q = 25 \frac{3}{4} \text{ sec}$ $\theta = 8^\circ$

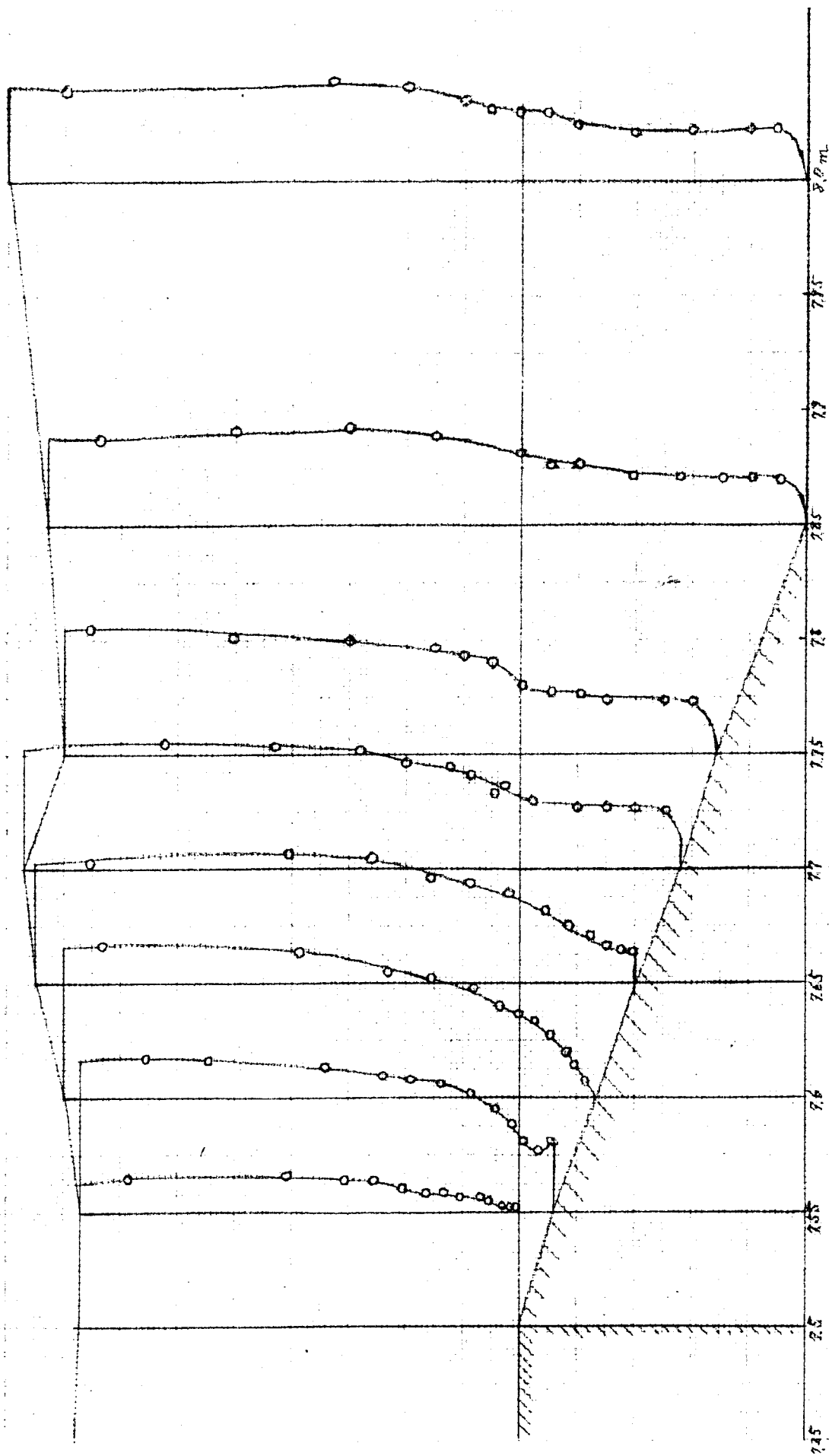


圖-1.2.8.(3) 流速分佈

$Q = 2.5 \frac{\text{m}^3}{\text{sec}}$ $\theta = 10^\circ$

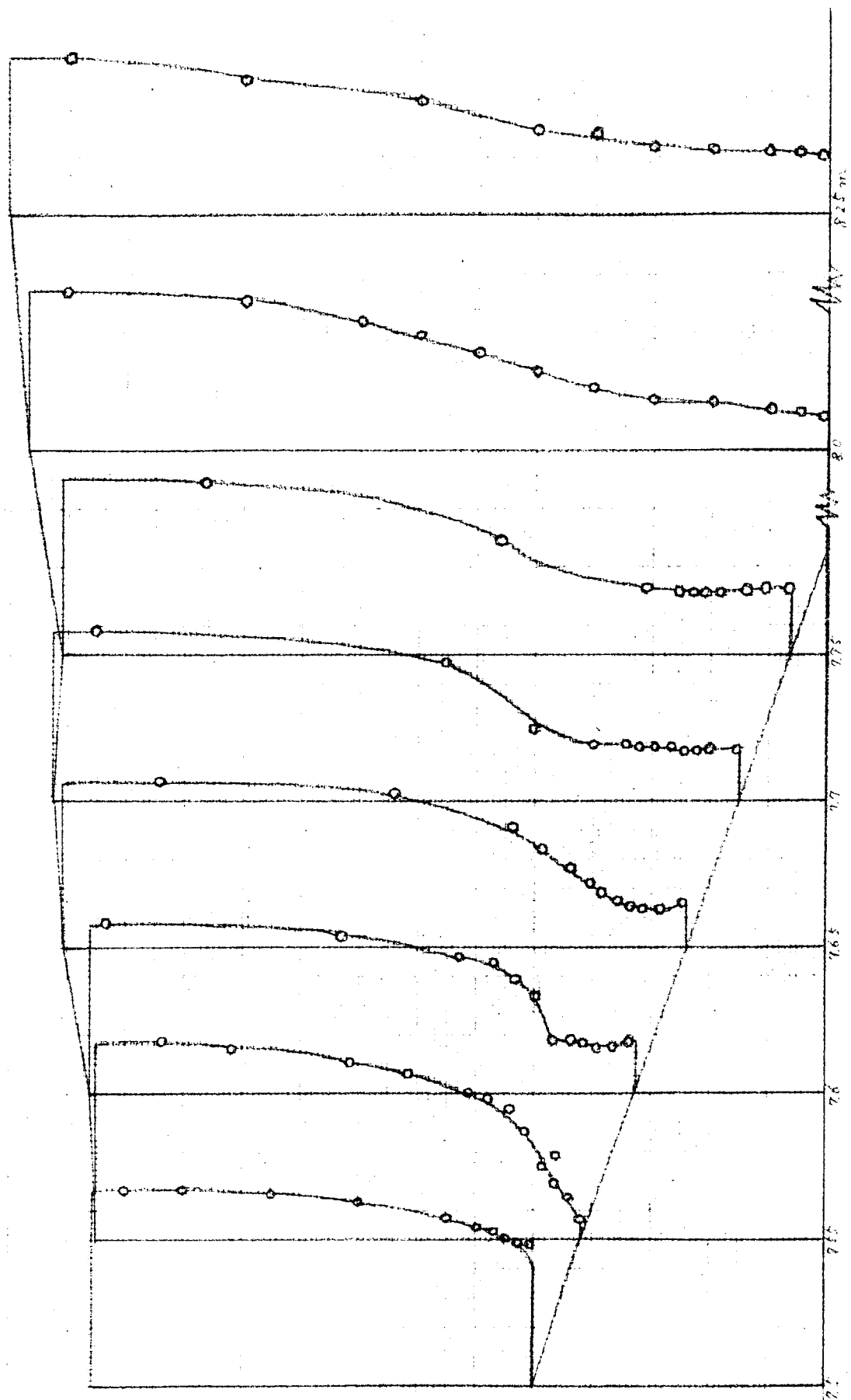


图-1.2.8.(4) 流速分布

$$Q = 25 \frac{\text{g}}{\text{sec}}$$

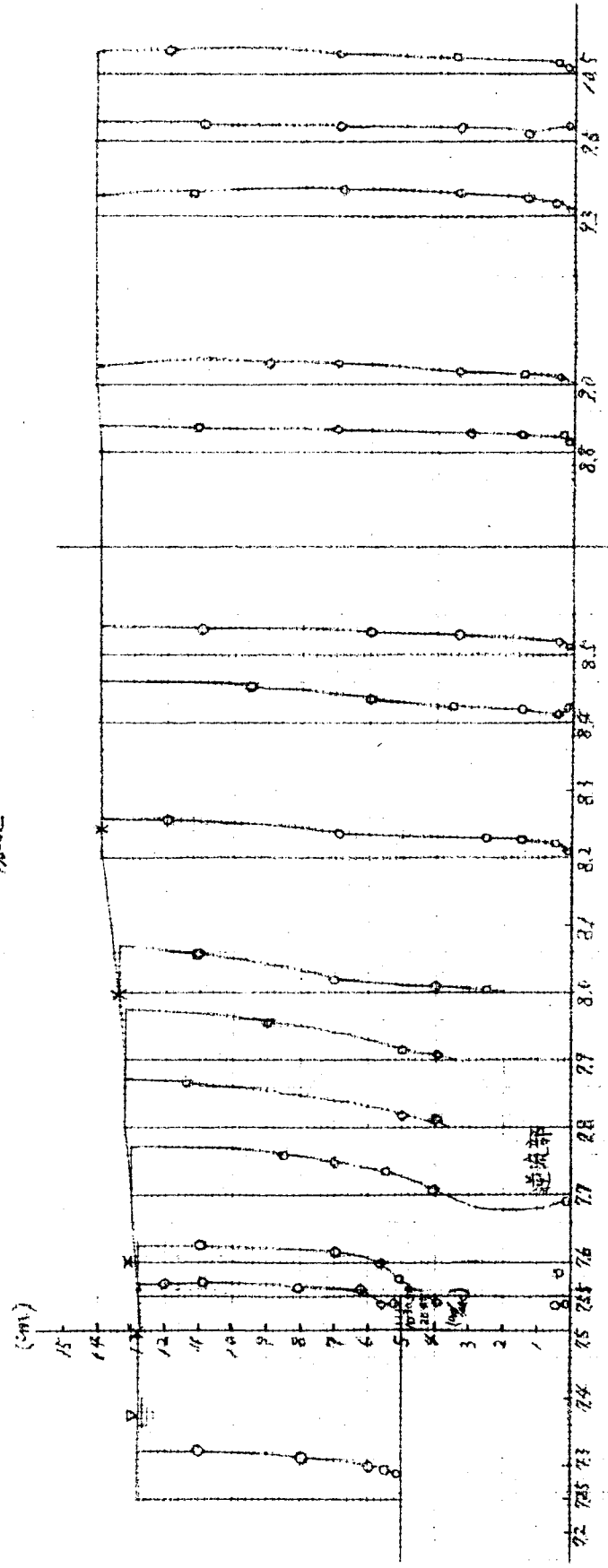


図-1-2-8.(5) 段落流速分布

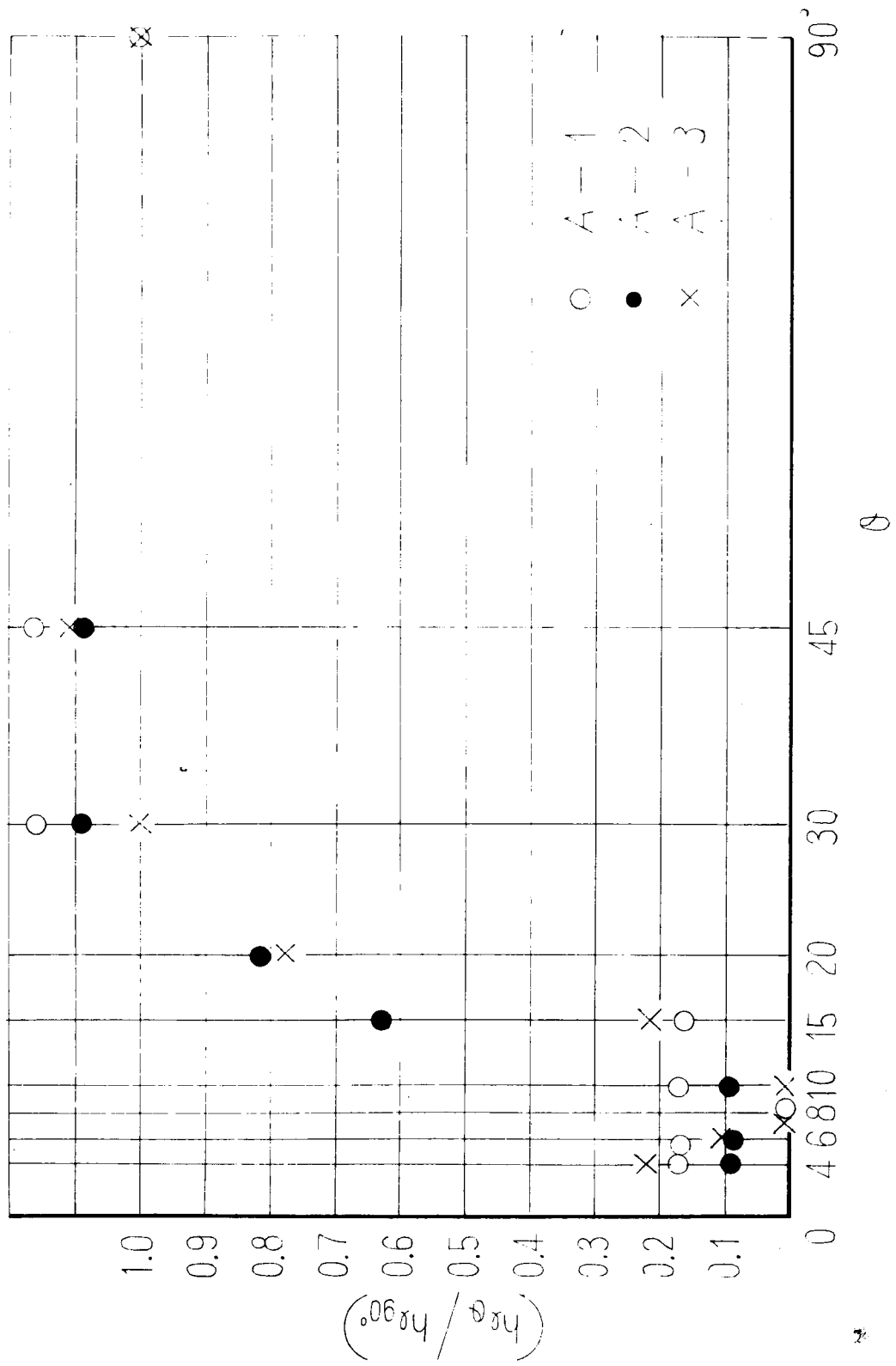


図-1.2.11.(1) 損失水頭と角度との関係

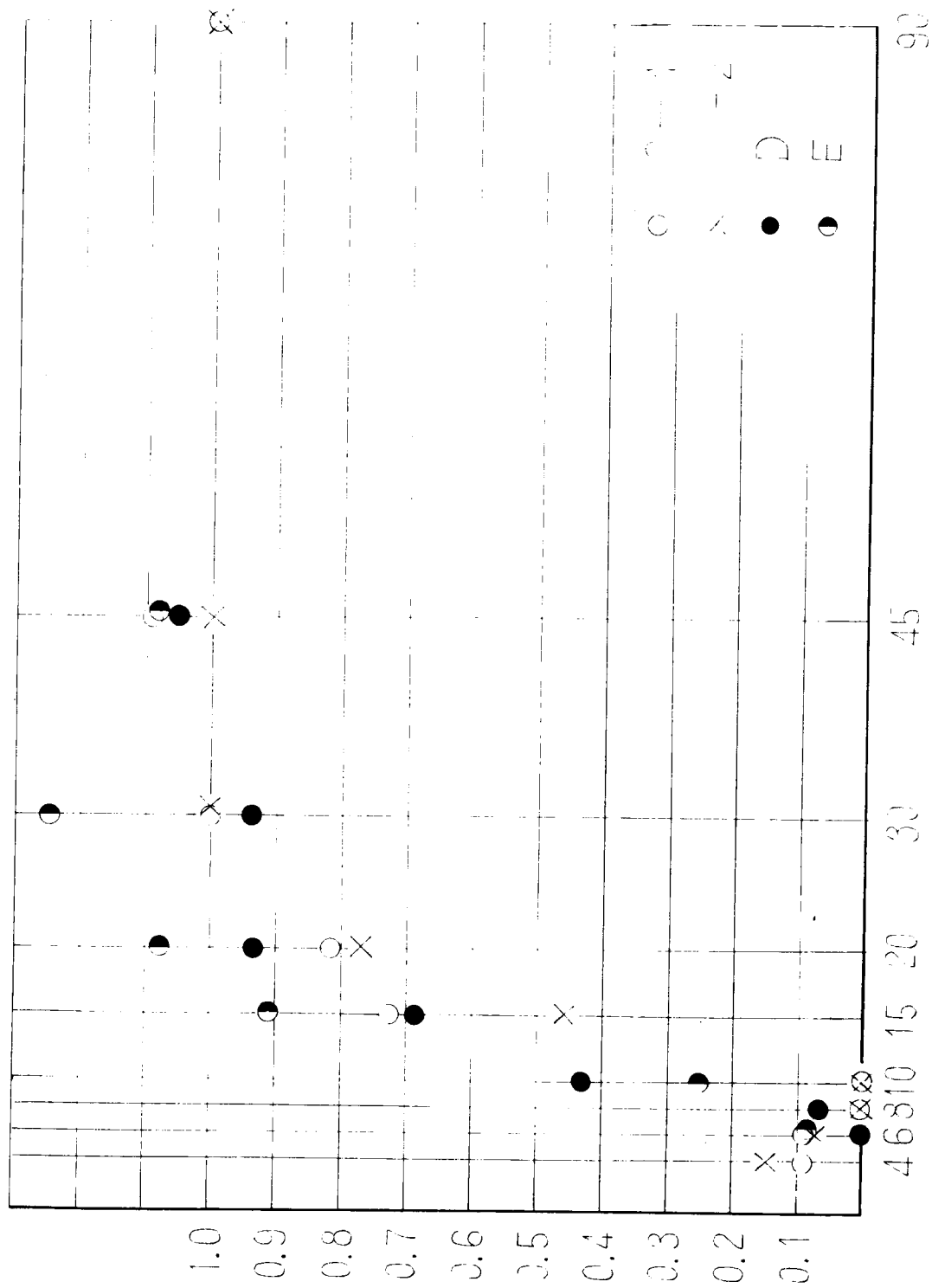


圖 1-2-11 (2)

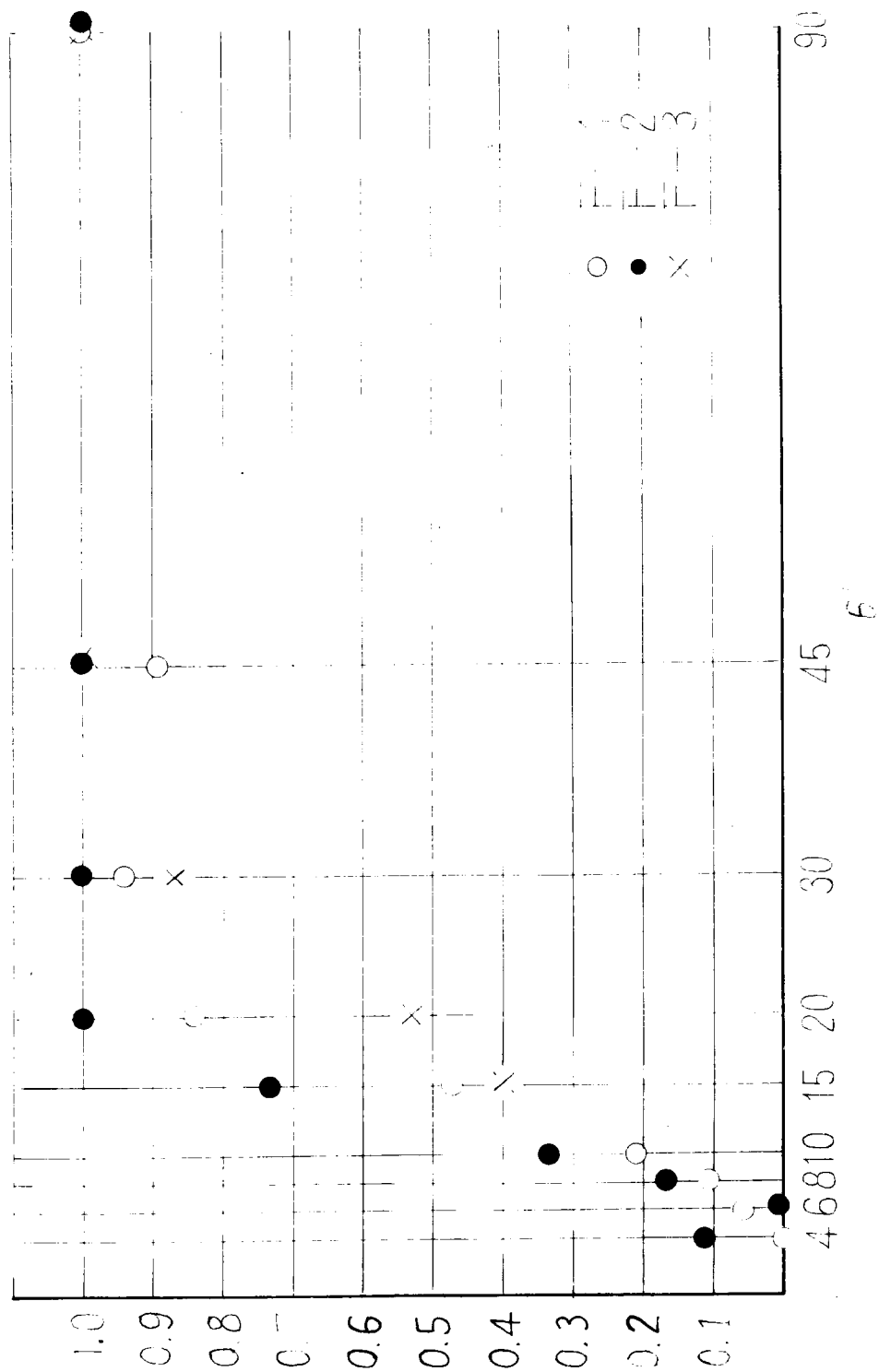


Fig. 1.2.11. (3)

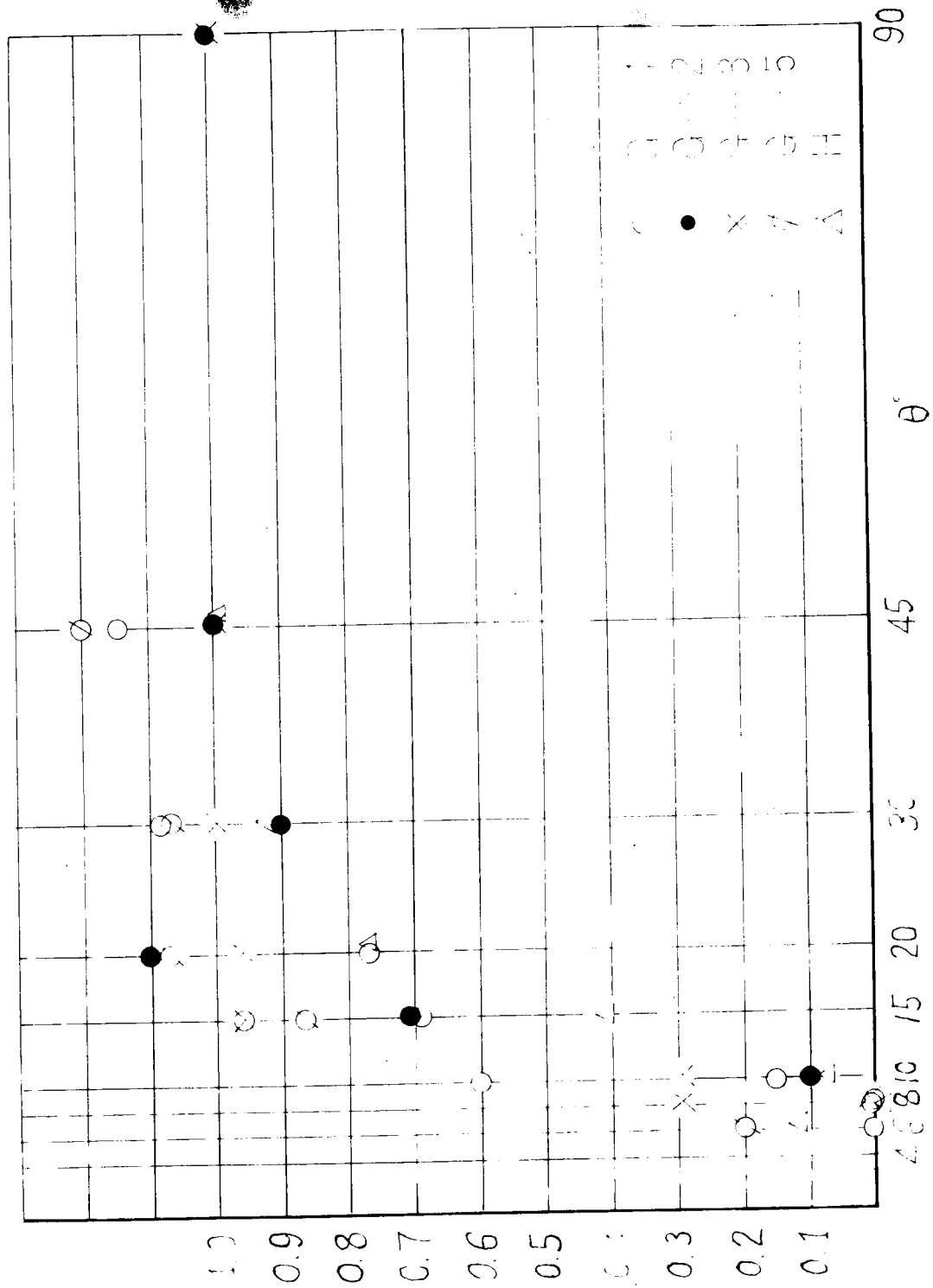


图 1-2-11. (4)

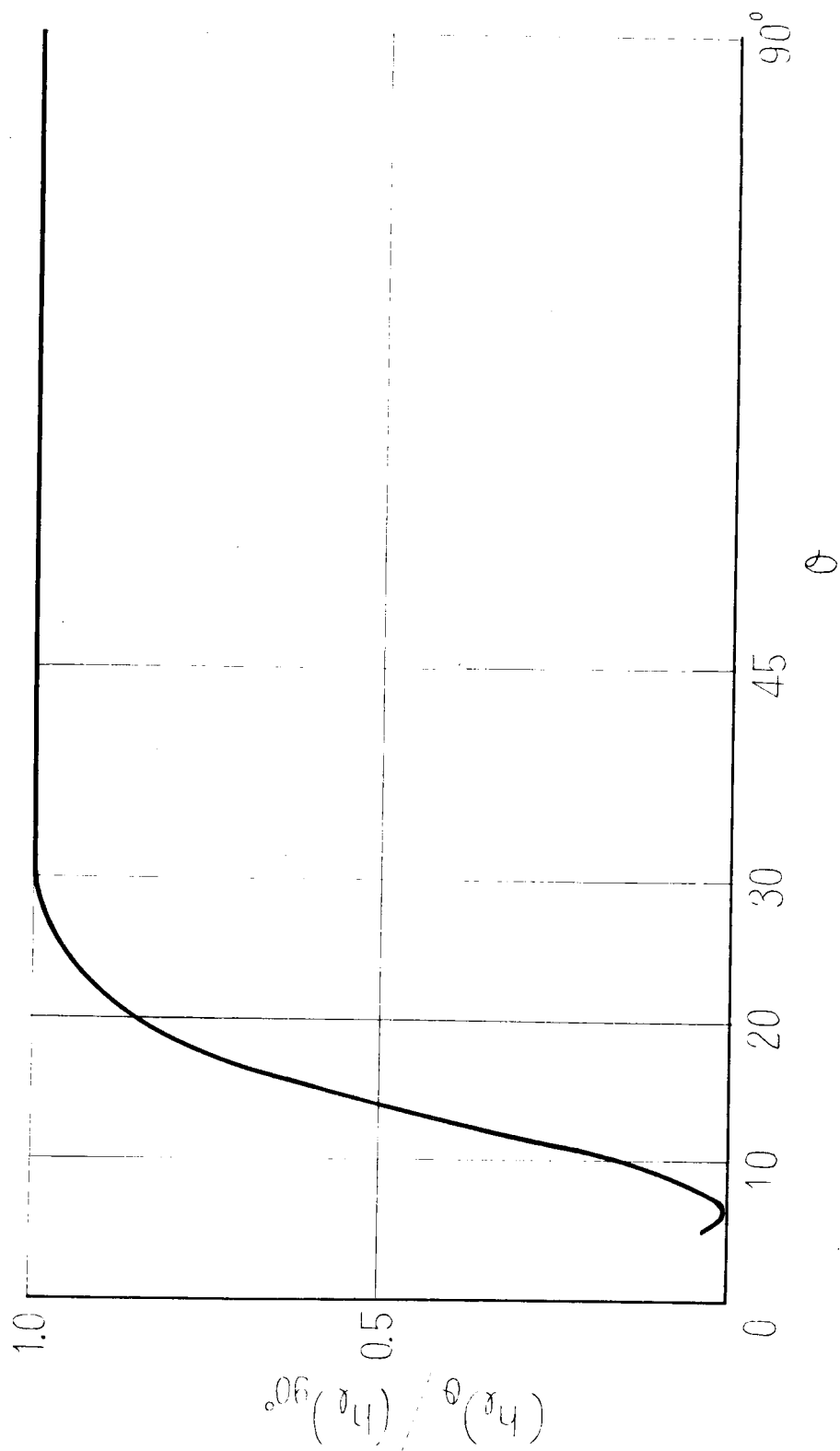


Fig. 1.2.11. (5)

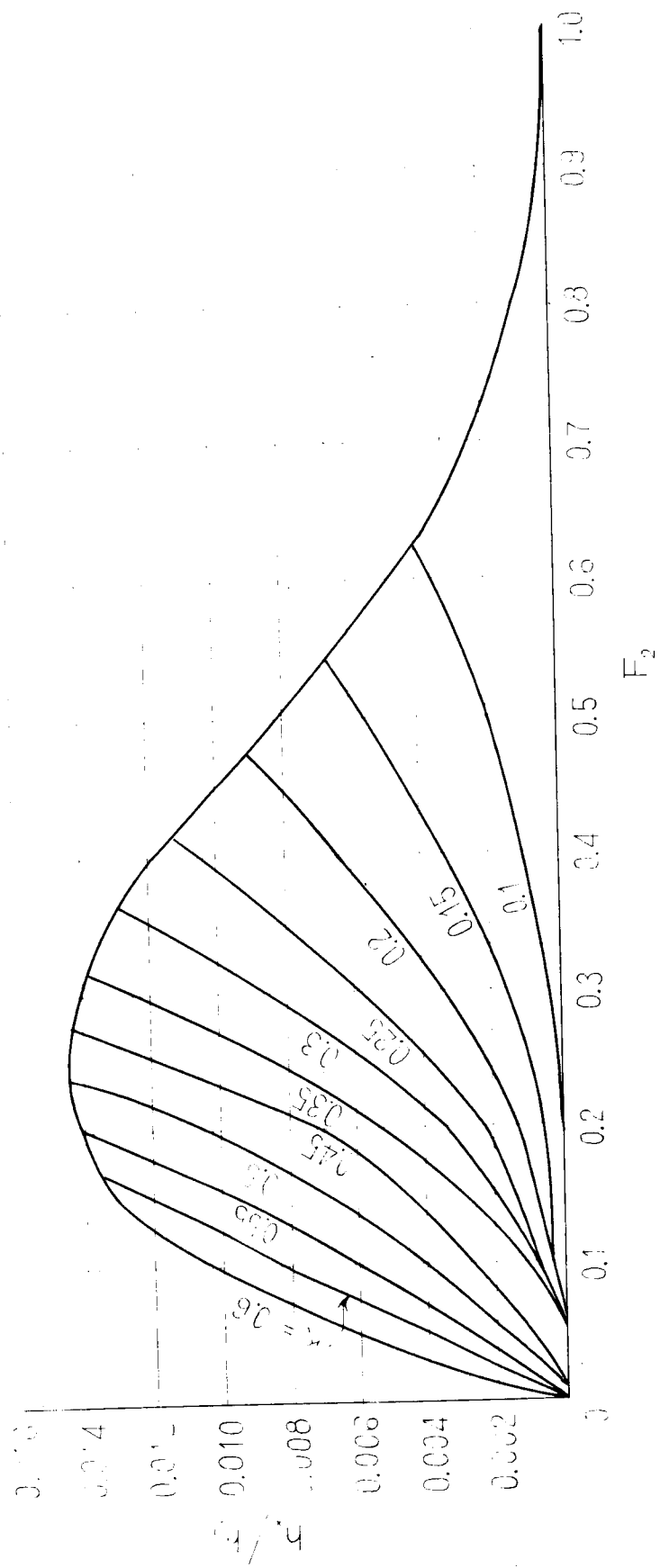


Fig. 1. Curves of F_1/F_2 vs F_2 for various values of F_1 .

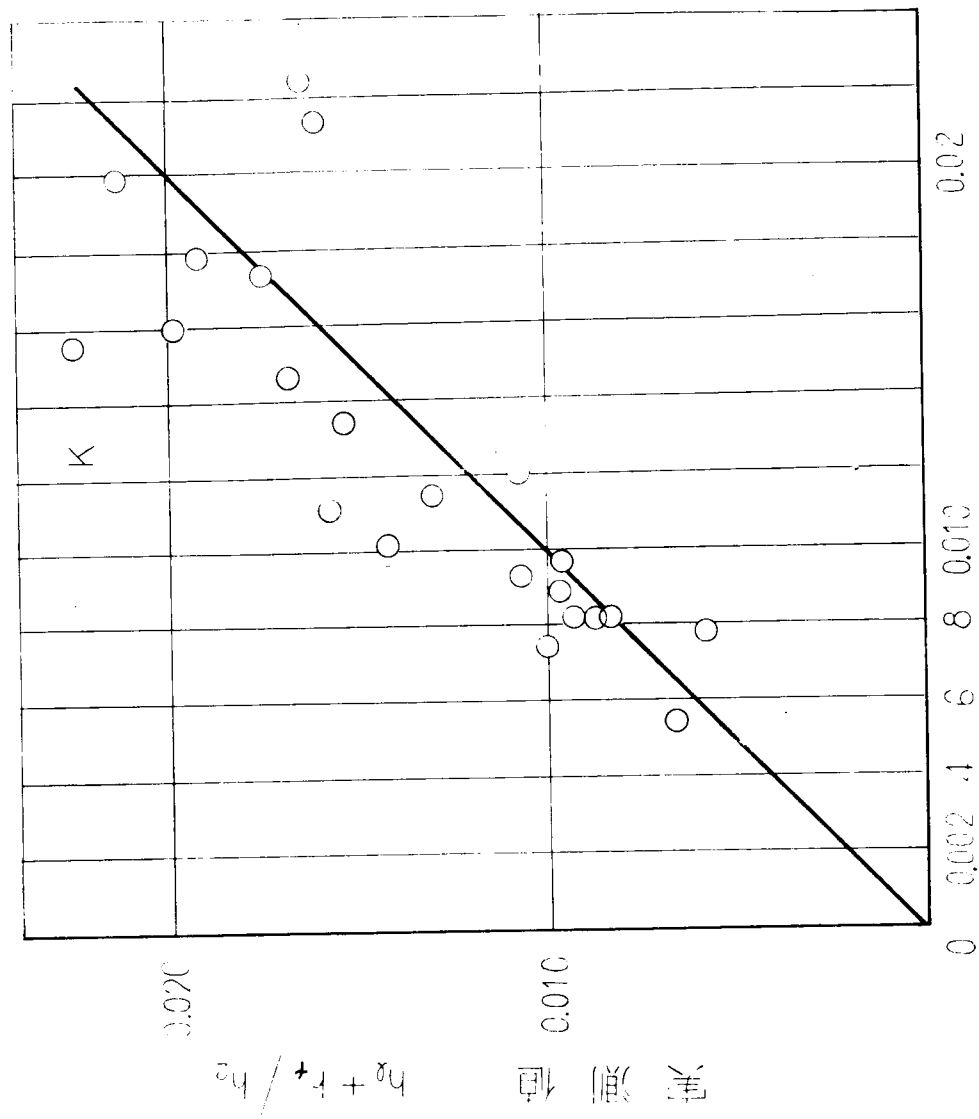
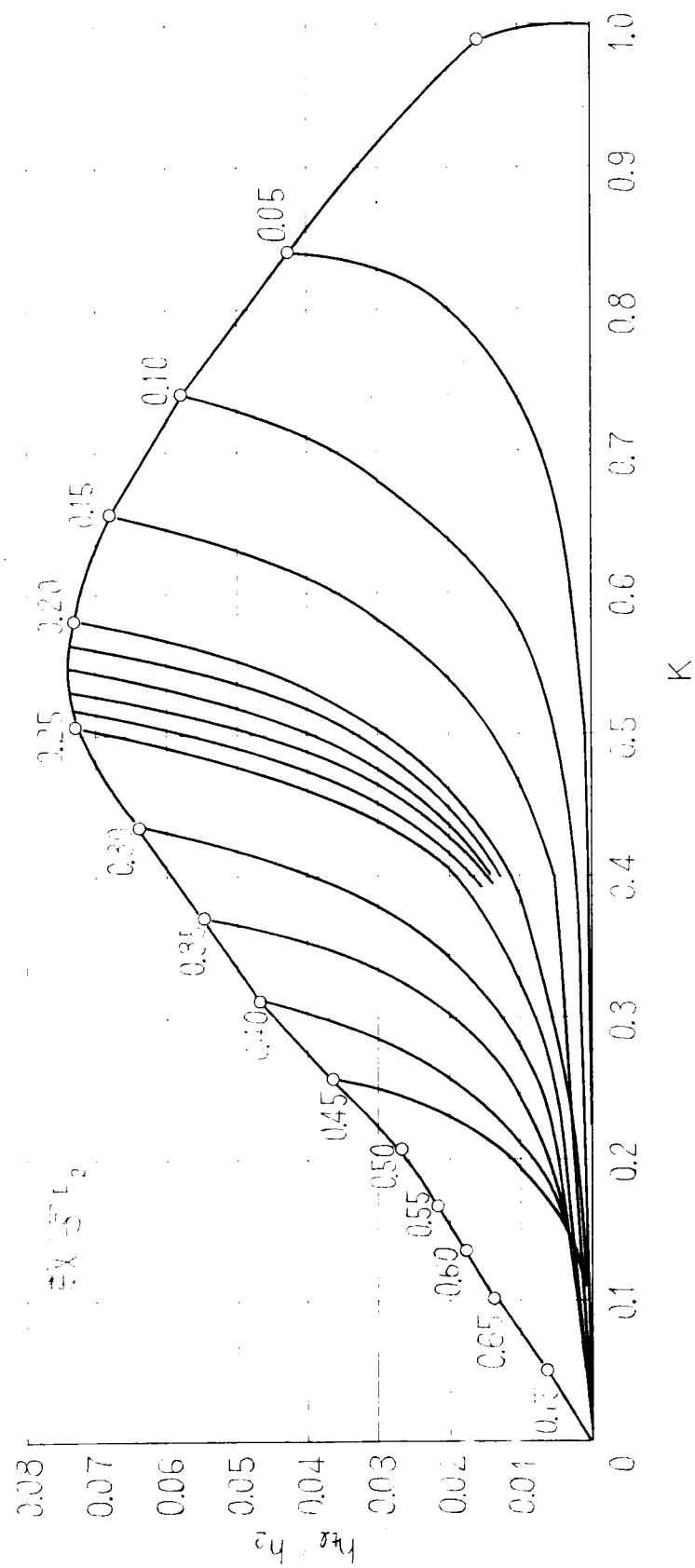


図 1.13 計算値 $(h_k + h_f) / h_2$ と実測値 $(h_k + h_f) / h_2$ の比較



图一五 不同 K 值的 $\frac{h_2}{h_0}$ 与 $\frac{x}{L_2}$ 的关系 (按公式 (1) 计算)

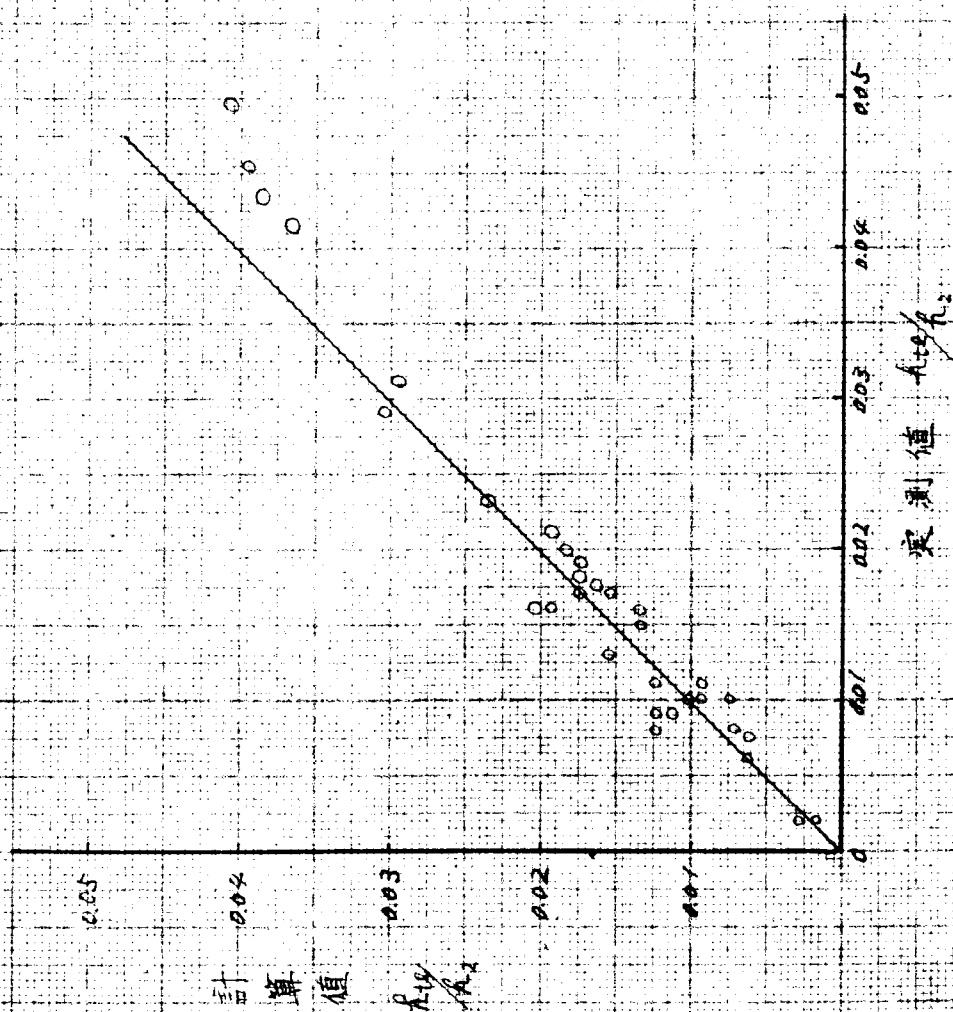
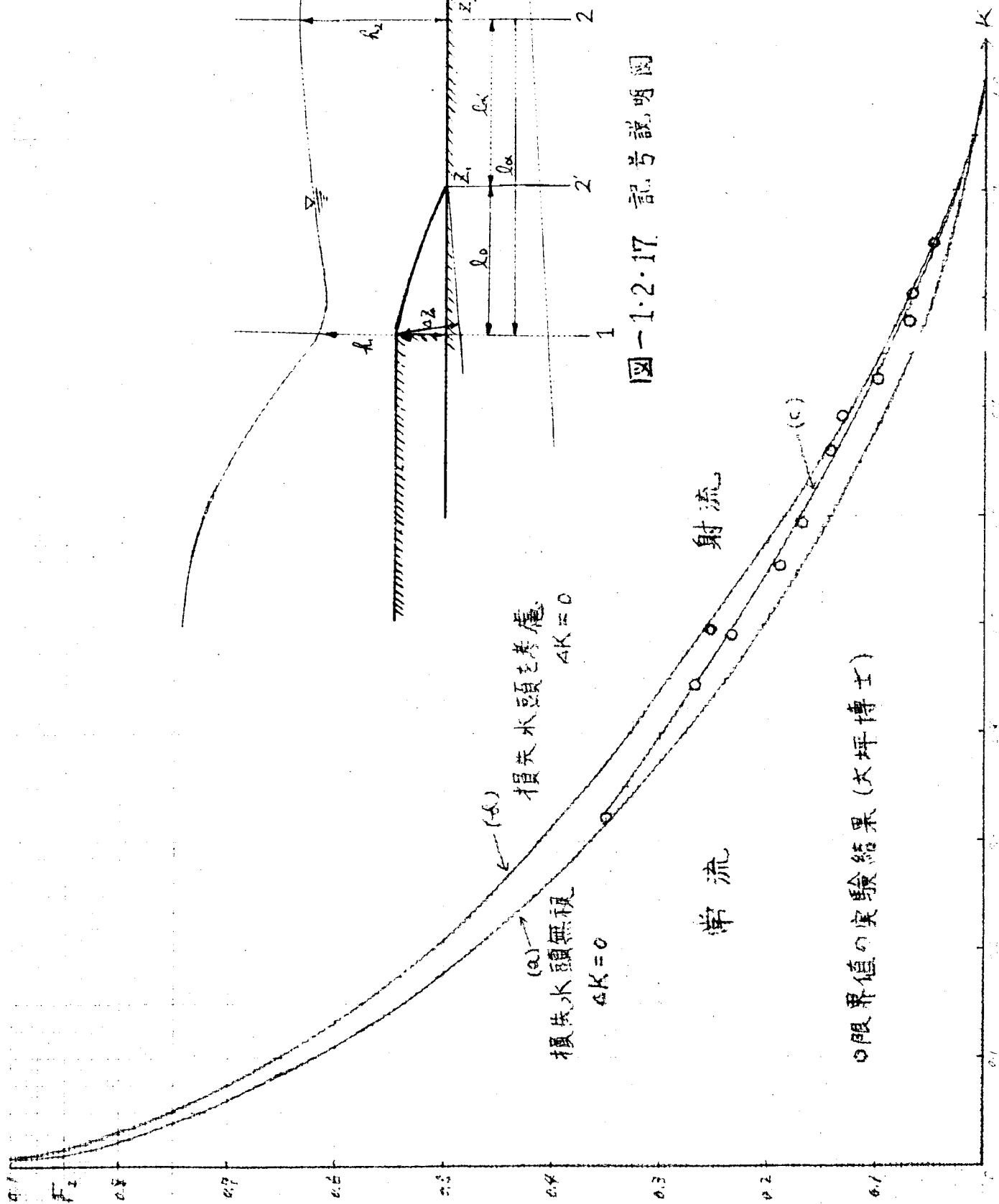
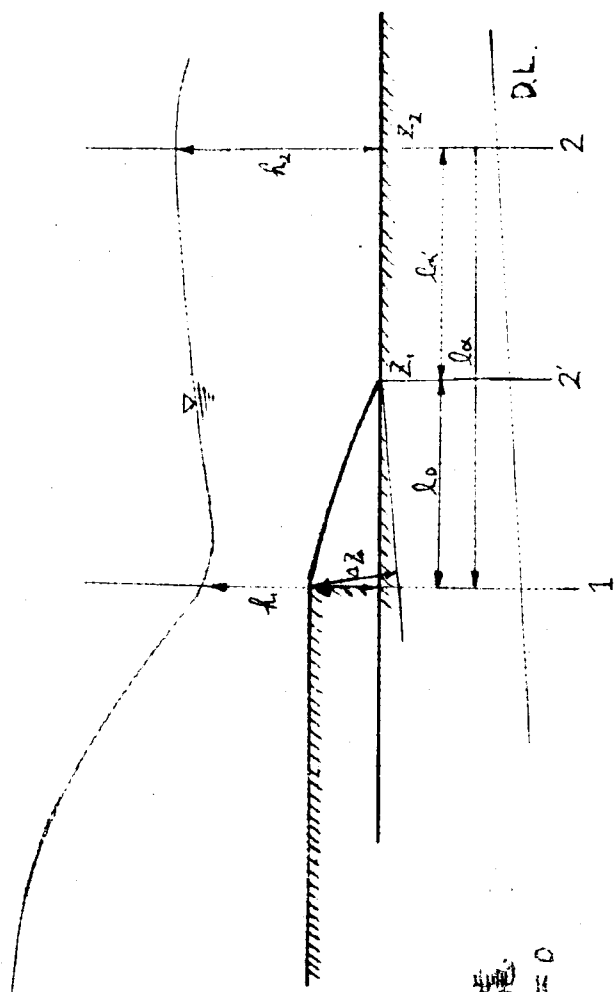


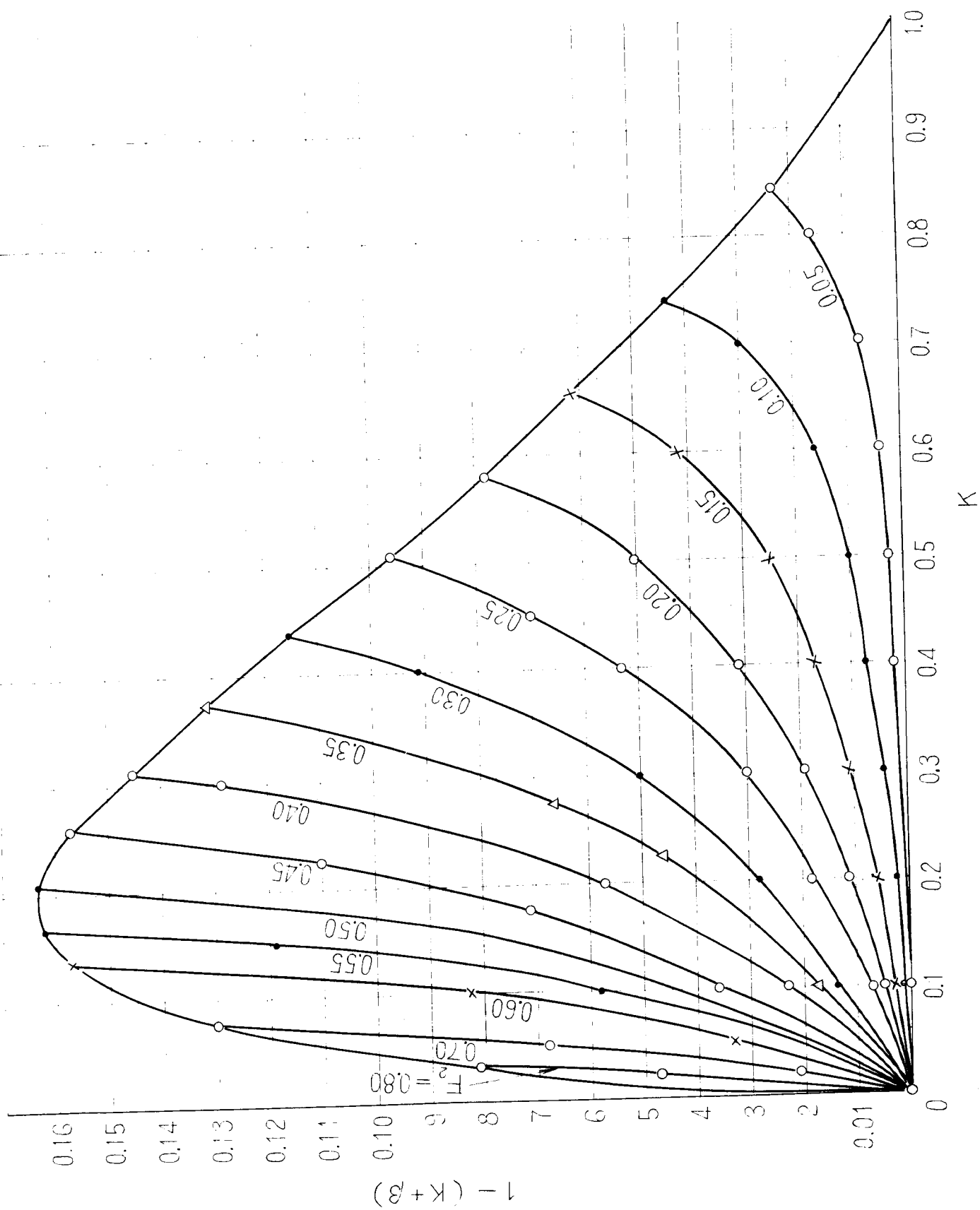
図-1.2.15 損失水頭の計算値と実測値との比較



○境界値の実験結果 (大坪博士)

図-1.2.17 記号説明図





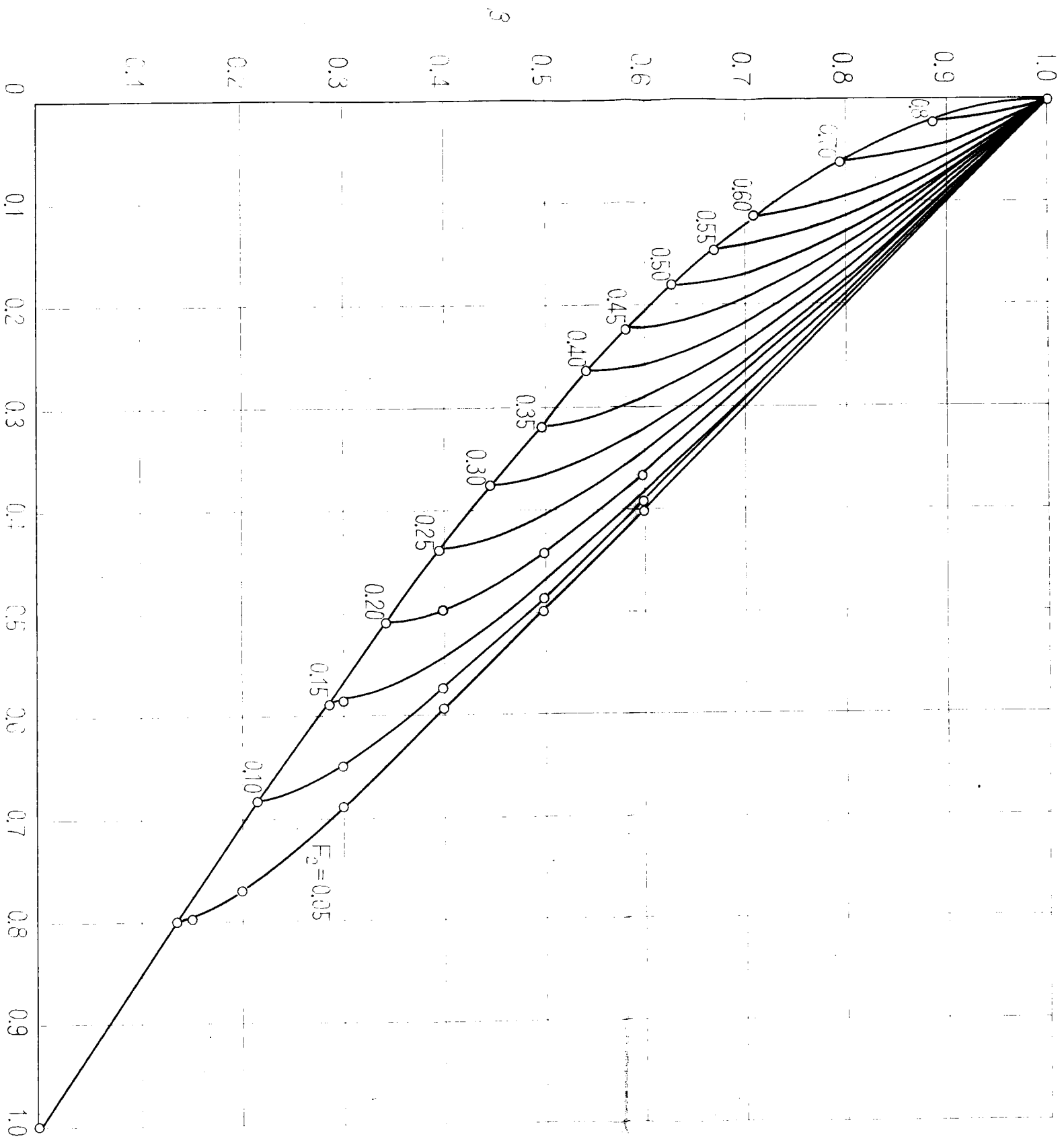


Fig. 1. $F_2 = 0.05$

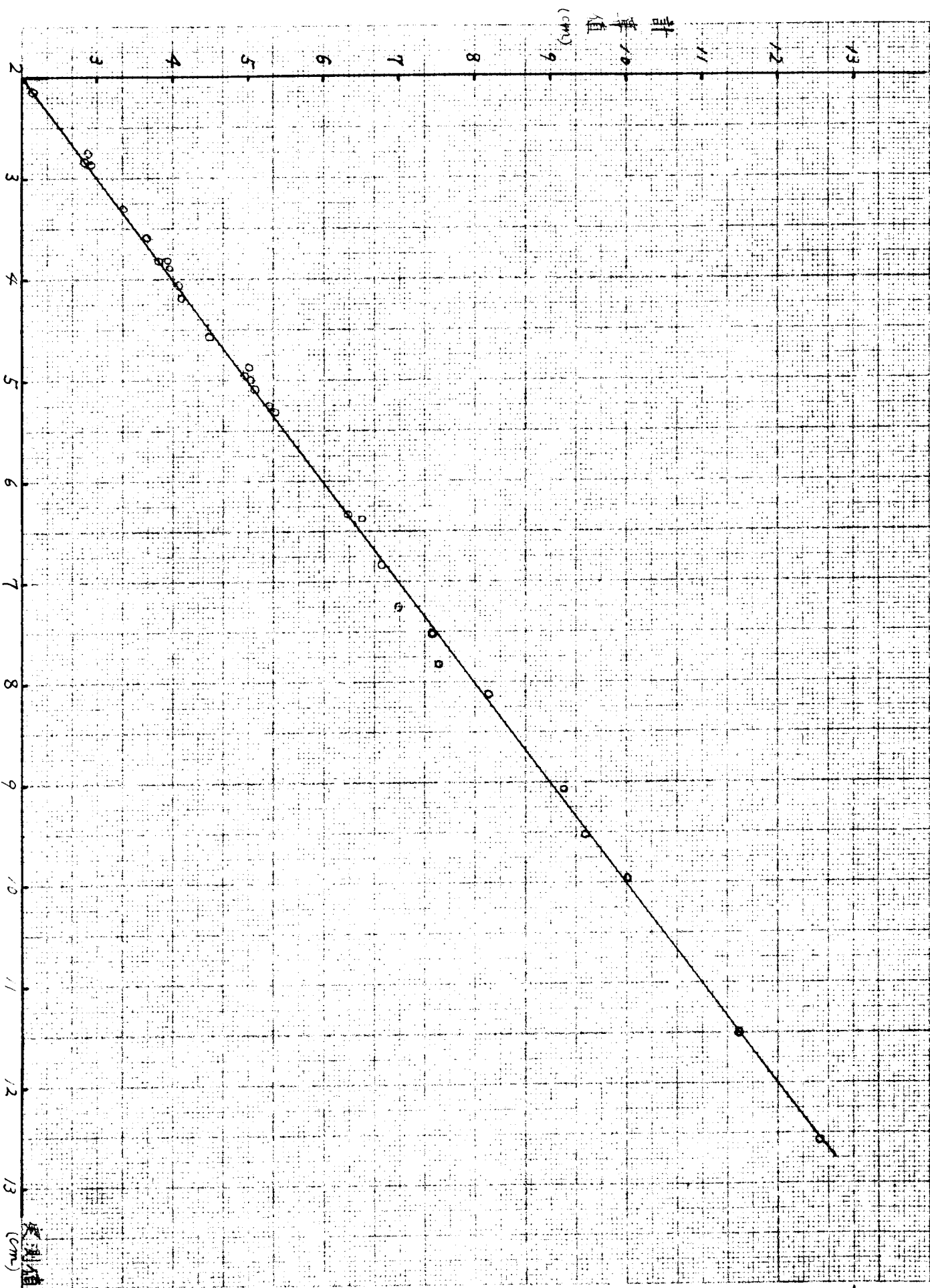


図-1.2.20 断面Iの水深の計算値と実測値との比較

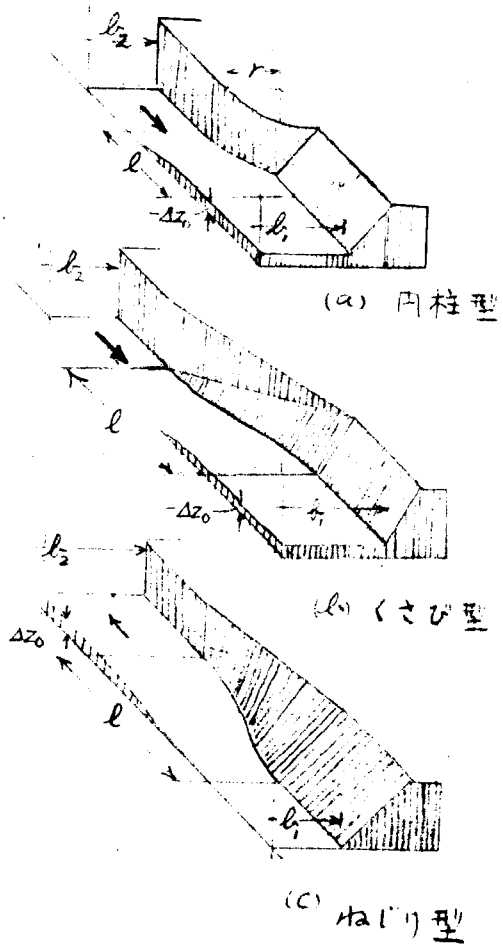
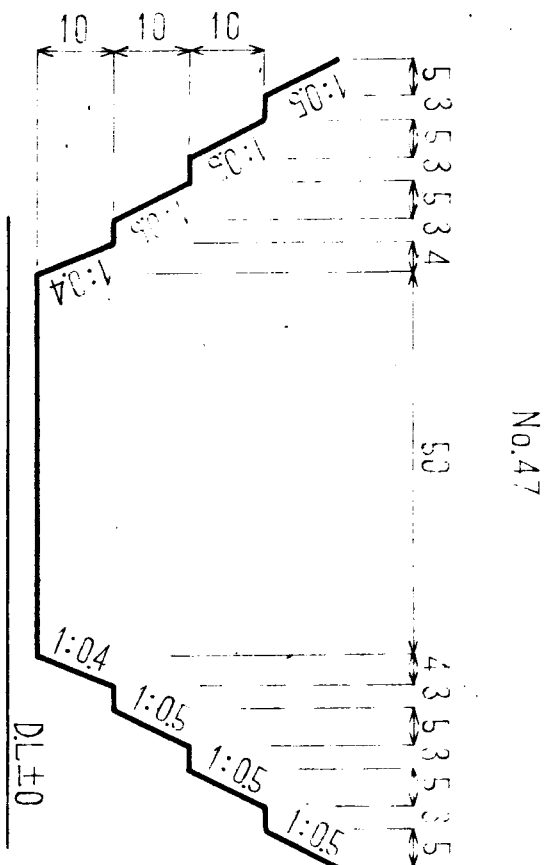
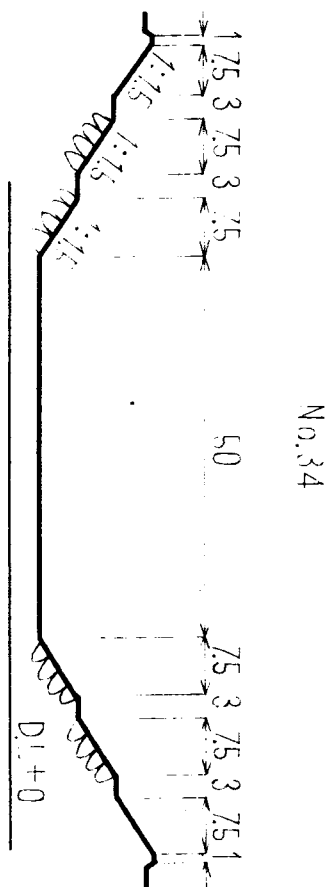
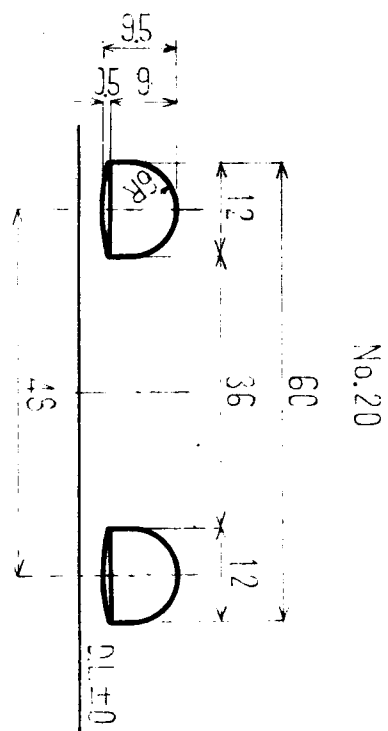
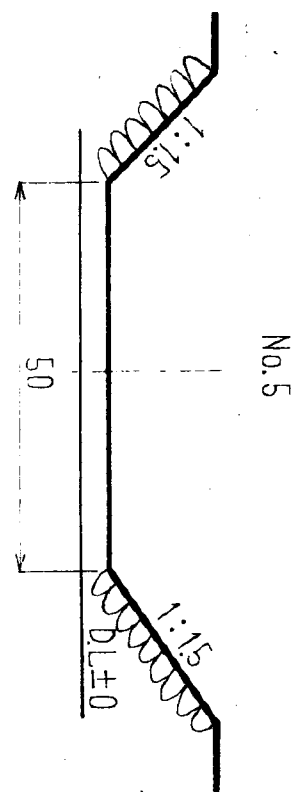


図-1.3.1.遷移の型



単位: m

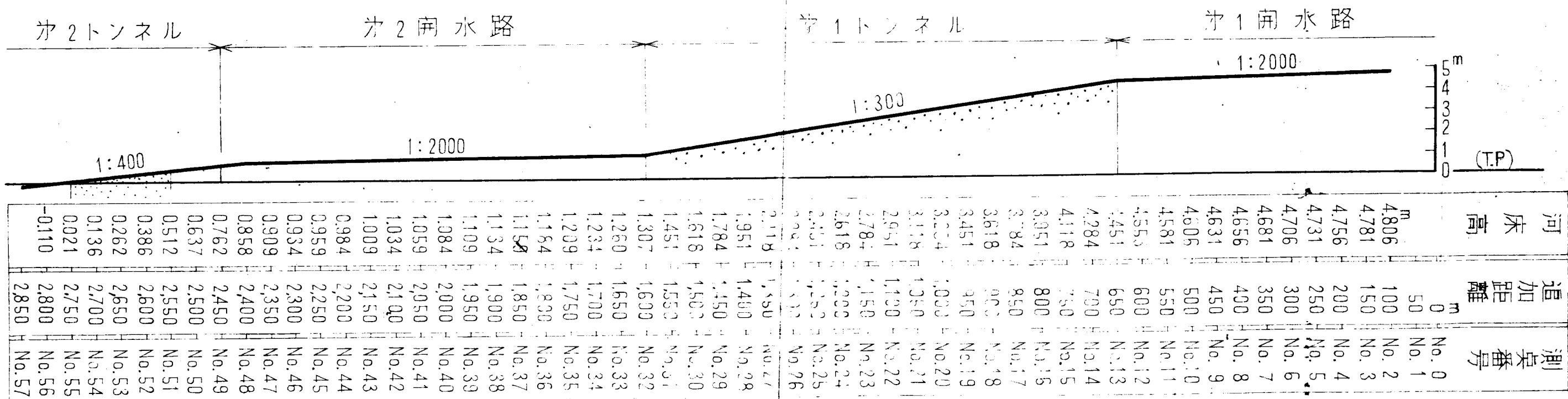


図-1.3.2. 野野川排水路縦横断形

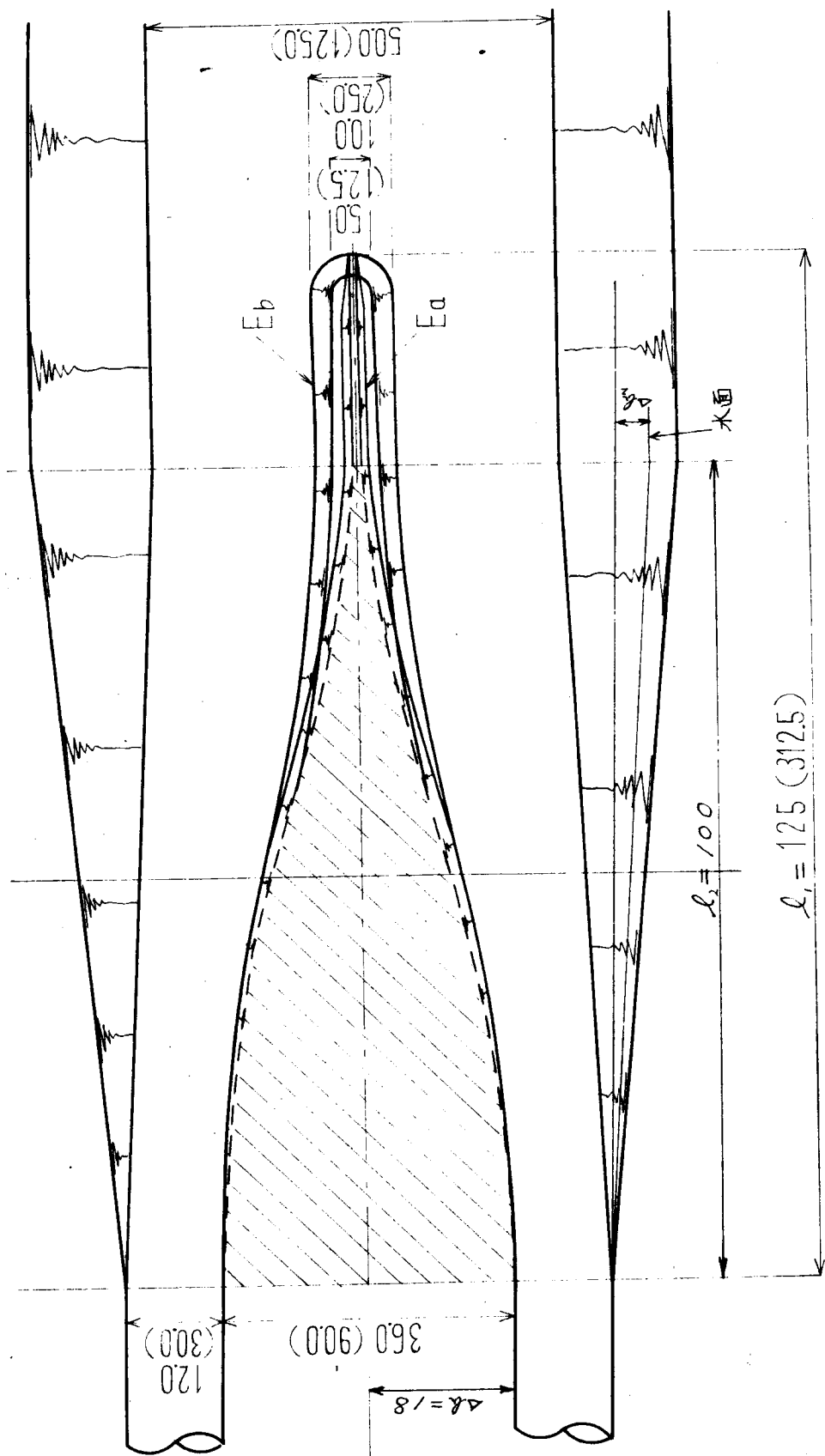
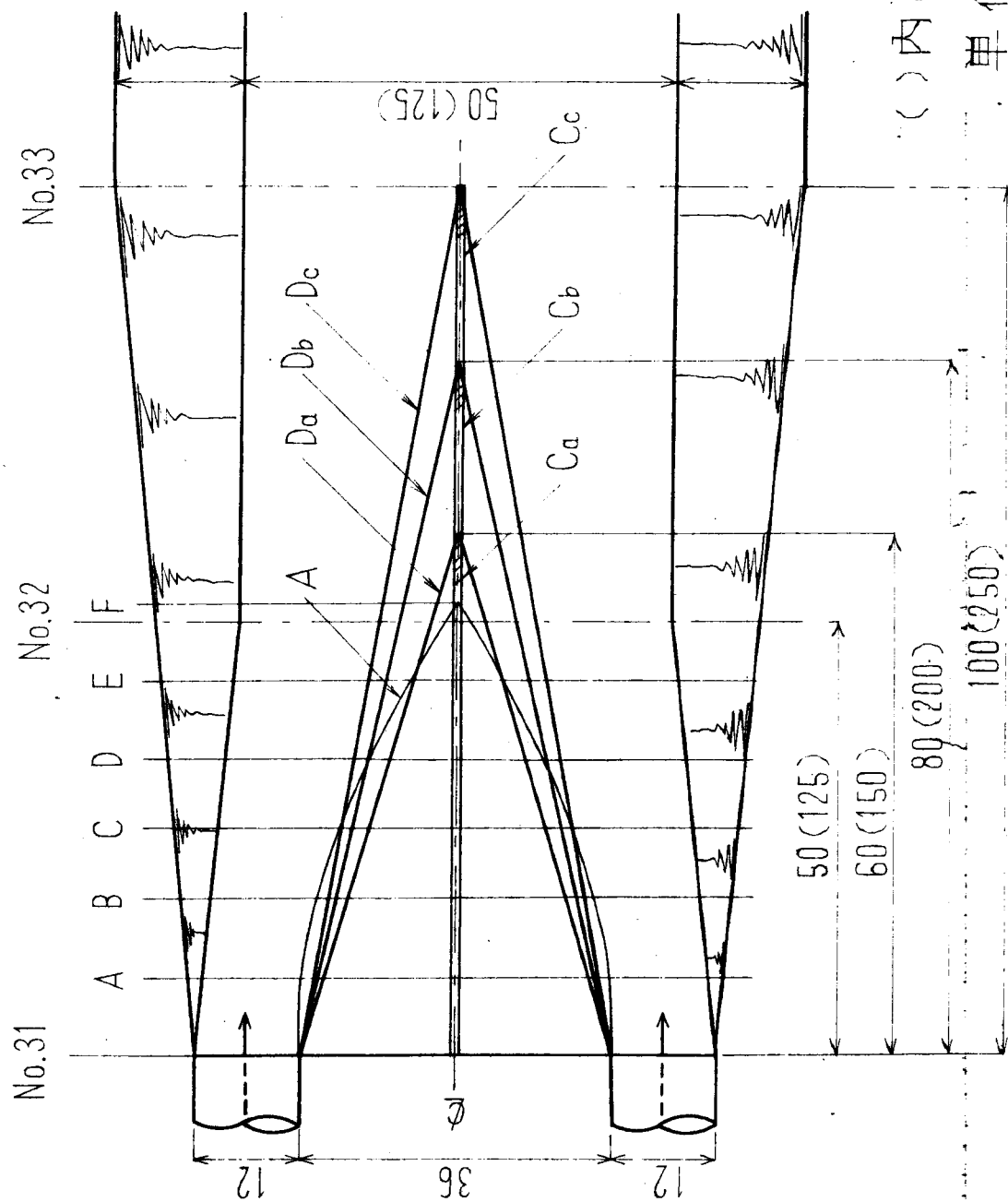


図-1.3.3. (a) トンネル出口の遷移部形状



()内は模型寸法
単位 m, (cm)

図-1.3.3. (a) トンネル出口の遷移部形状

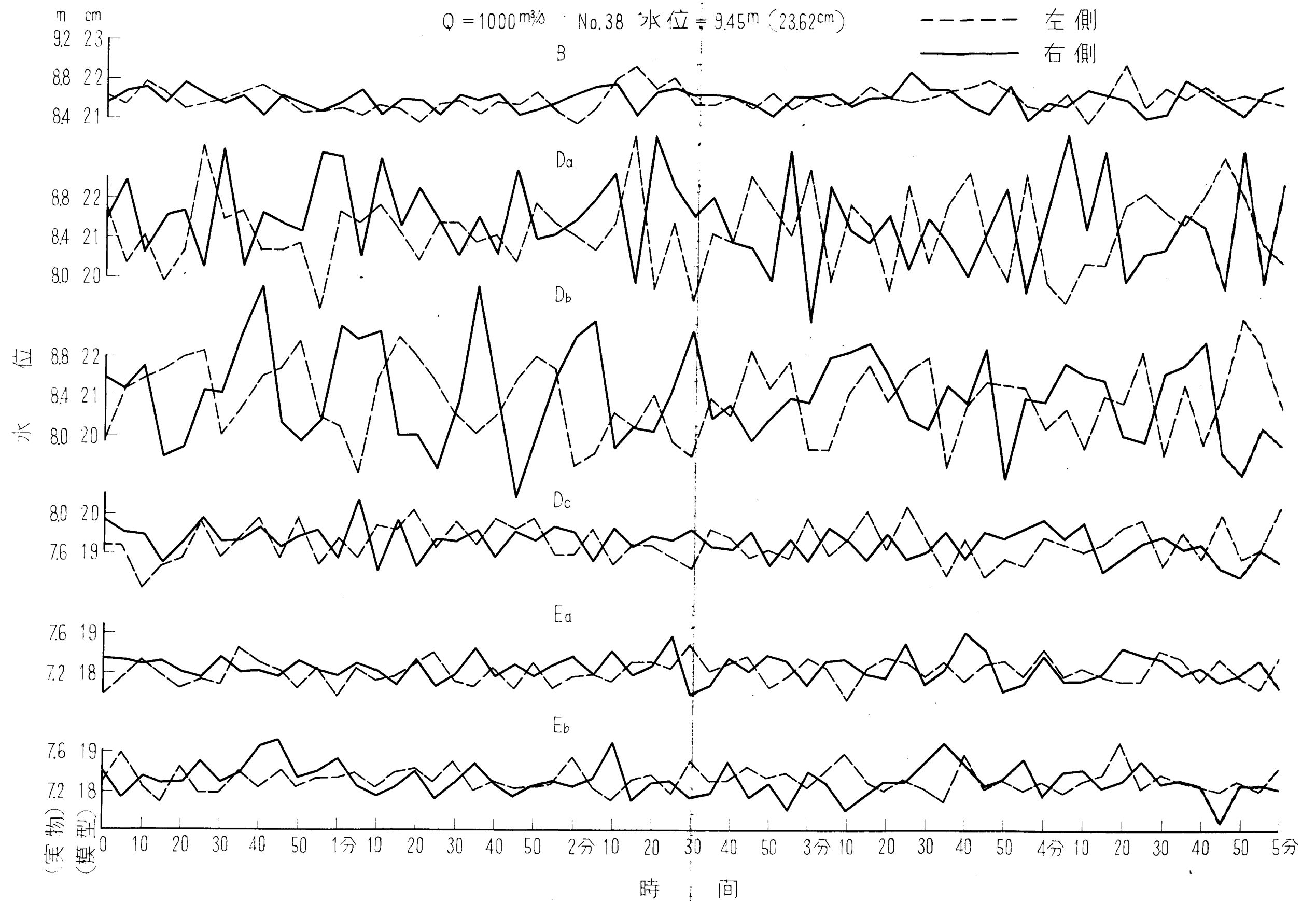


図-1.3.4. トンネル出口の水面の振動

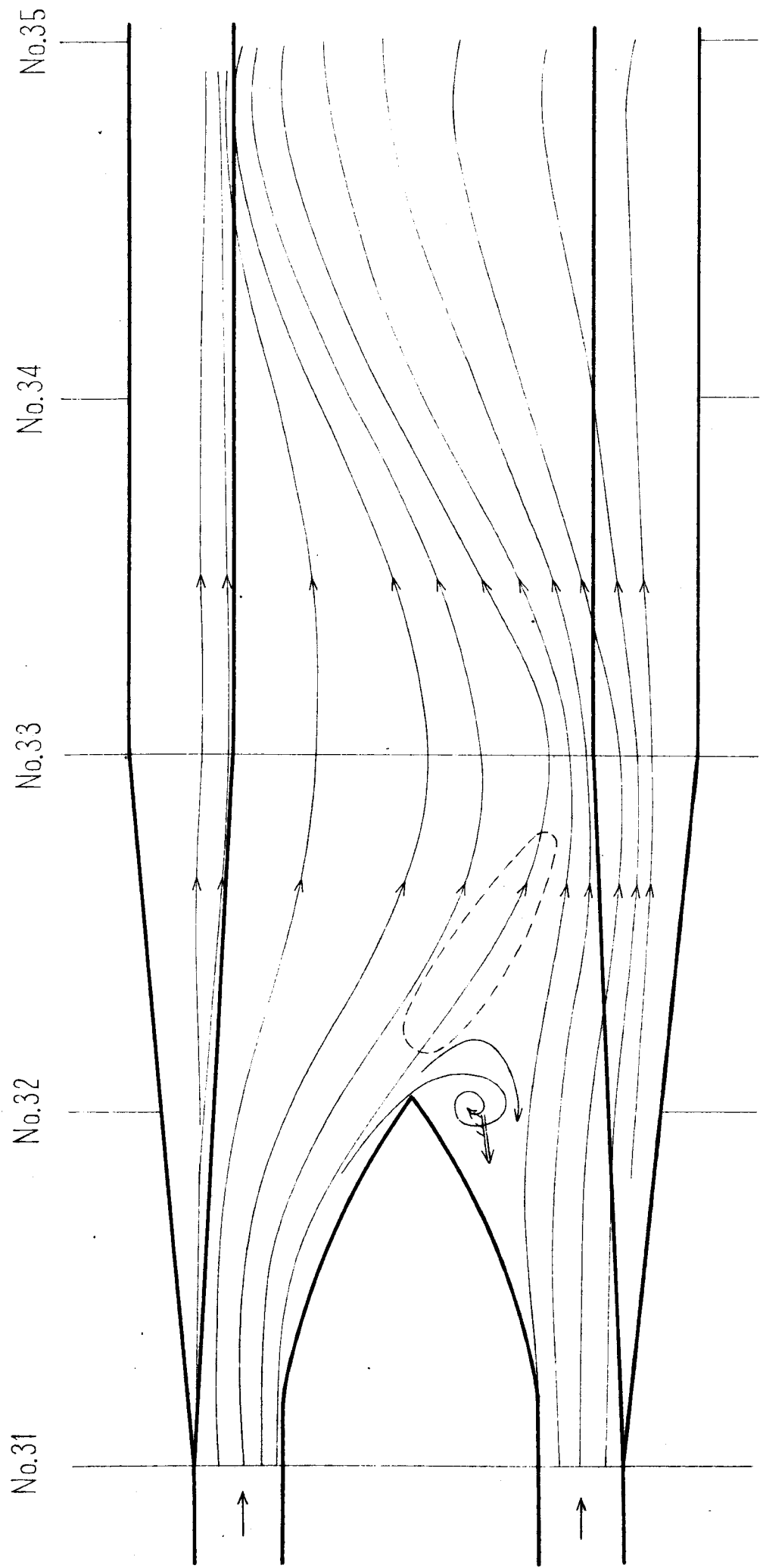


図-1.3.5. A案の流線

No.31

No.33

No.34

No.35

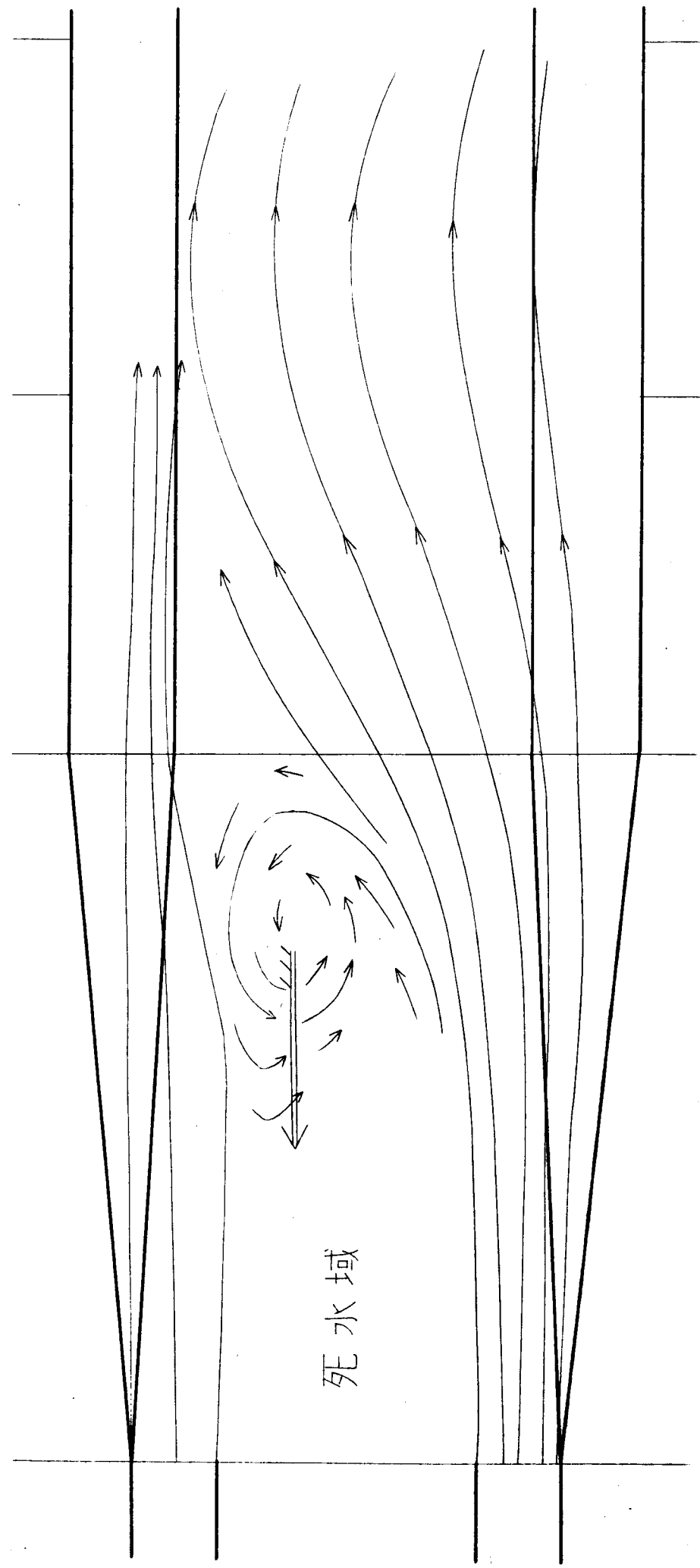


図-1.3.6. B案の流線

No.31

No.33

No.34

No.35

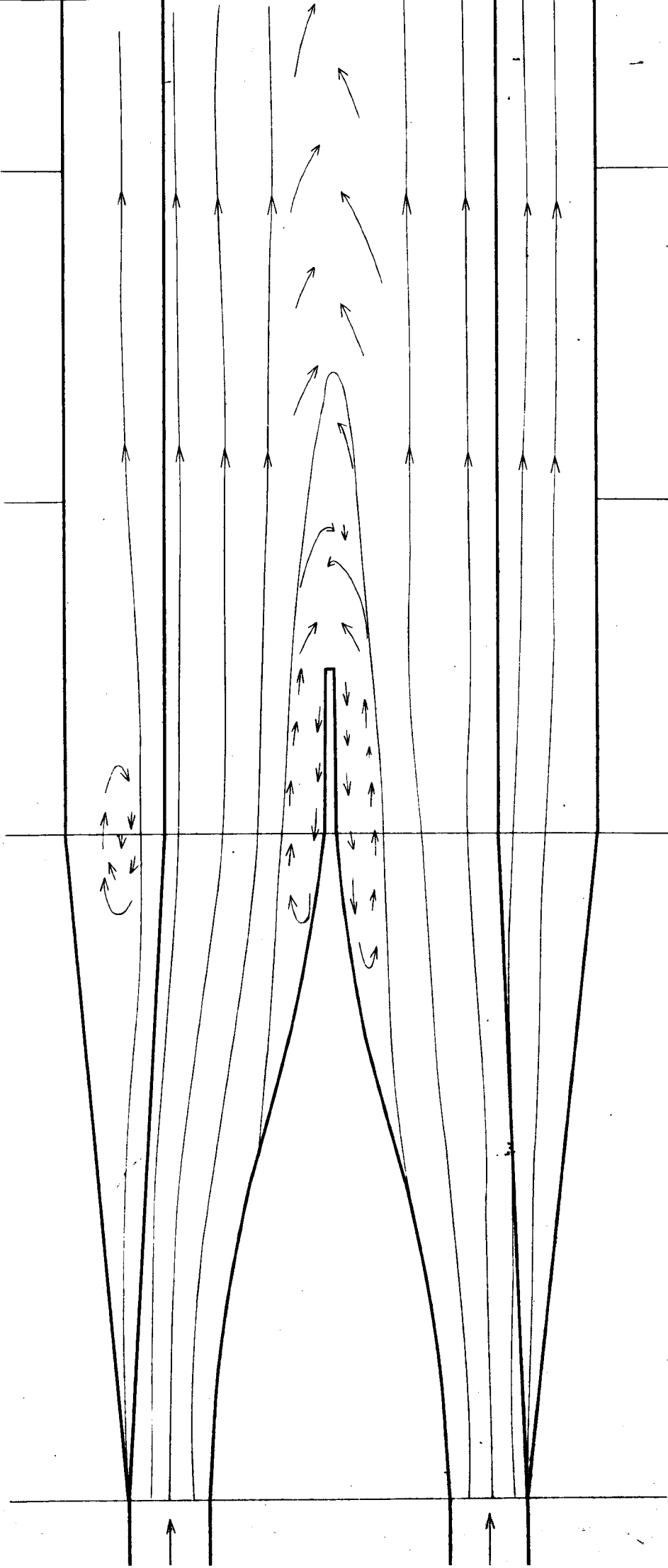
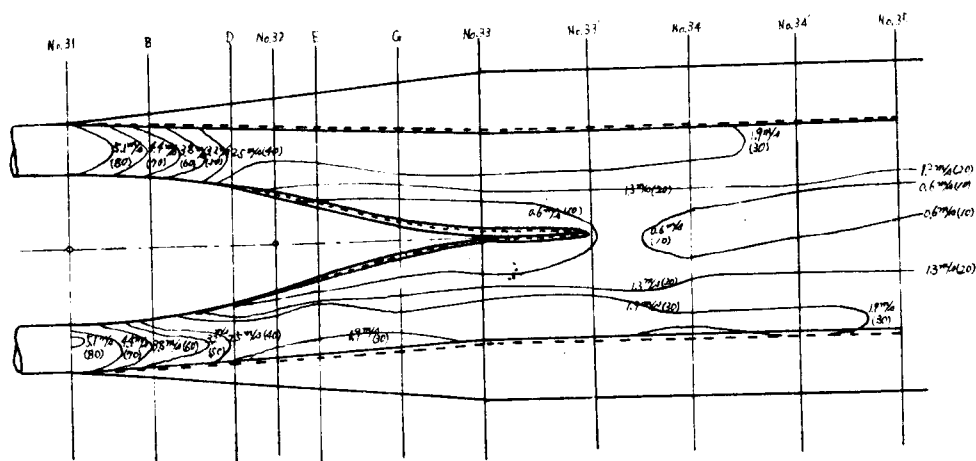
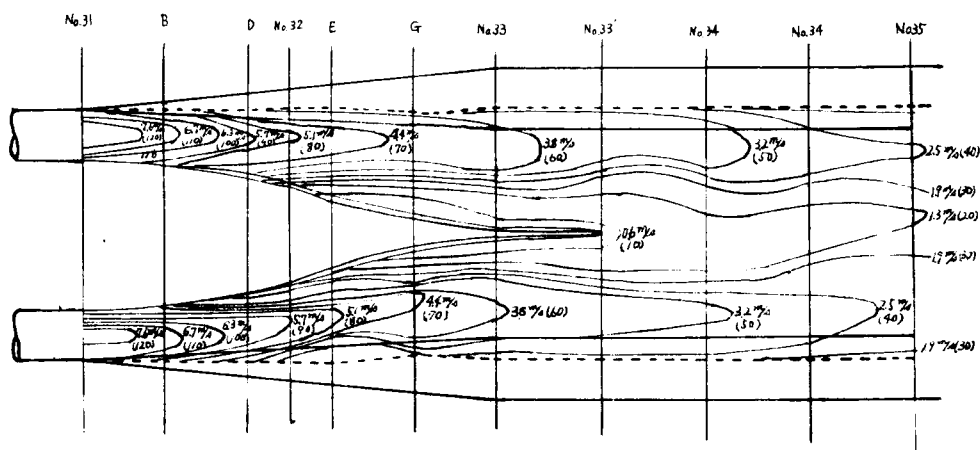
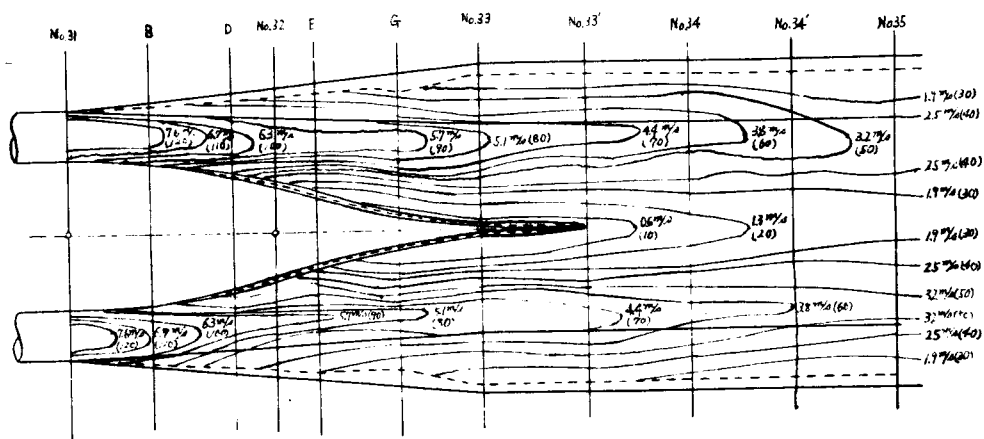


図-1.3.7. E_a 案の流線



实验 - E_a

$Q = 1000 \text{ m}^3/\text{s} (78.8 \text{ m}^3/\text{s})$
() 内为模型流速 cm/s

四-1.3.8. 流速分布 (E_a 案)

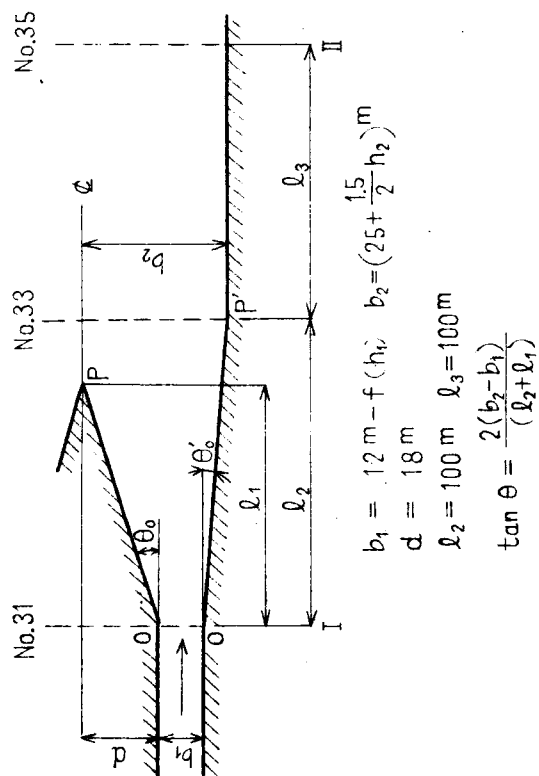
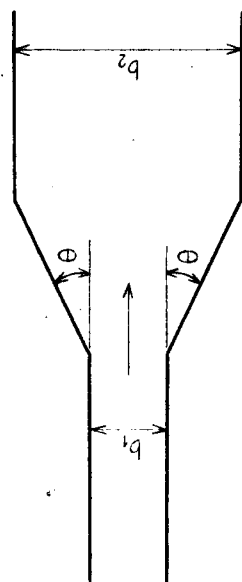


圖-1.3.9. 記号説明圖

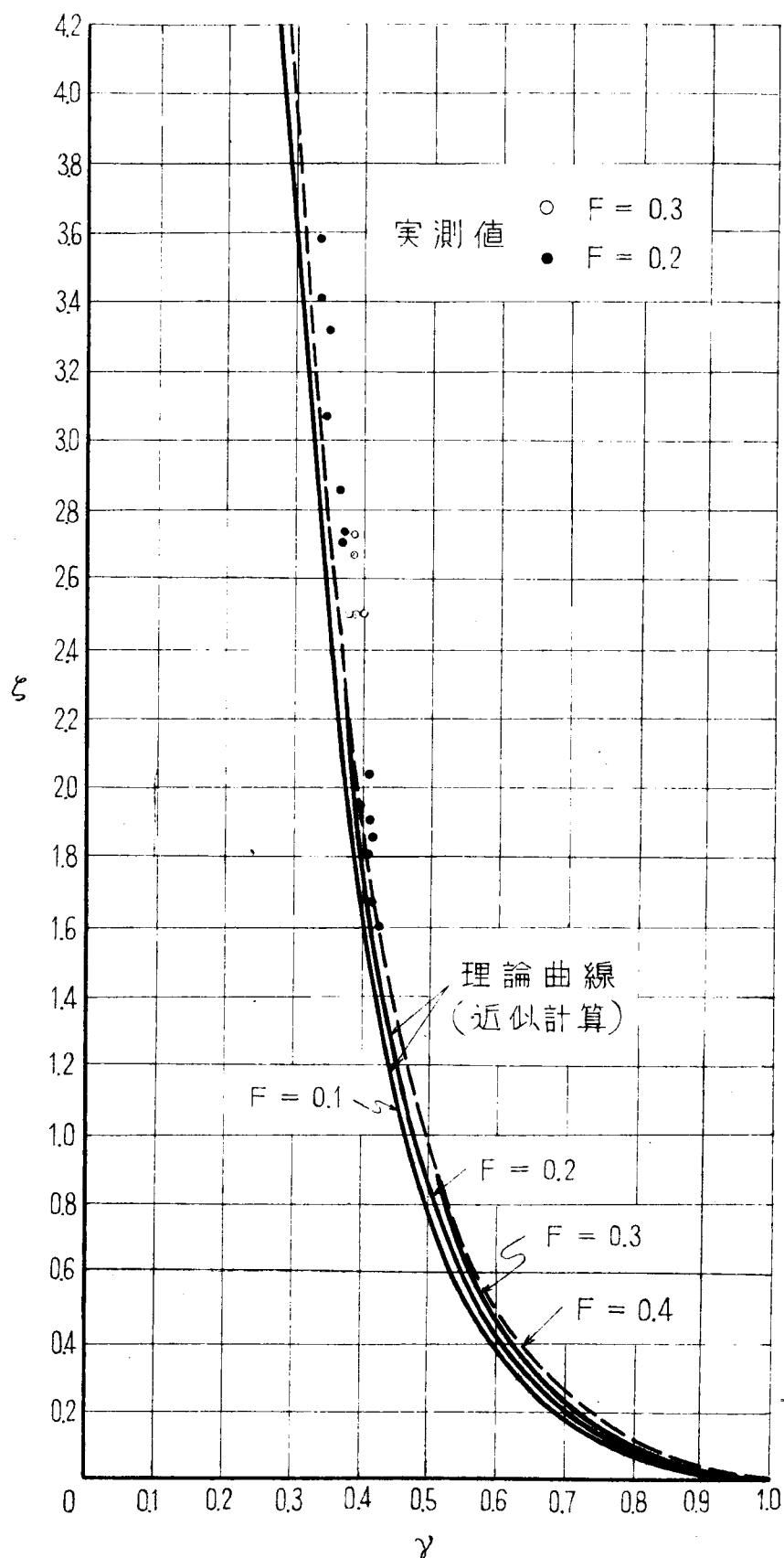


図-1.3.10. 形状損失係数の実測値と理論値との比較

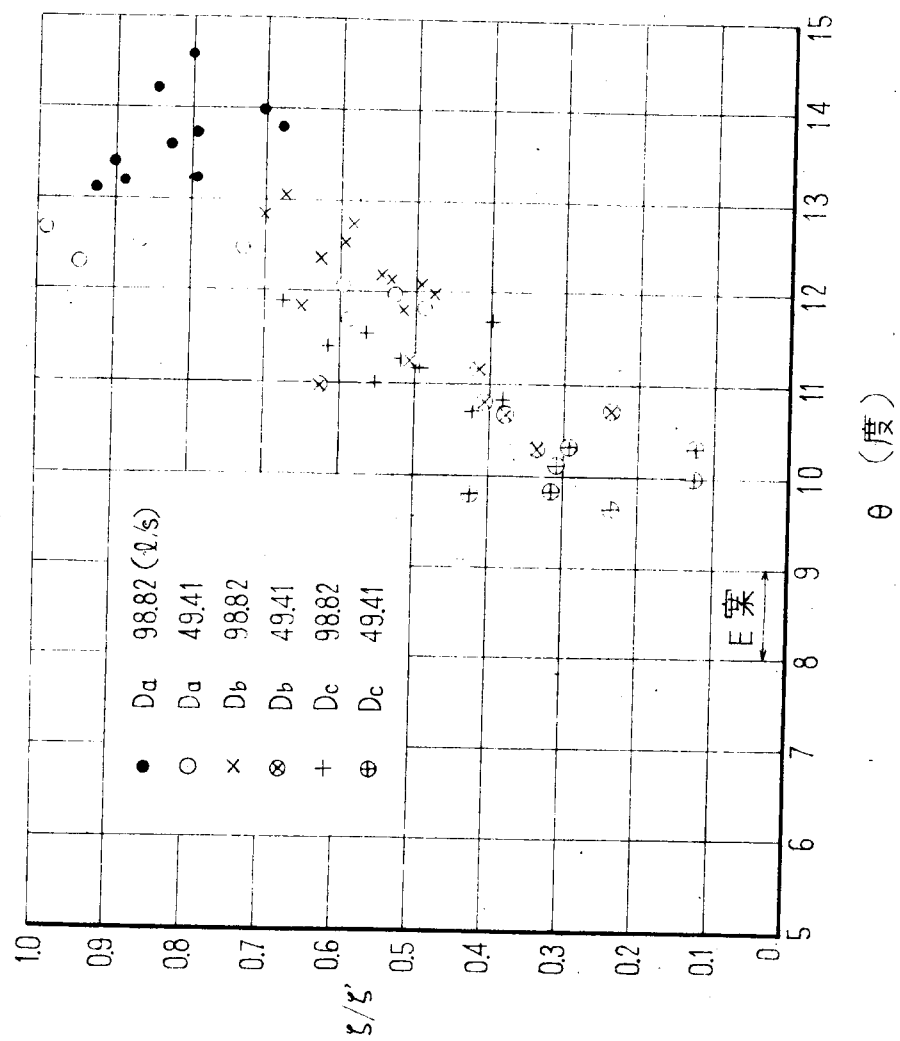


圖-1.3.11

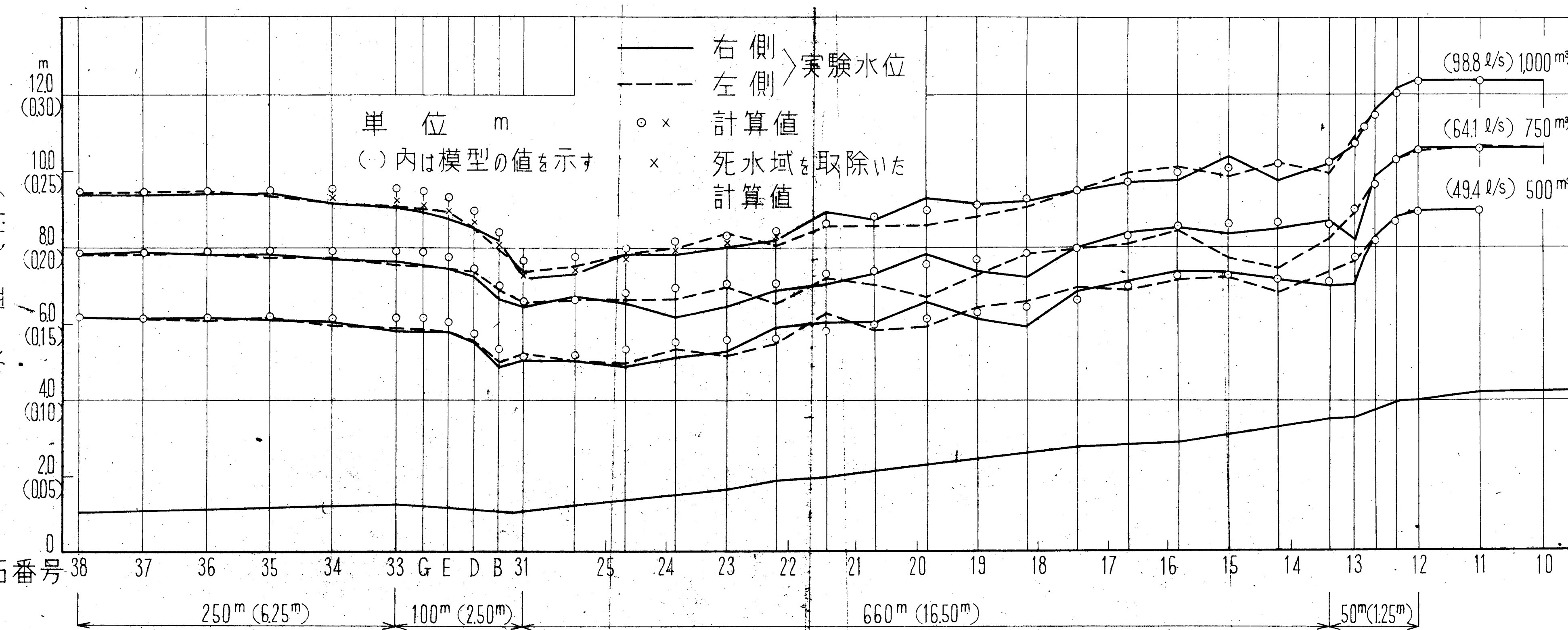


図-1.3.12

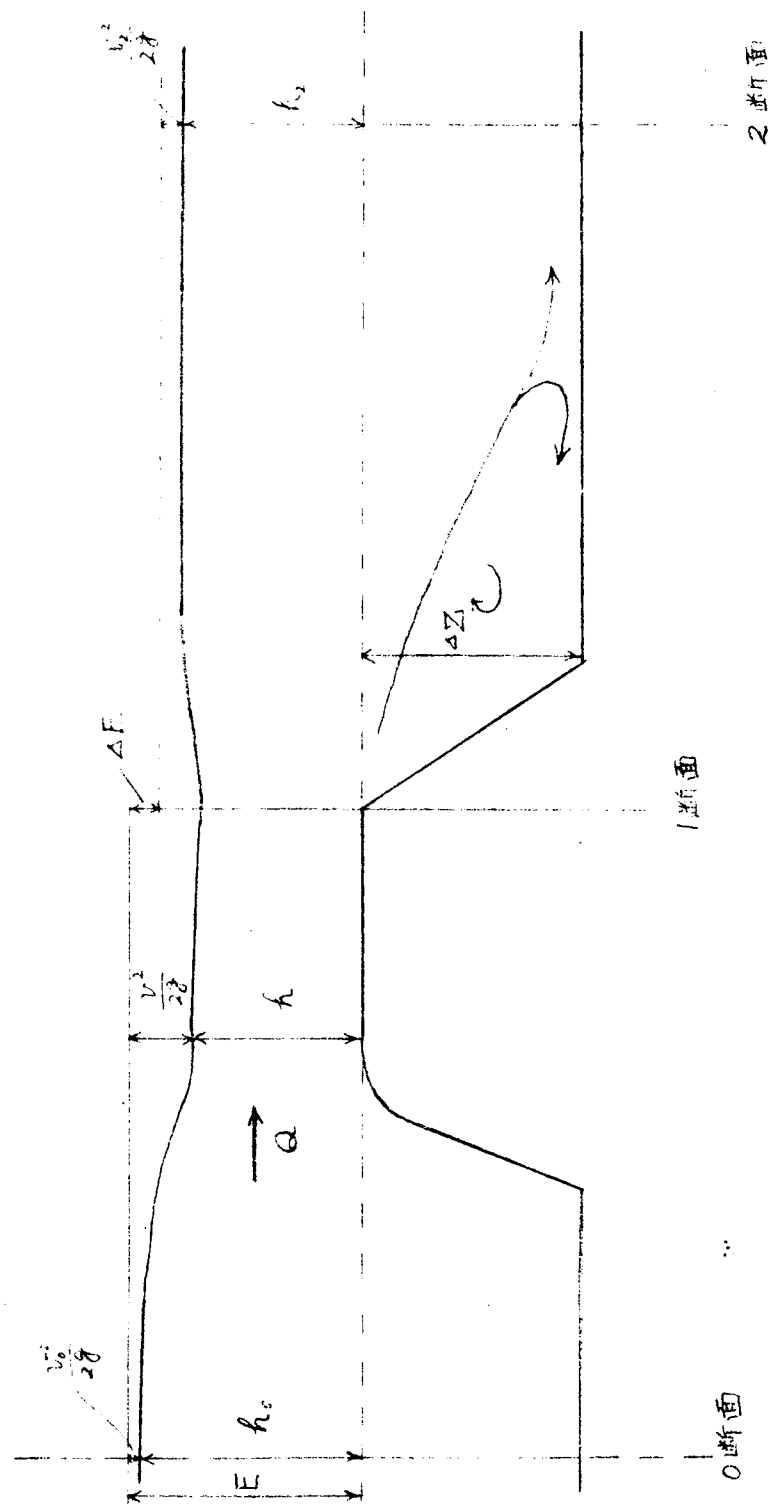


图 - 1.3.13

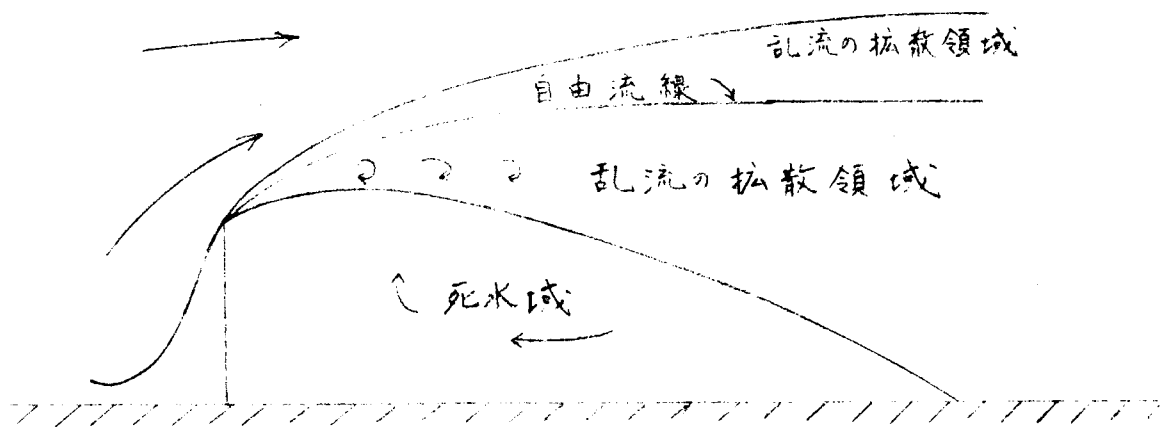


図 - 2.1.1

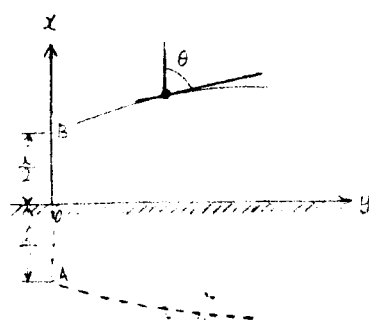


図 - 2.1.2. 記号説明図

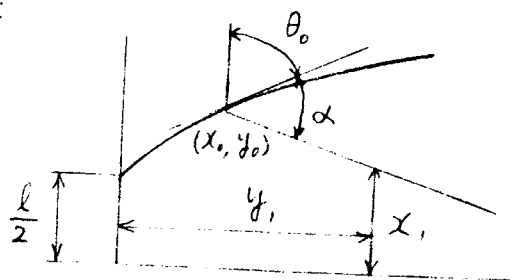


図-2.1.3. 記号説明四

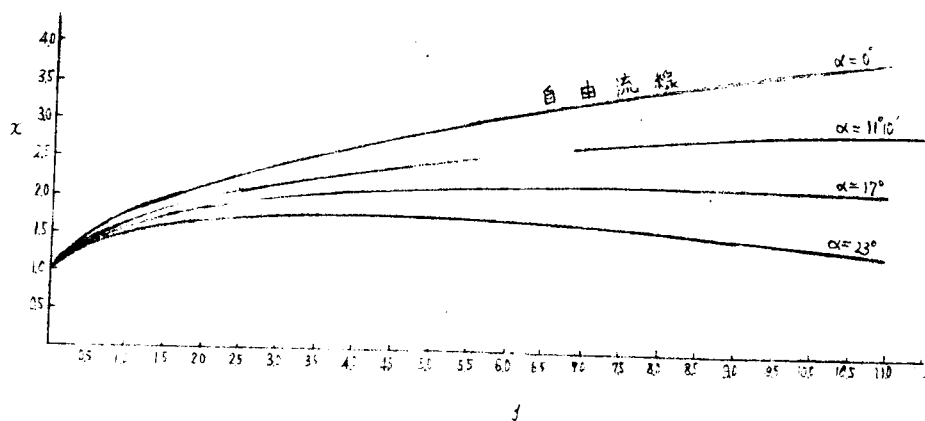


図-2.1.4. 自由流線と噴出線

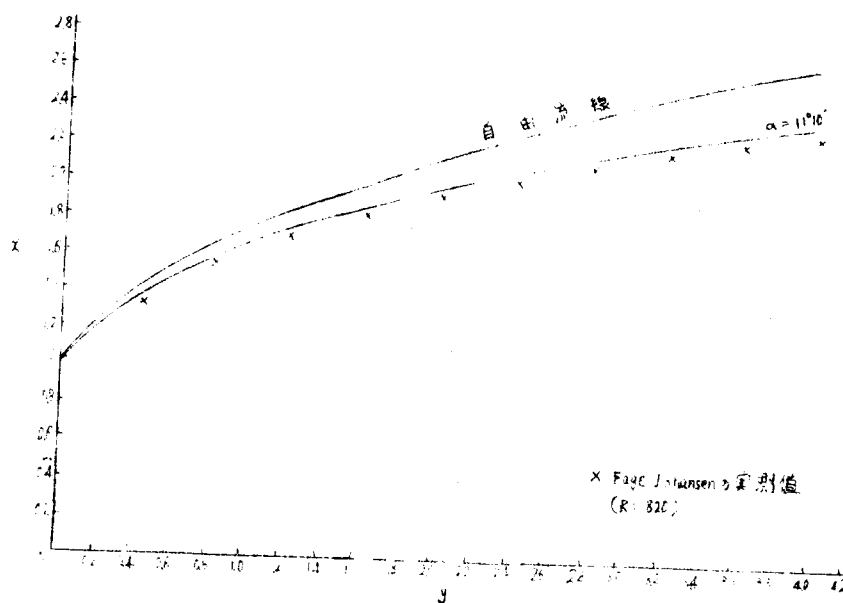
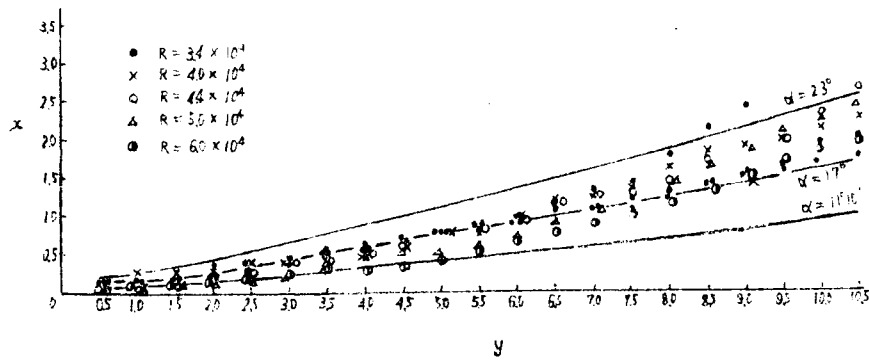
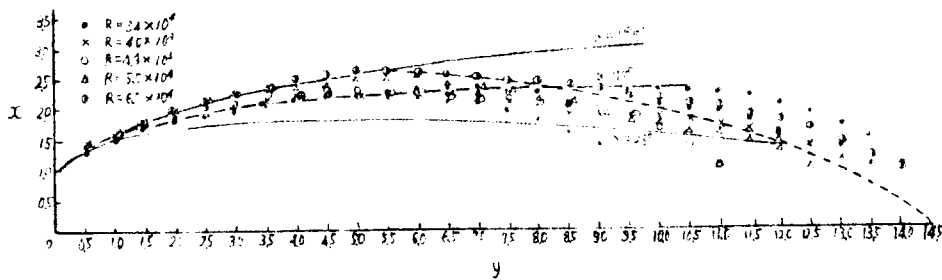


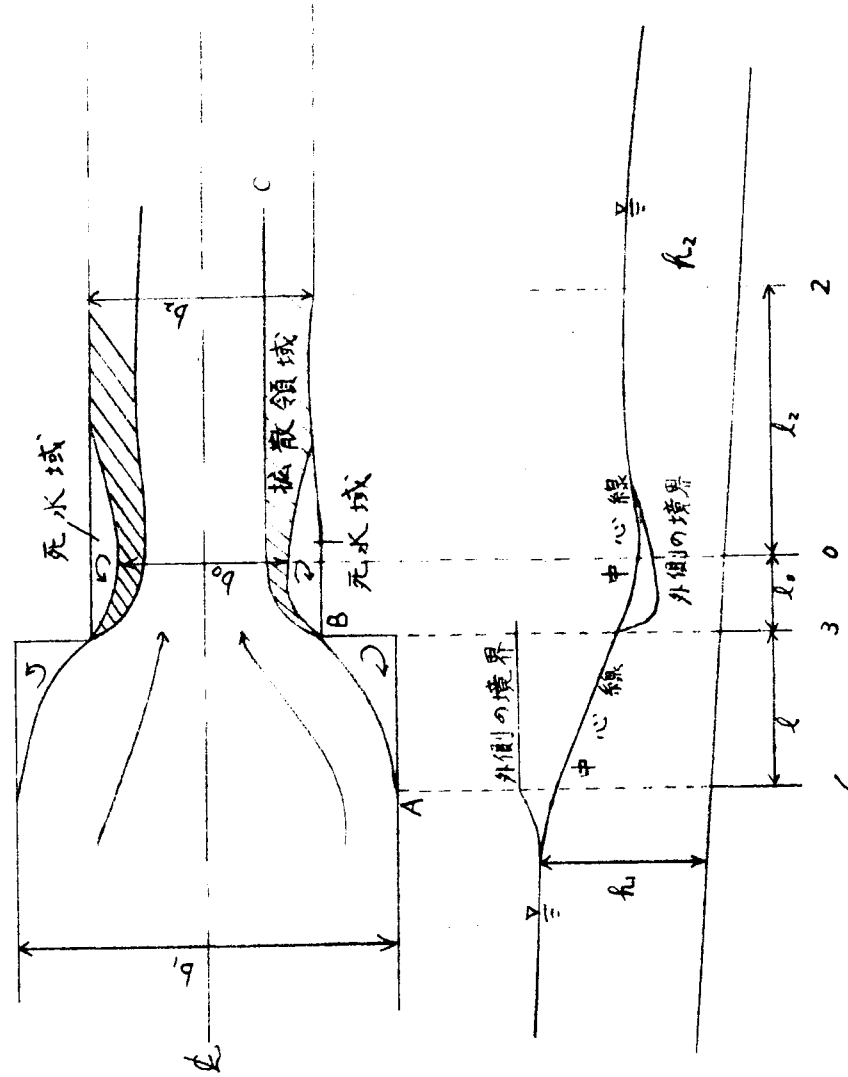
図-2.1.5.



四-2.1.6. 噴出角とReynolds数の関係



四-2.1.7 死水域とReynolds数の関係図



四 - 2.2.1. 記号説明図

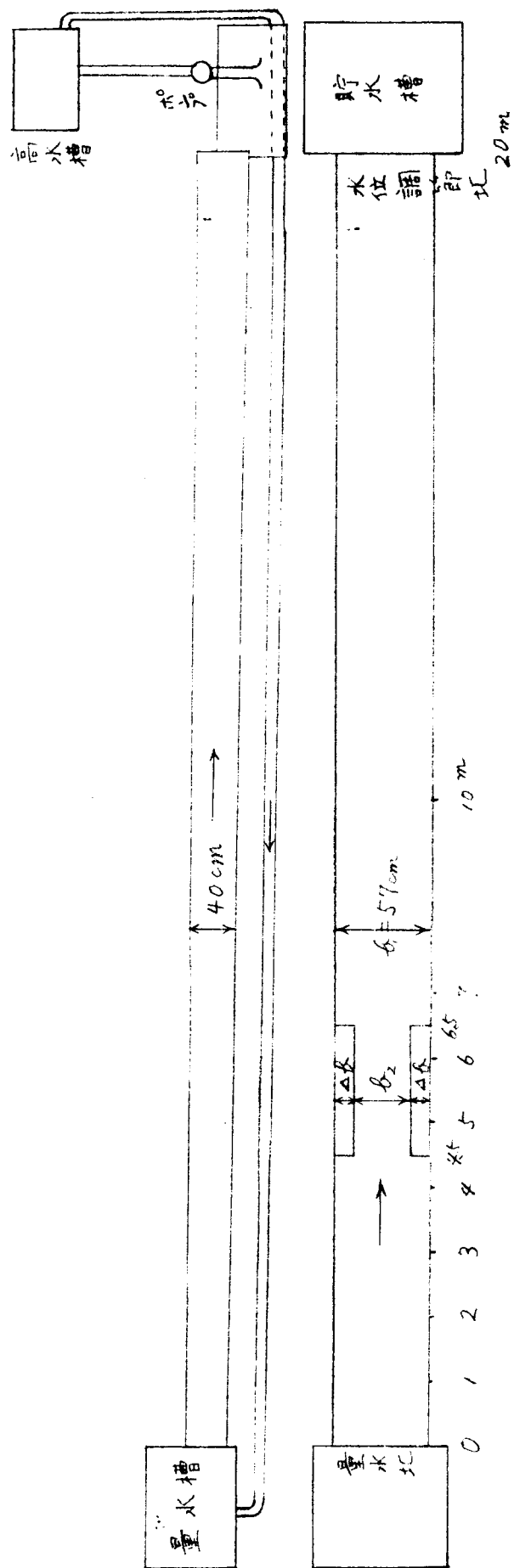


圖--2.2.2. 實驗水路

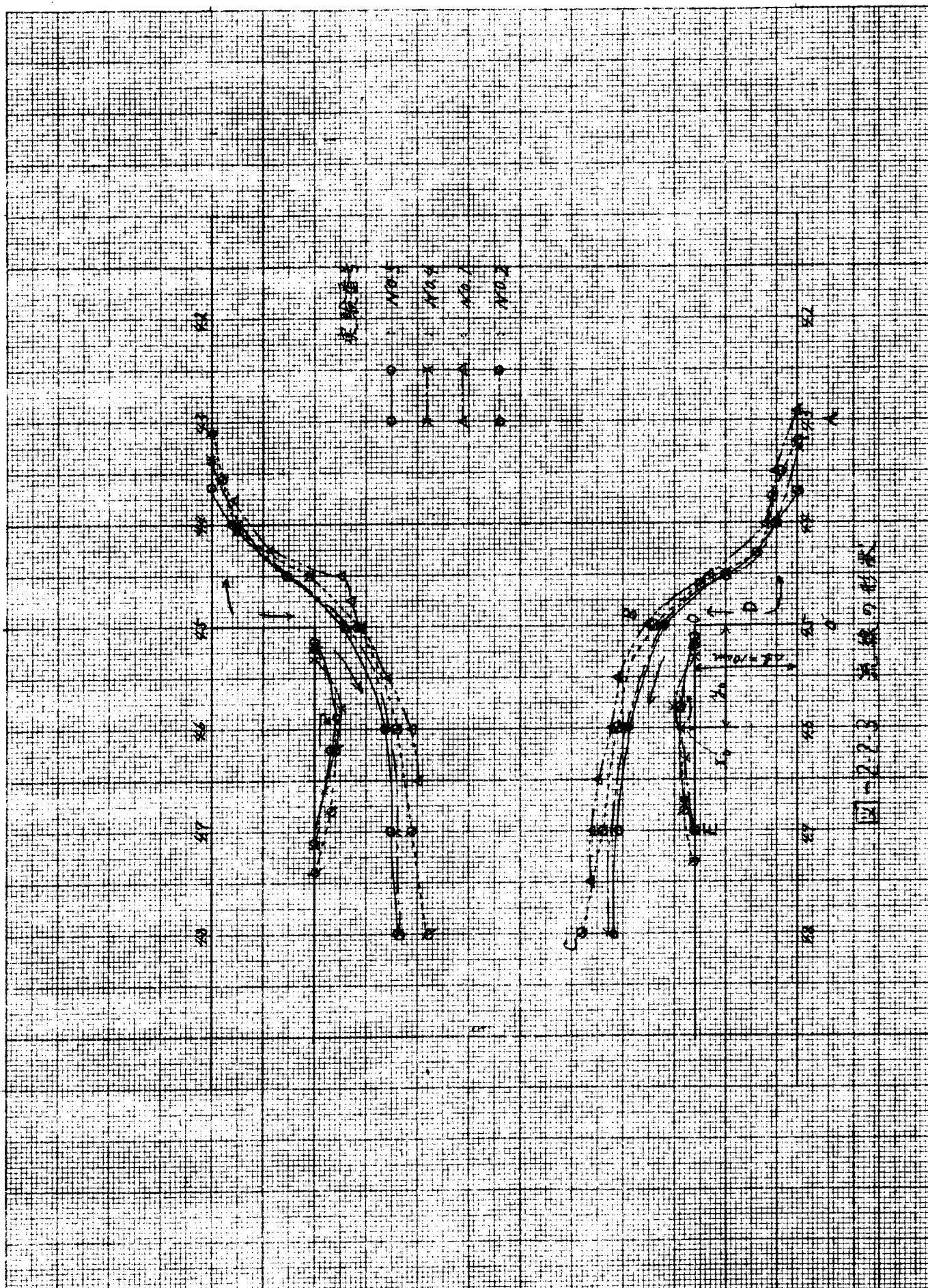


図-2.2.3 流線の形成

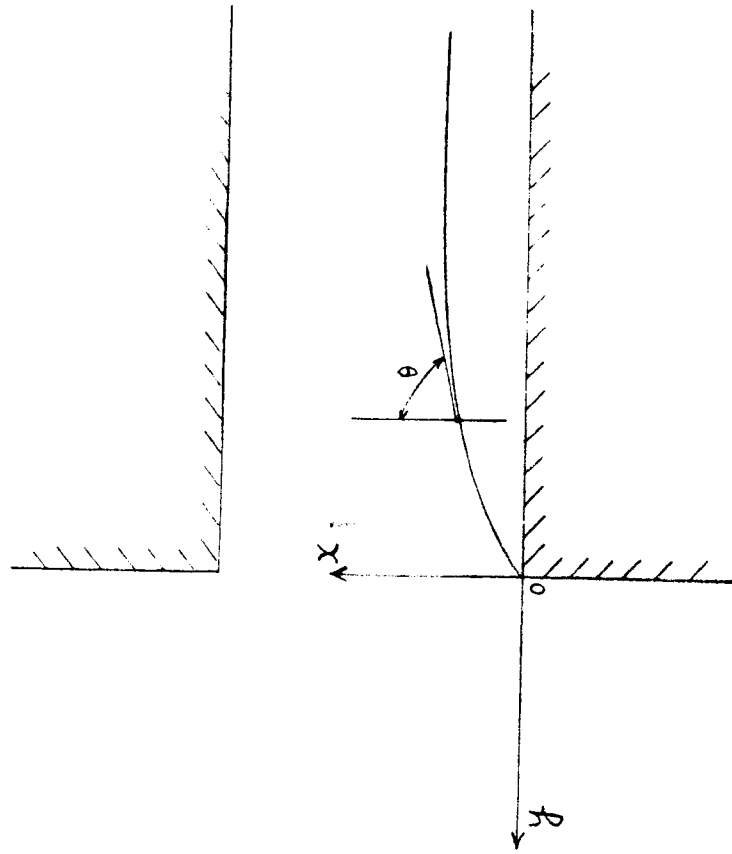


圖-2.2.4. 記号説明図

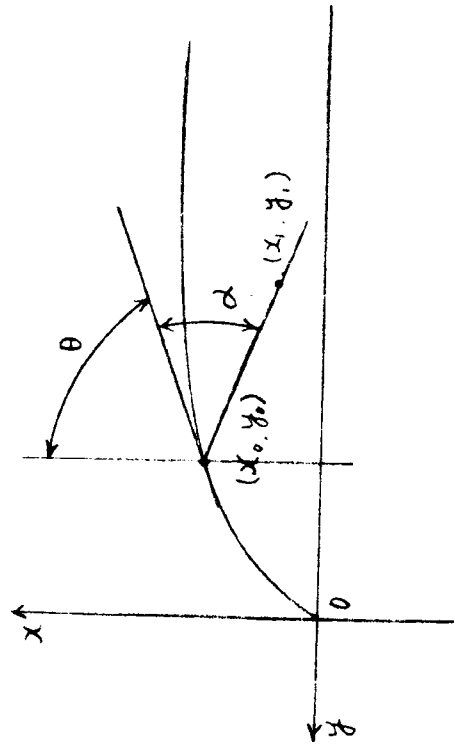


圖-2.2.6 記号説明図

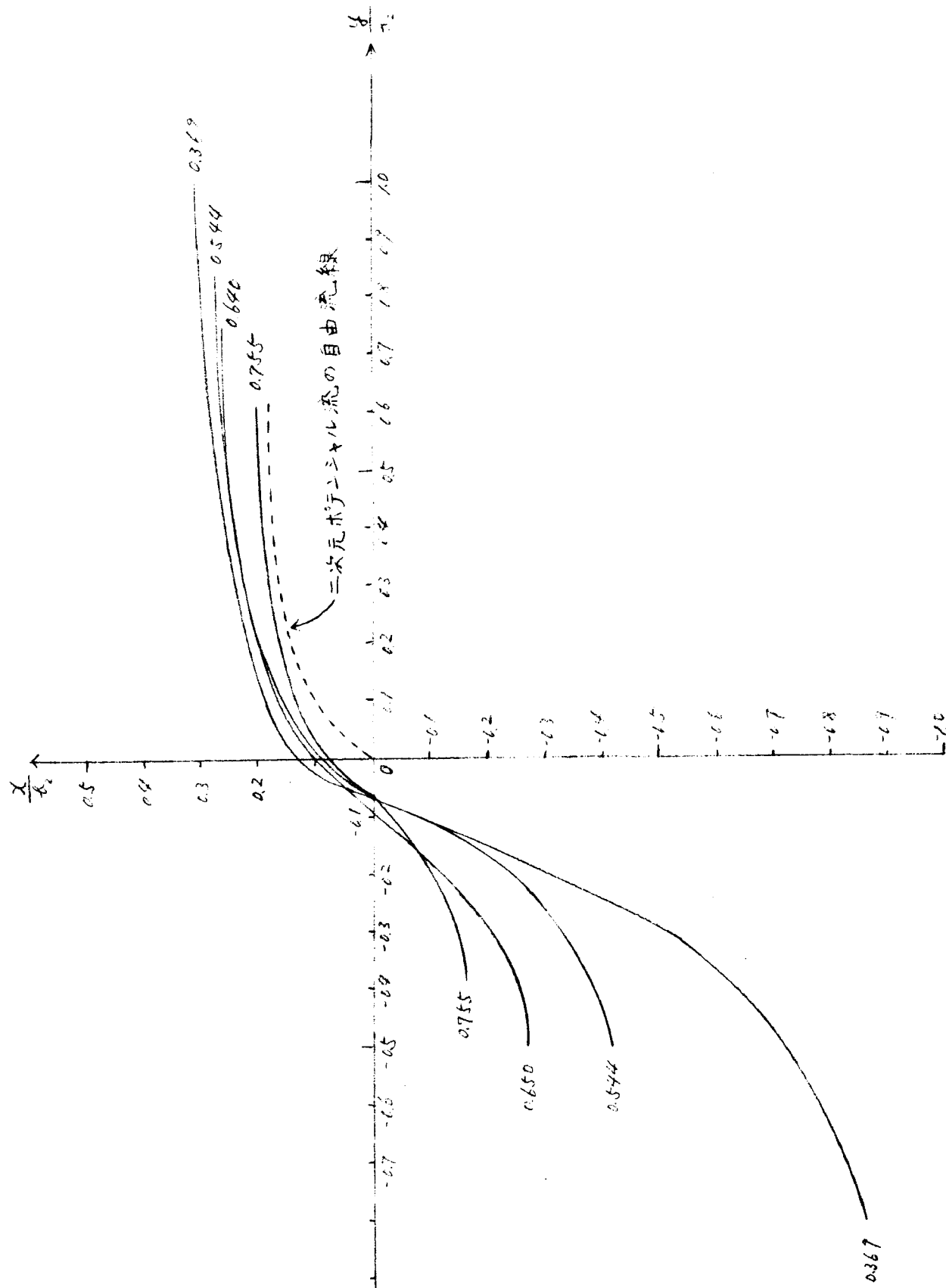
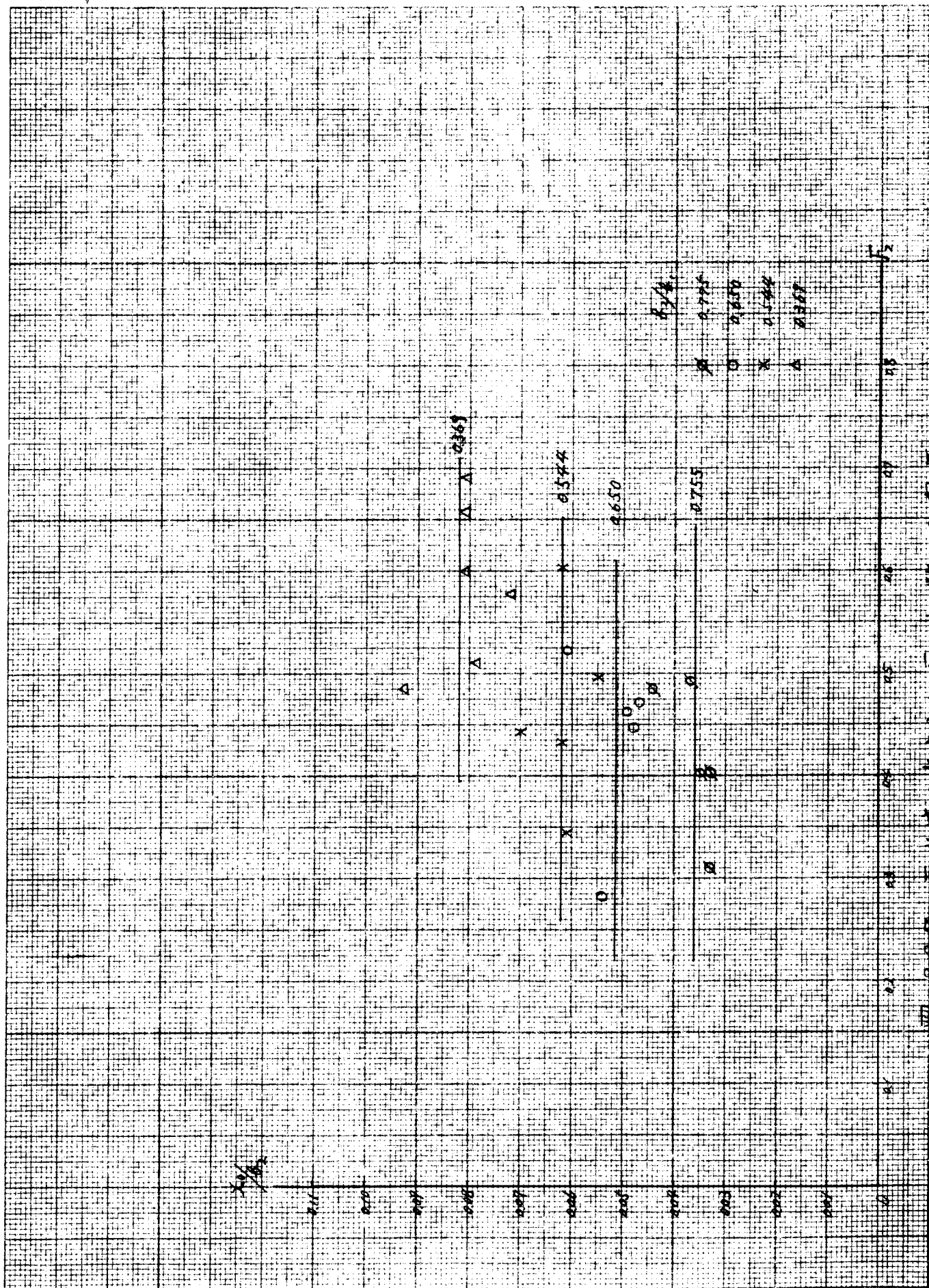


図-2.2.5. 流線の形状



2.2.7 元水城の大きさとFroude数との関係

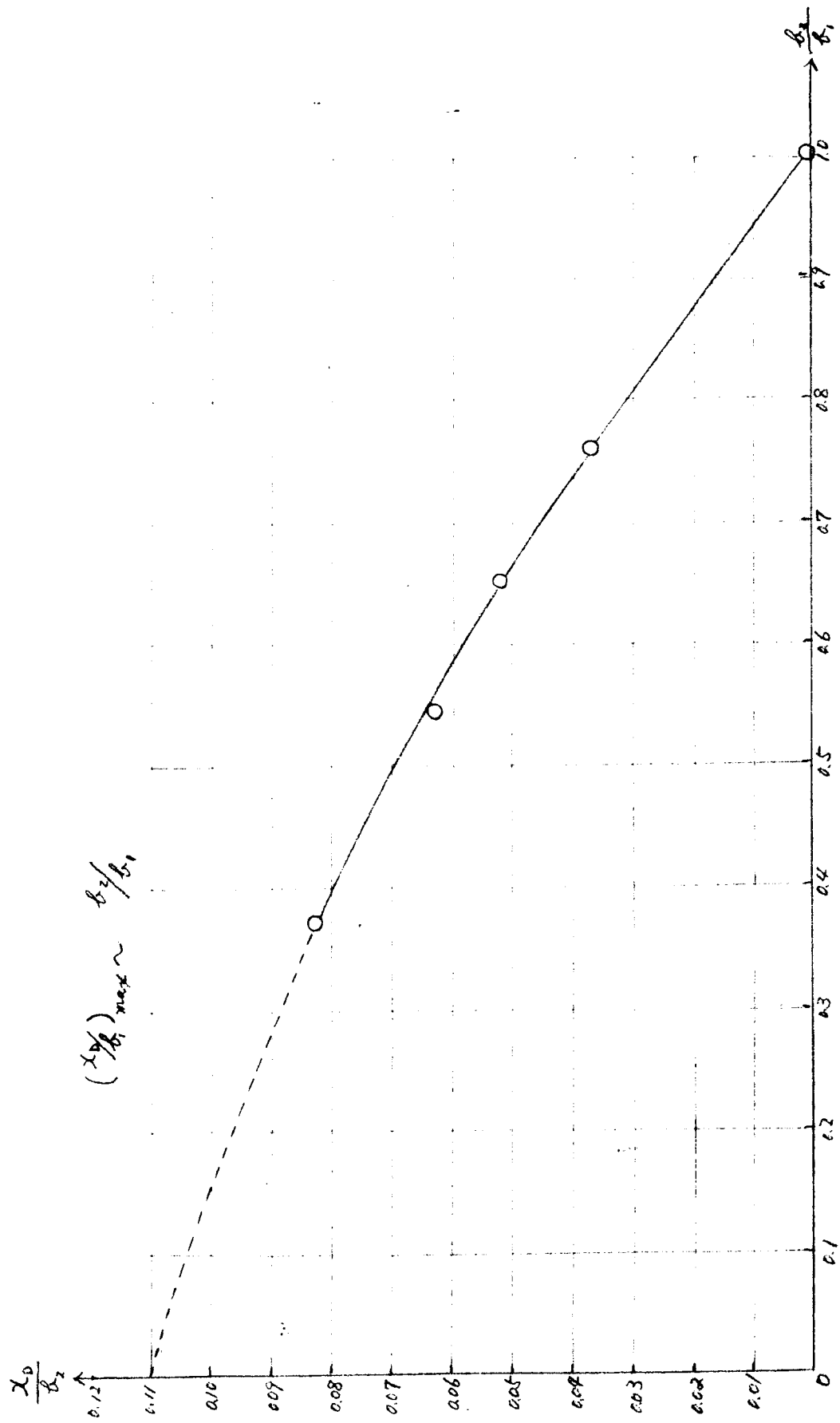


図-2.2.8. 死水域の大きさと幅の収縮率との関係

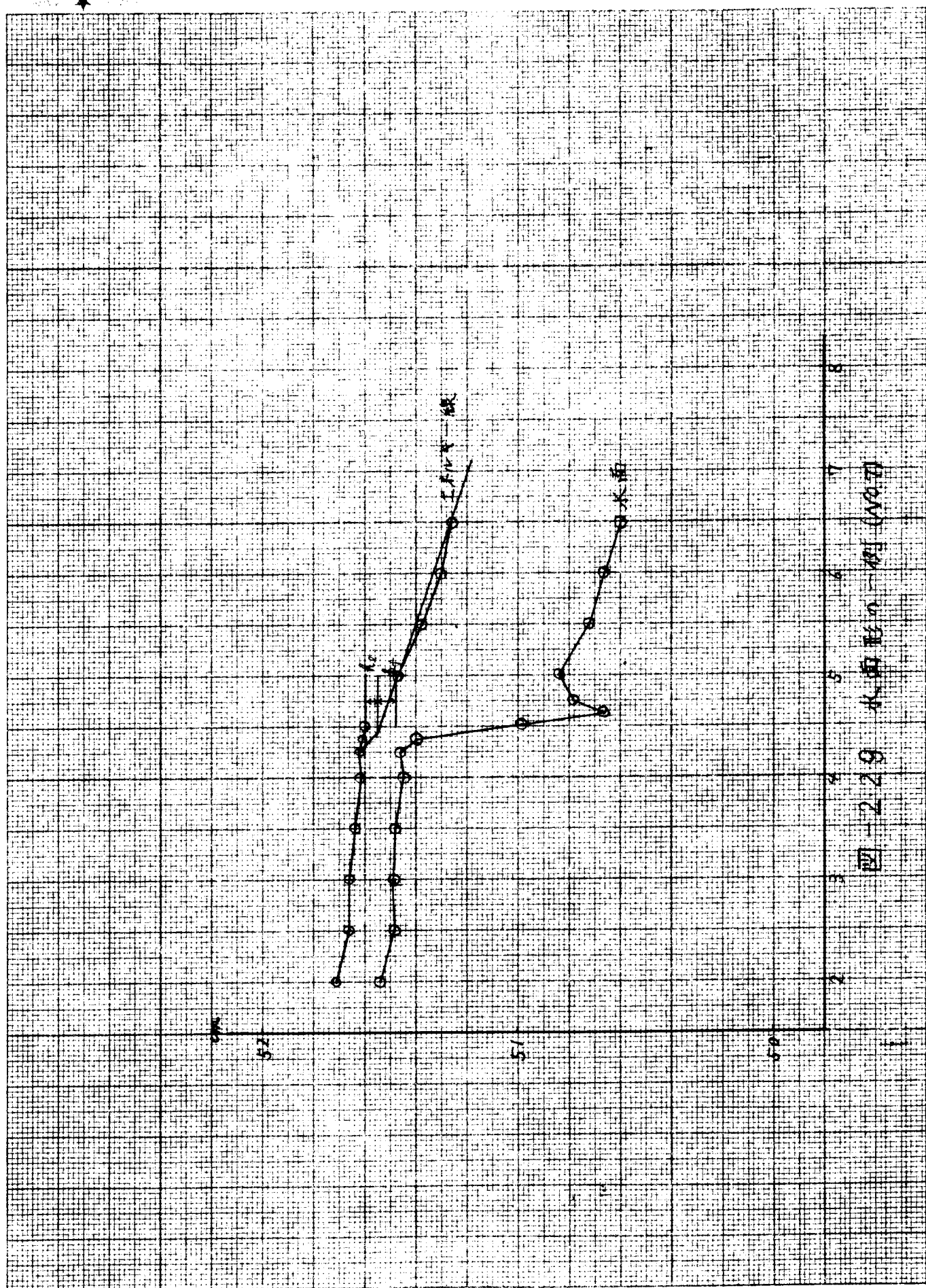


圖-2.28 水面與土面線 (mm)

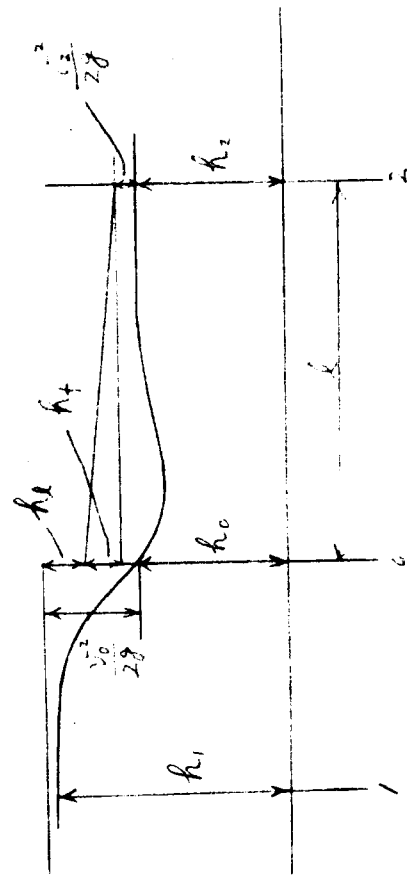
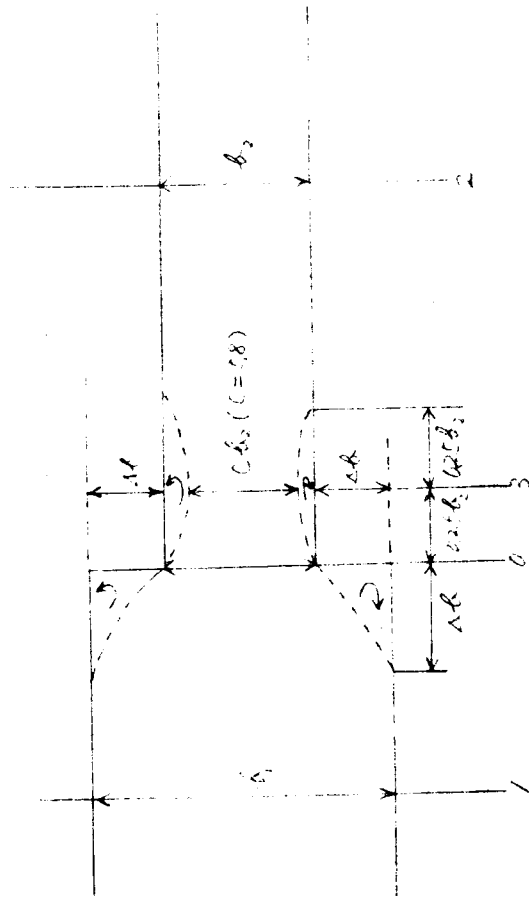


圖-2-2-10 記号説明図

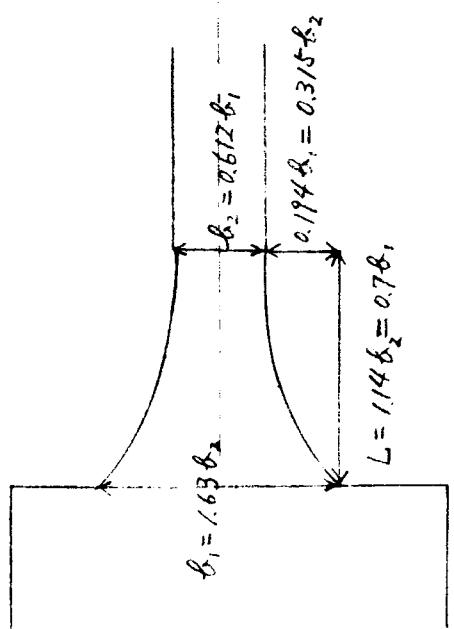


図-2.2.11 取りはけ部の形状

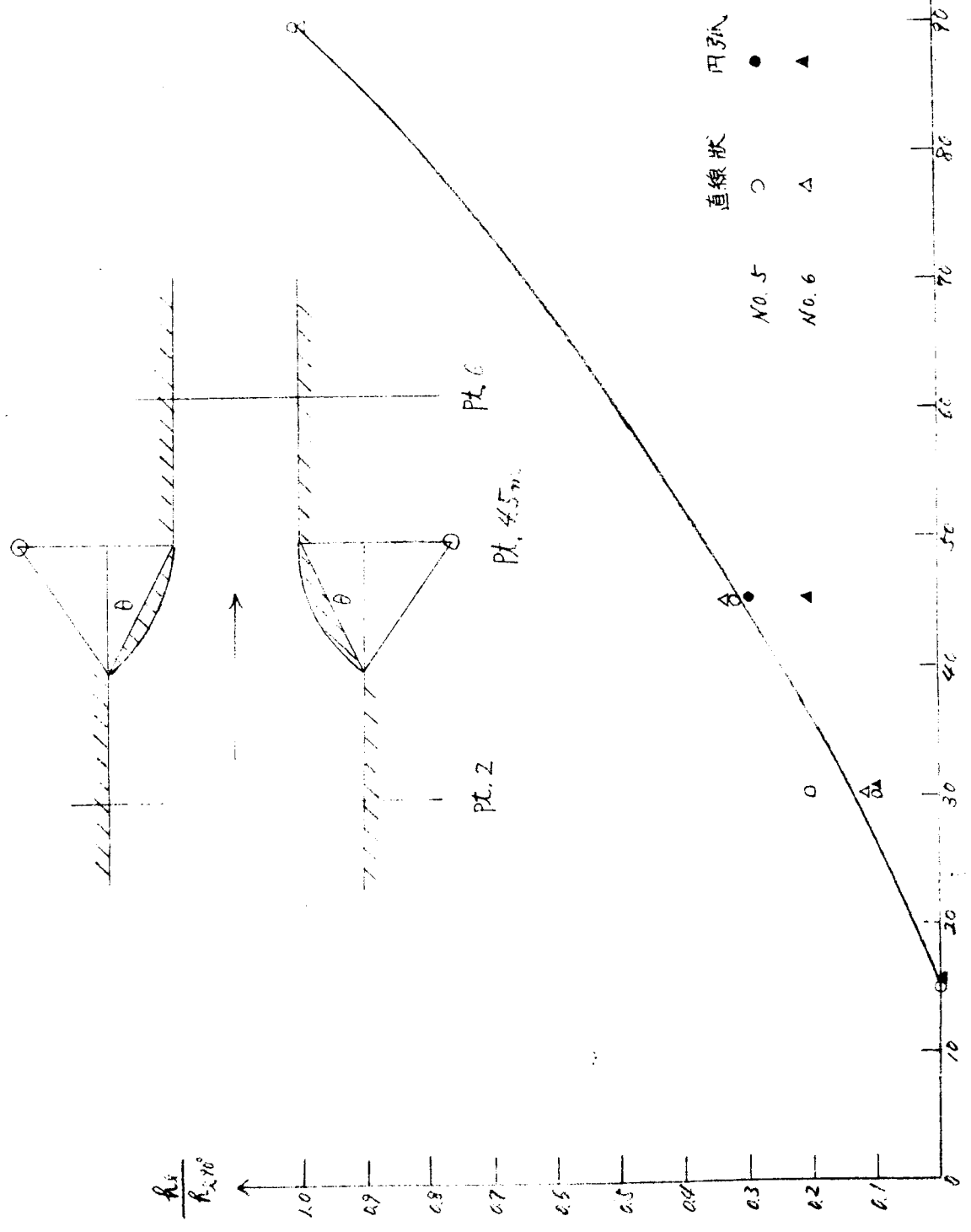


図-2.2.12 (8)

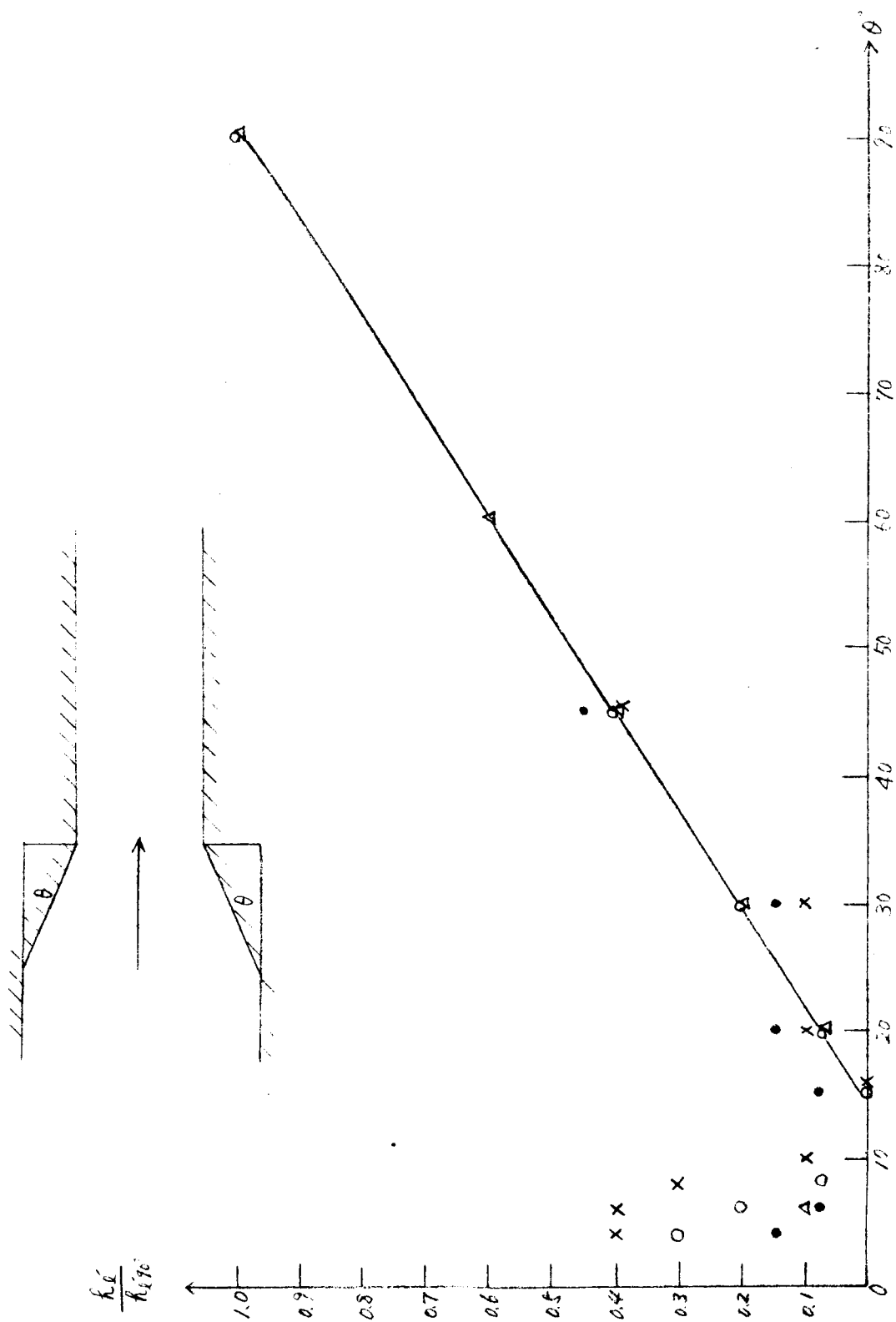
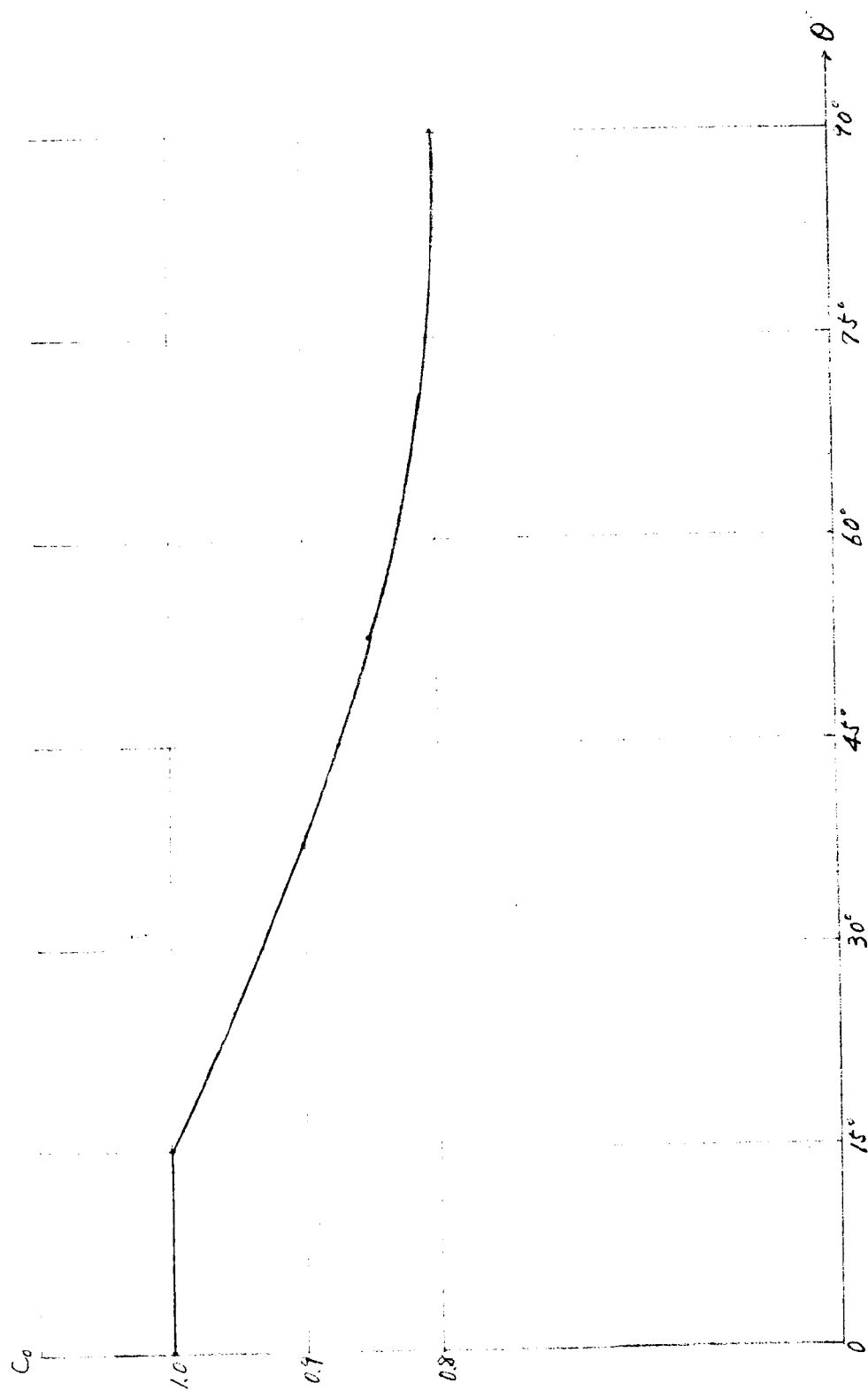


图 - 2.2.12 (a)



14-2.2.13

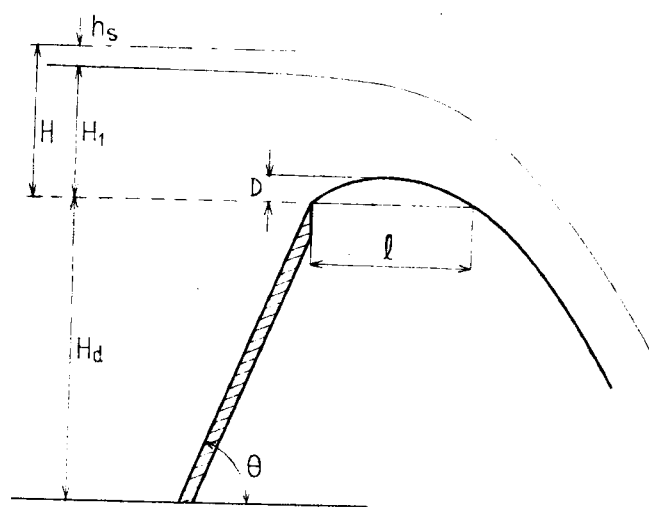


図 2・3・1 記号説明図

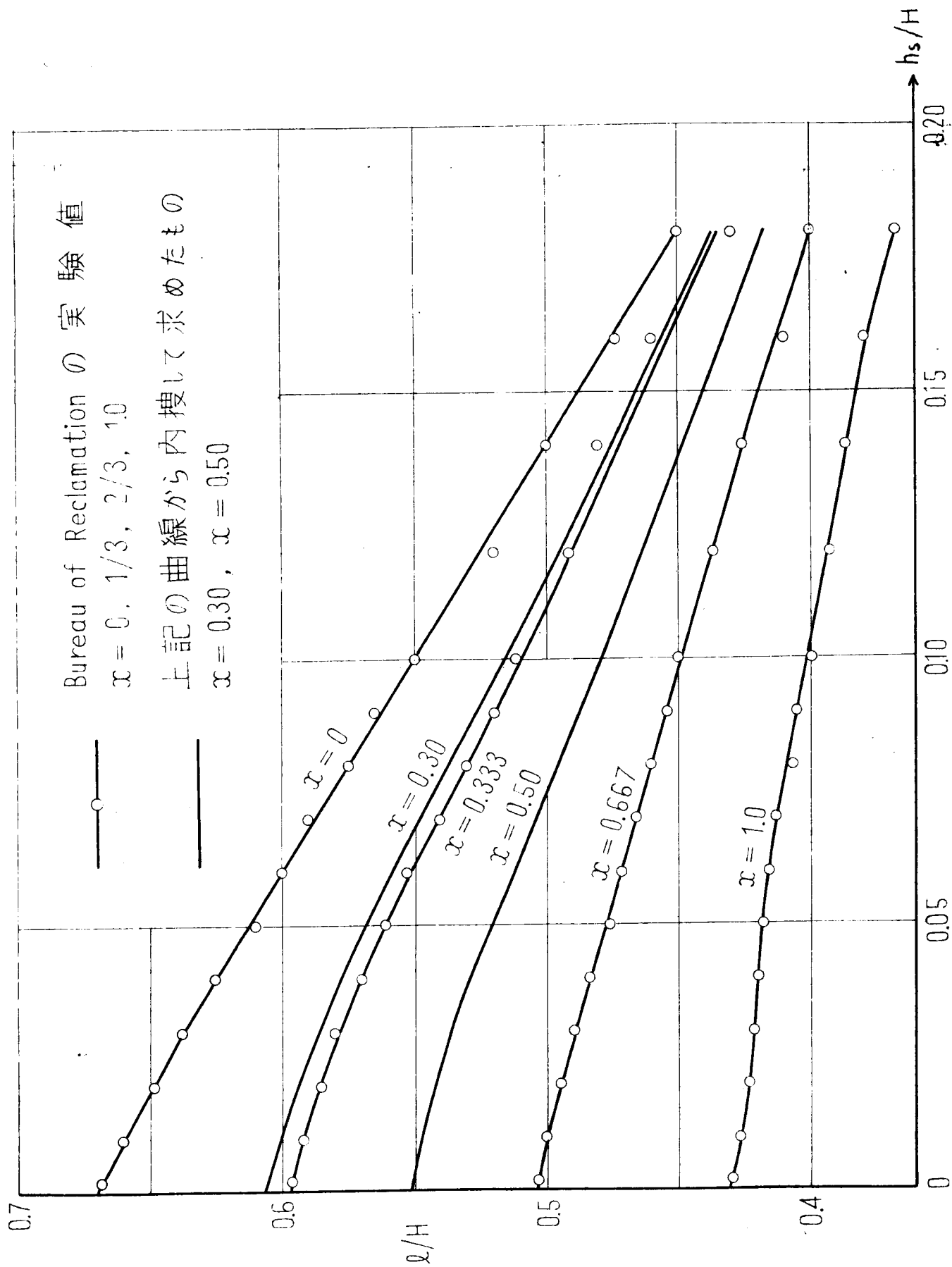


図-2.3.2 l/H と h_s/H との関係

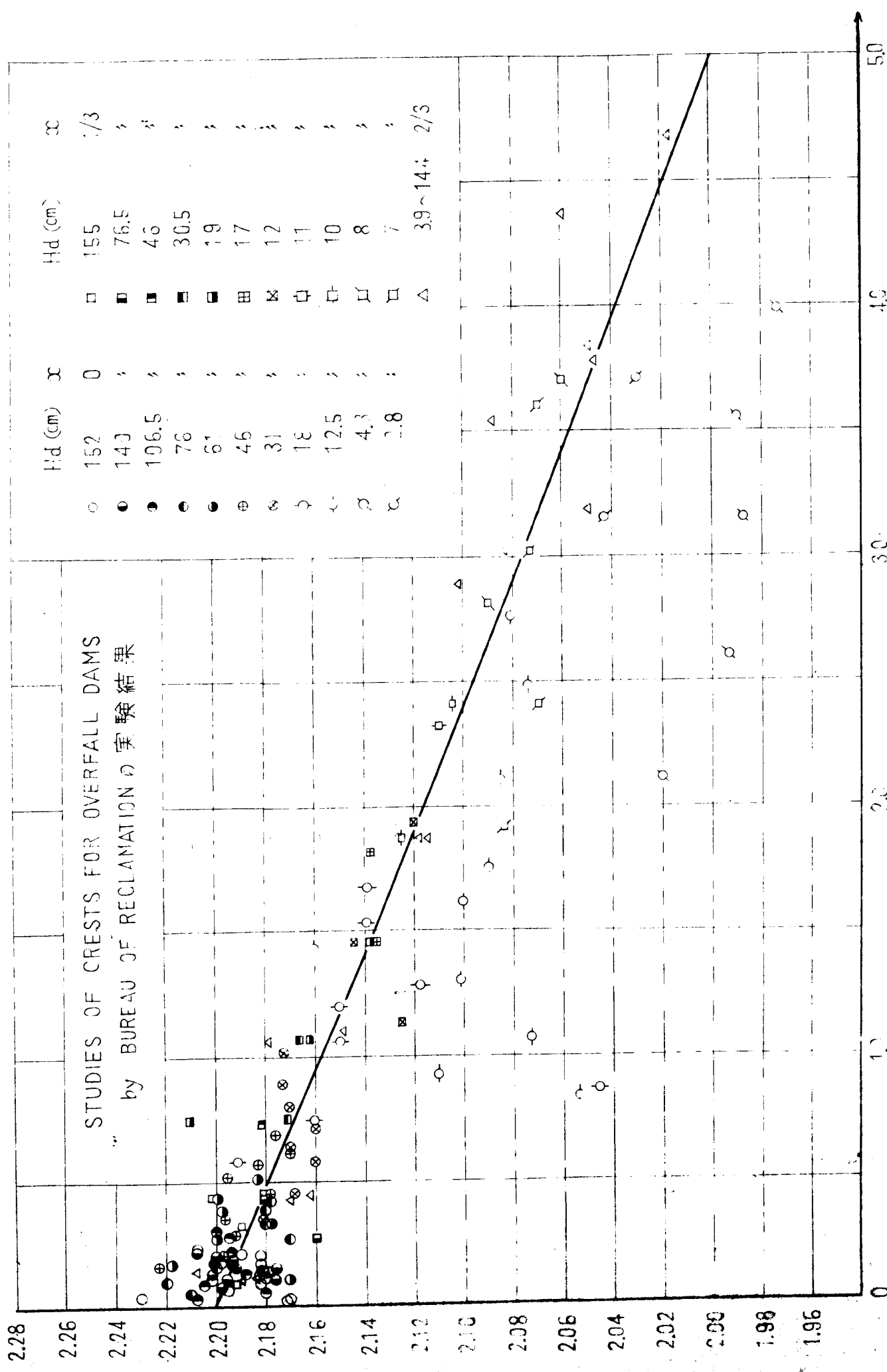


図-2.3.3. C_c と $\frac{H-D}{H+D}$ の関係

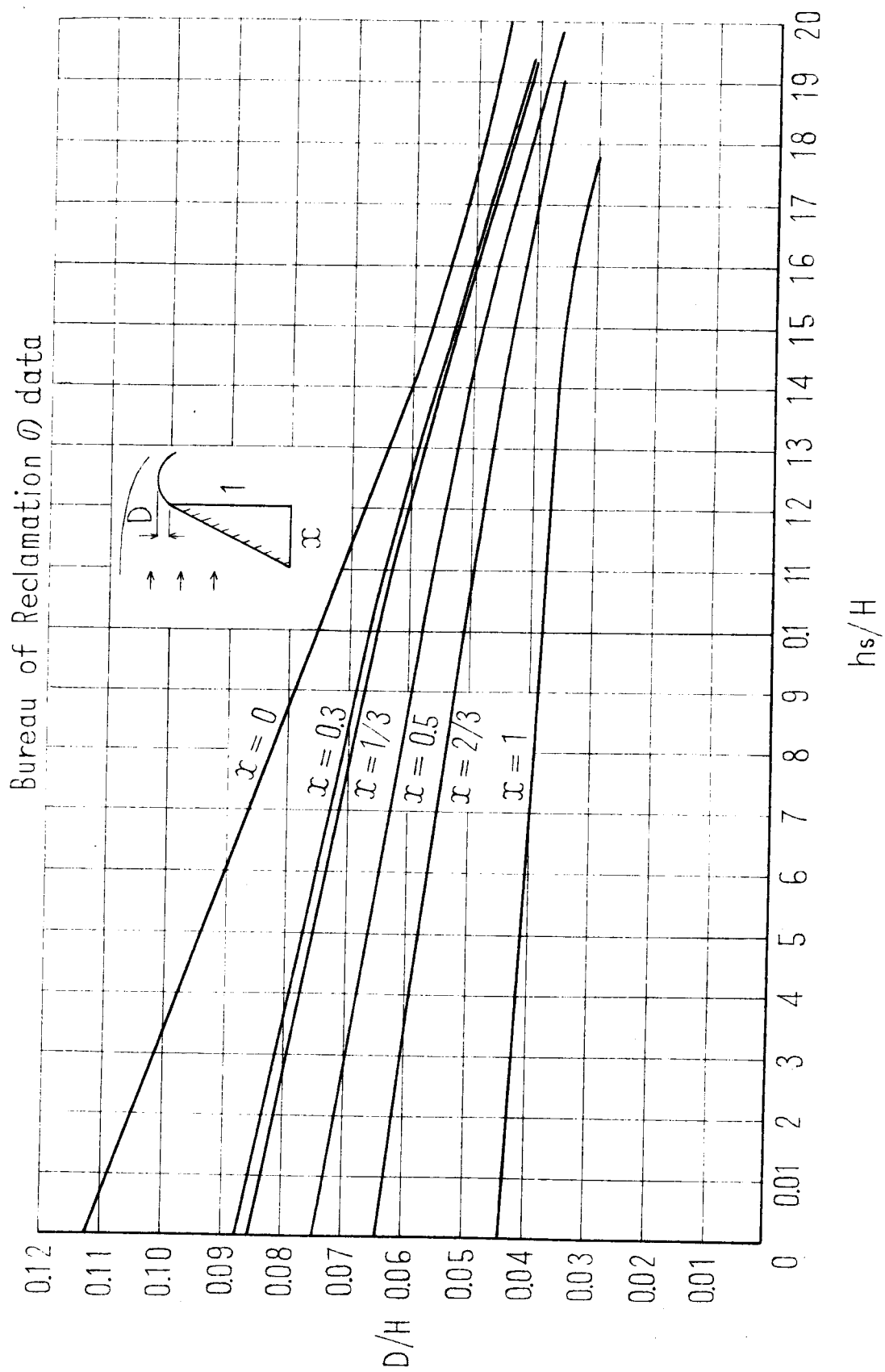


図-2.3.4. h_s/H と D/H との関係

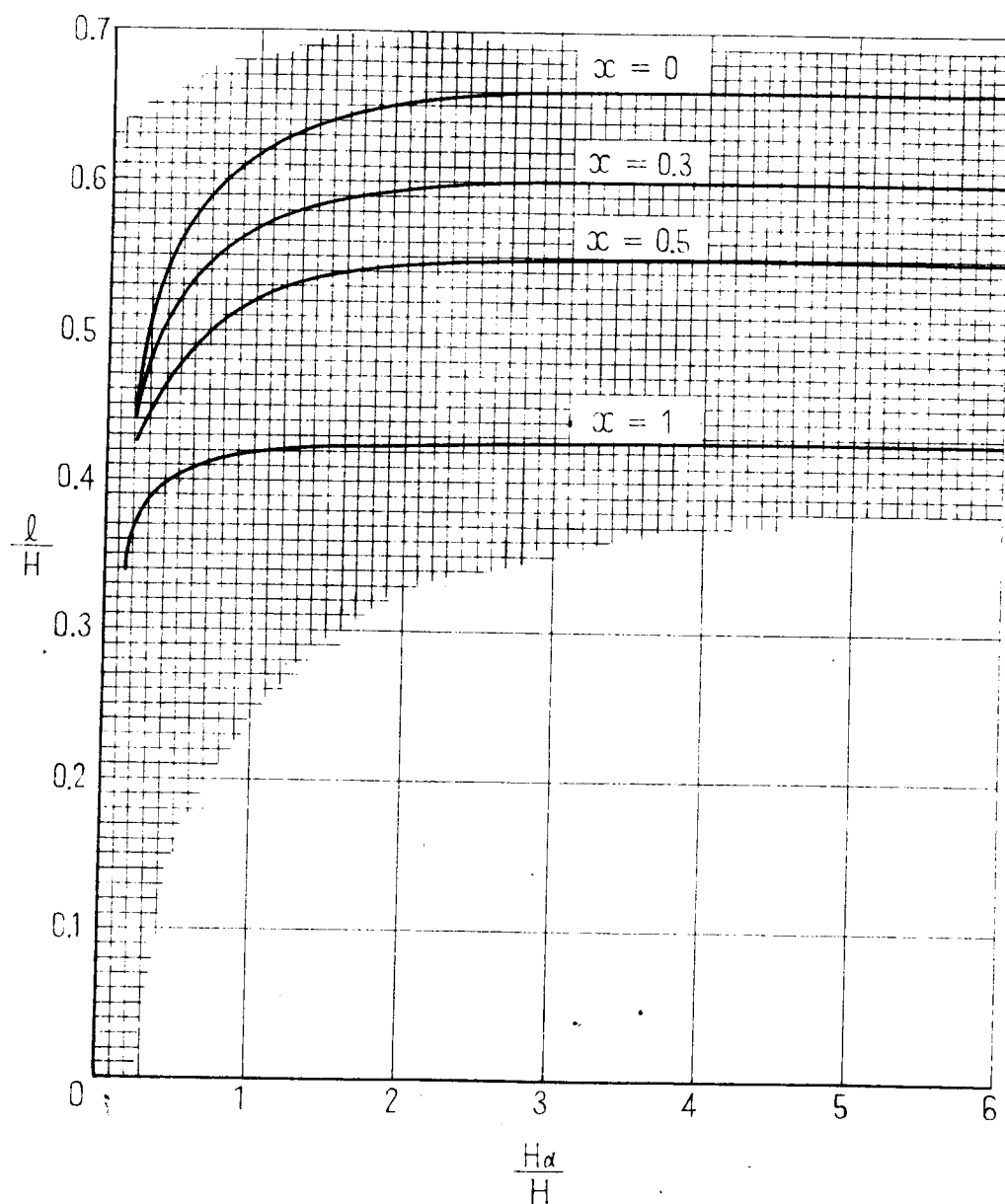


図-2.3.5 $\frac{l}{H}$ と $\frac{H\alpha}{H}$ との関係

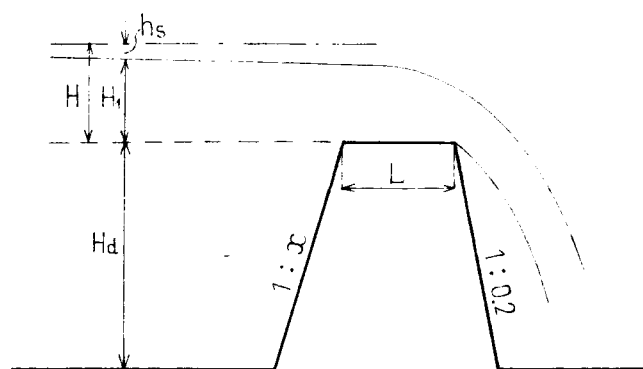


图-2.3.6

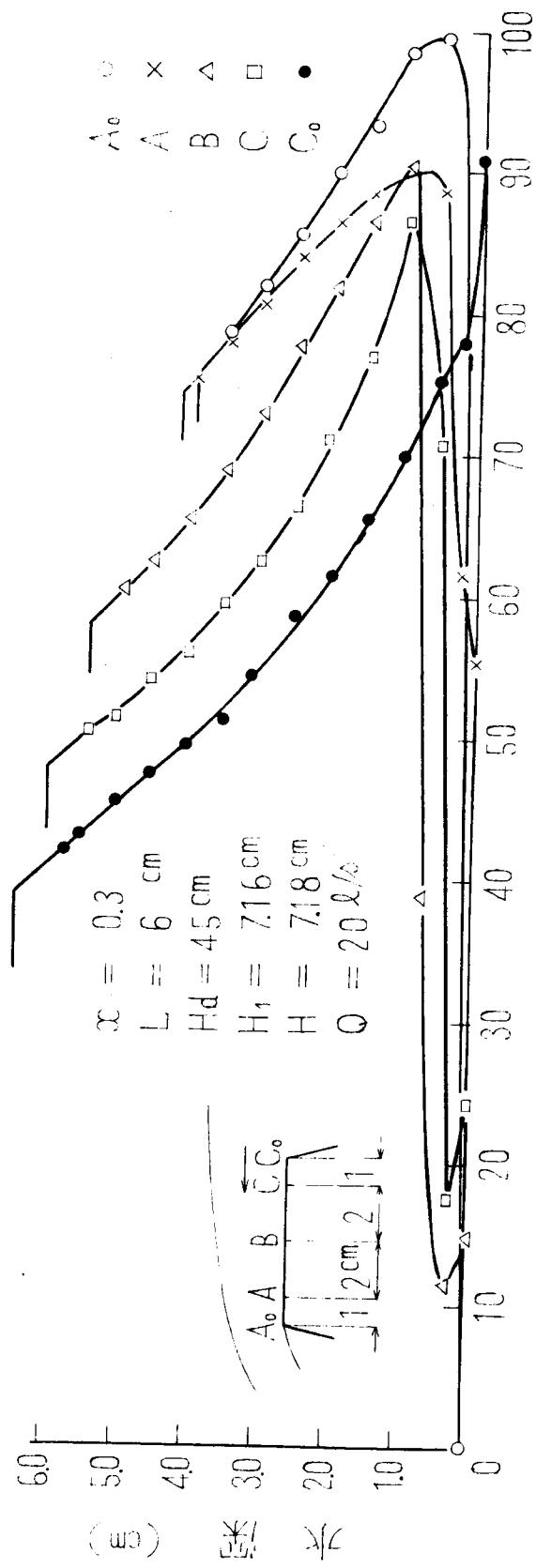


図-2.3.7. せき頂の流速分布図

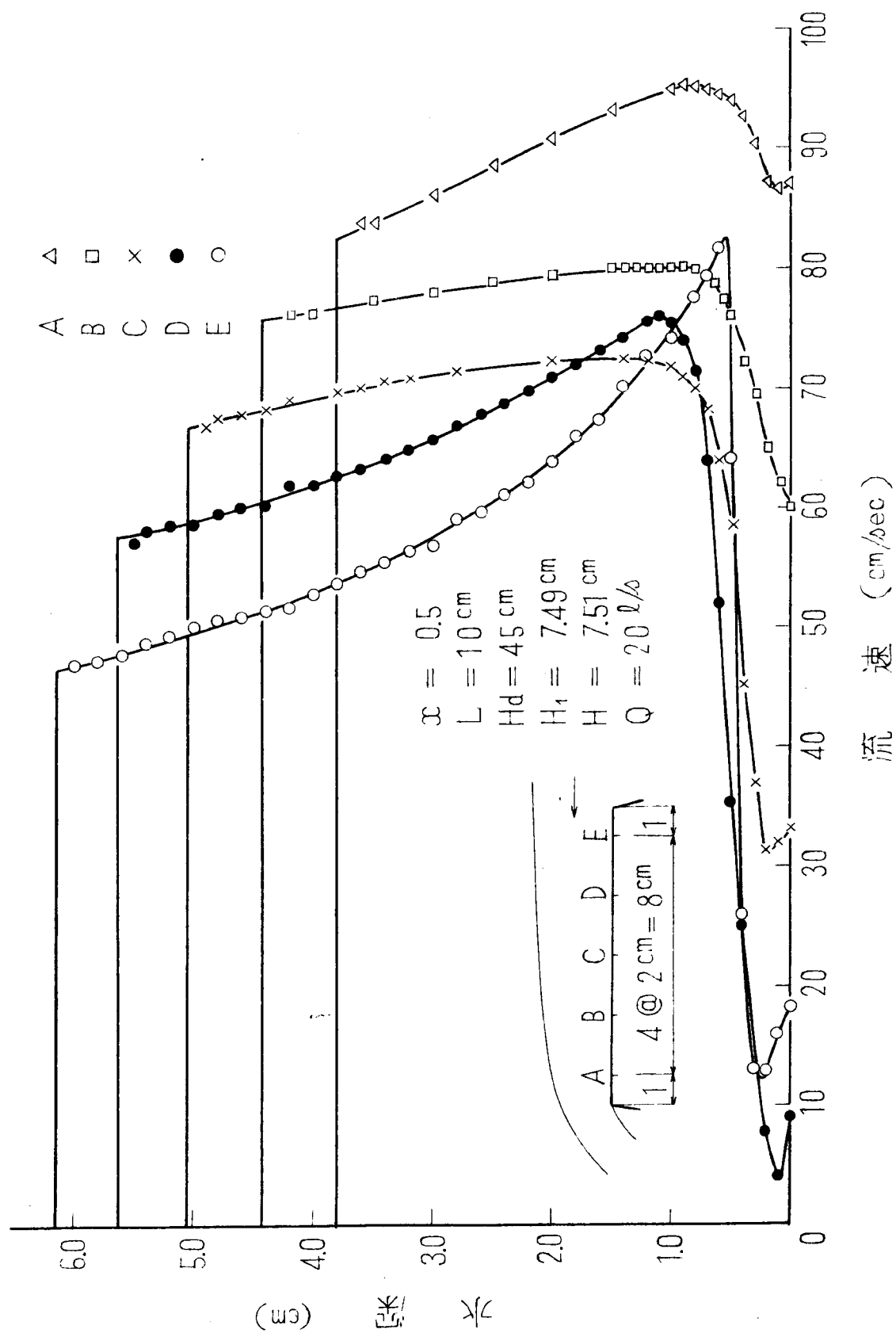
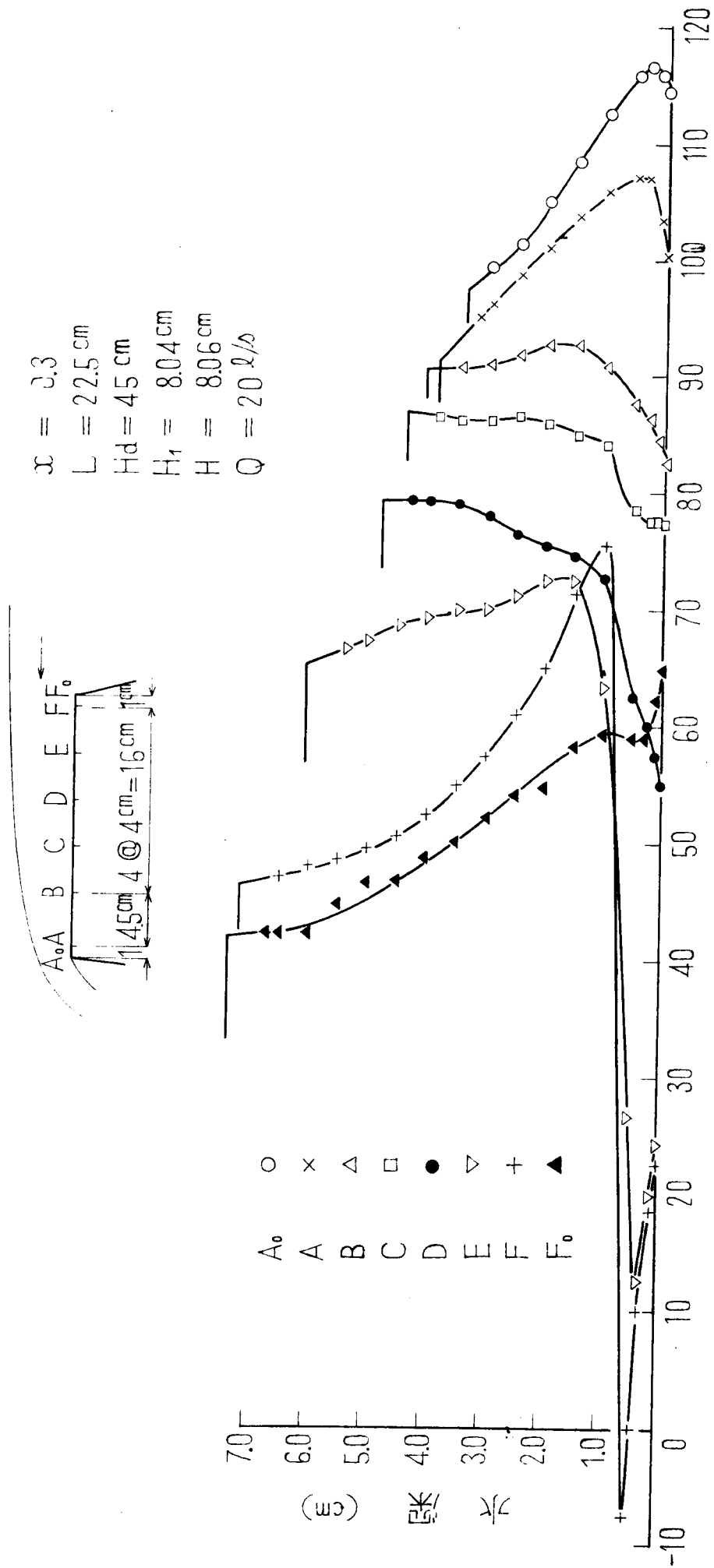


图-2.3.8



流速 (cm/sec)

圖 2-3-9.

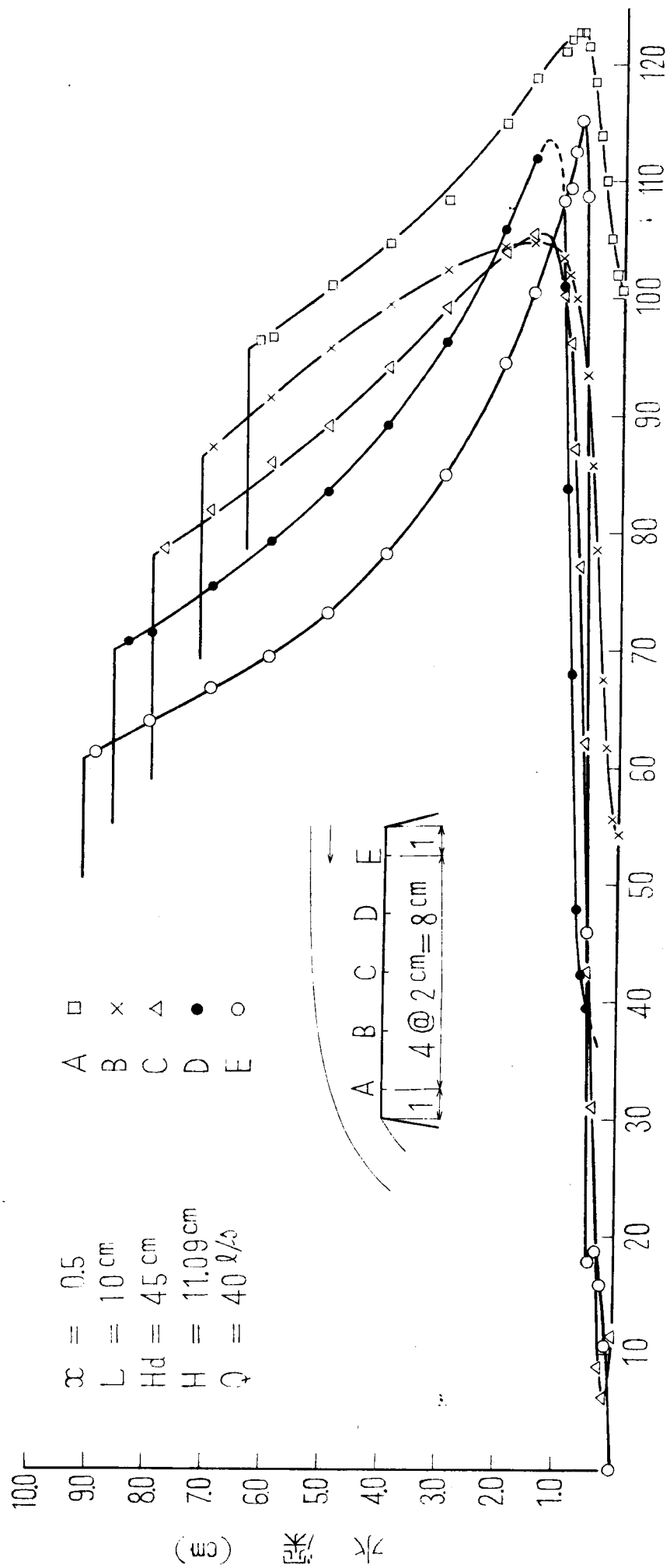


图 - 2.3.10

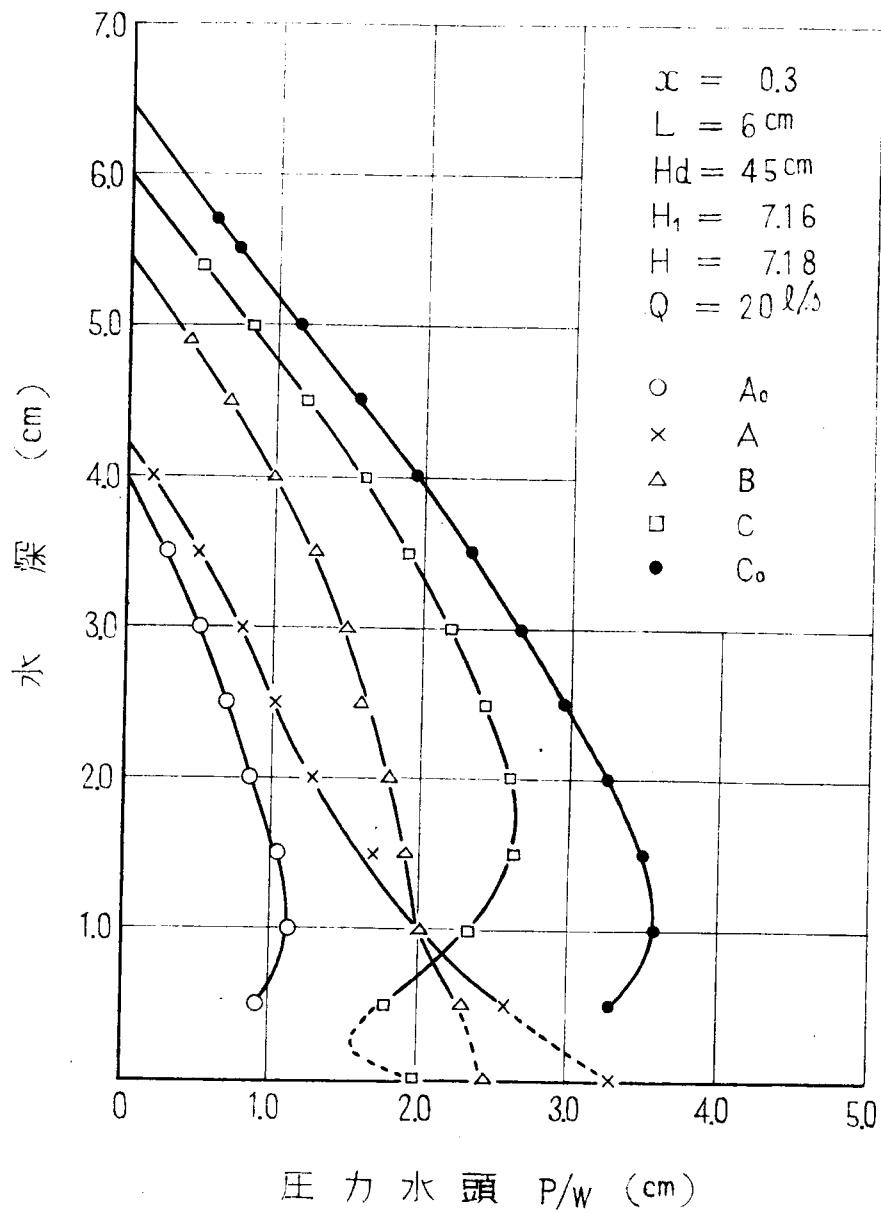


図-2.3.11. せき頂の圧力分布

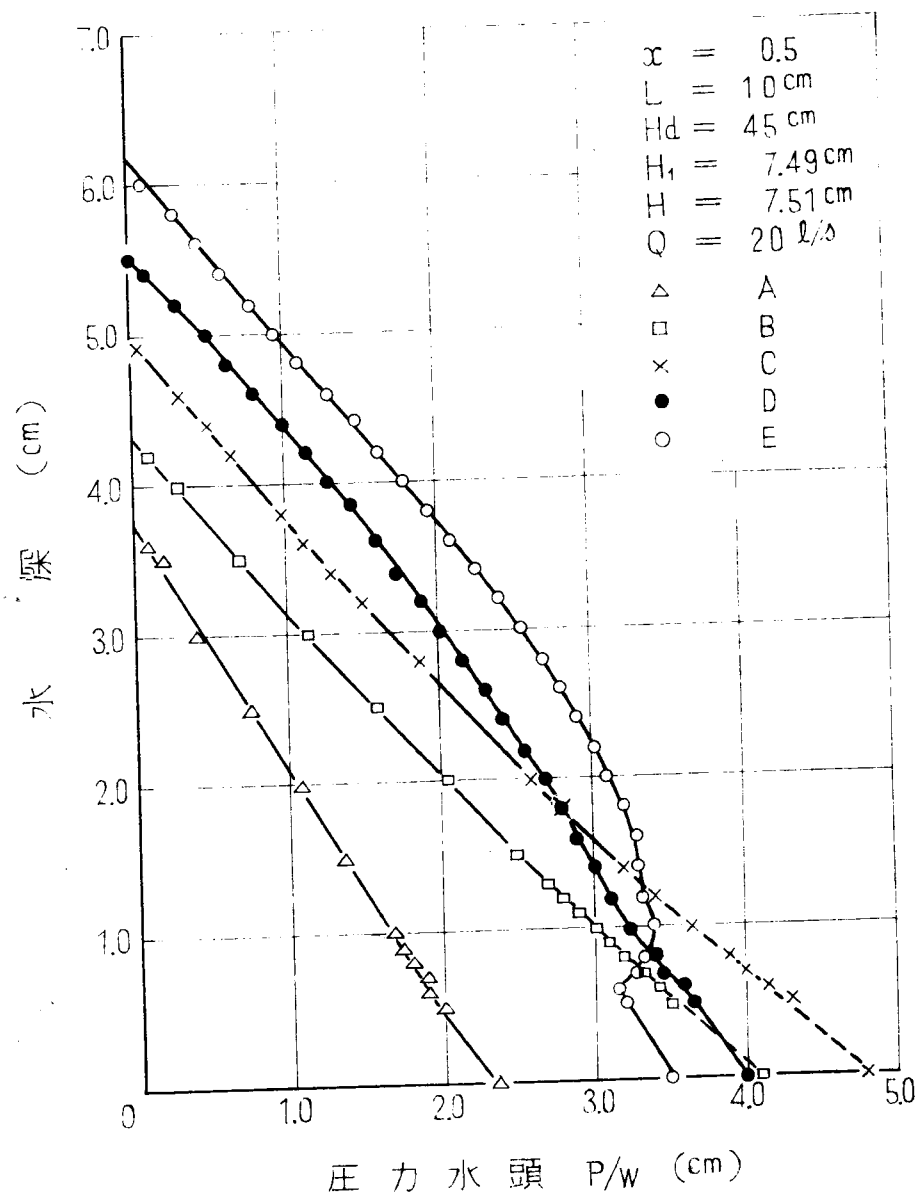


圖 - 2.3.12.

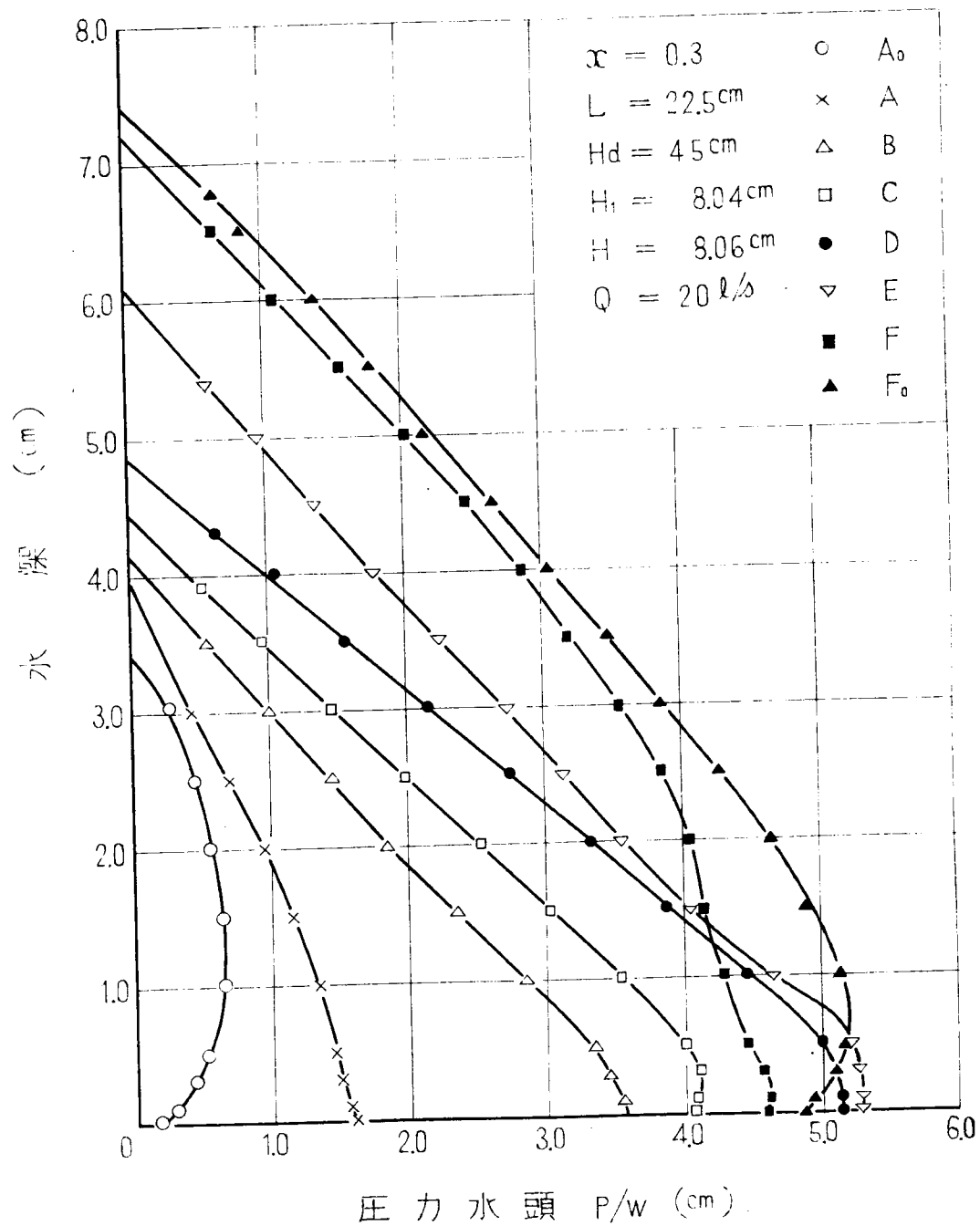


圖 - 2.3.13.

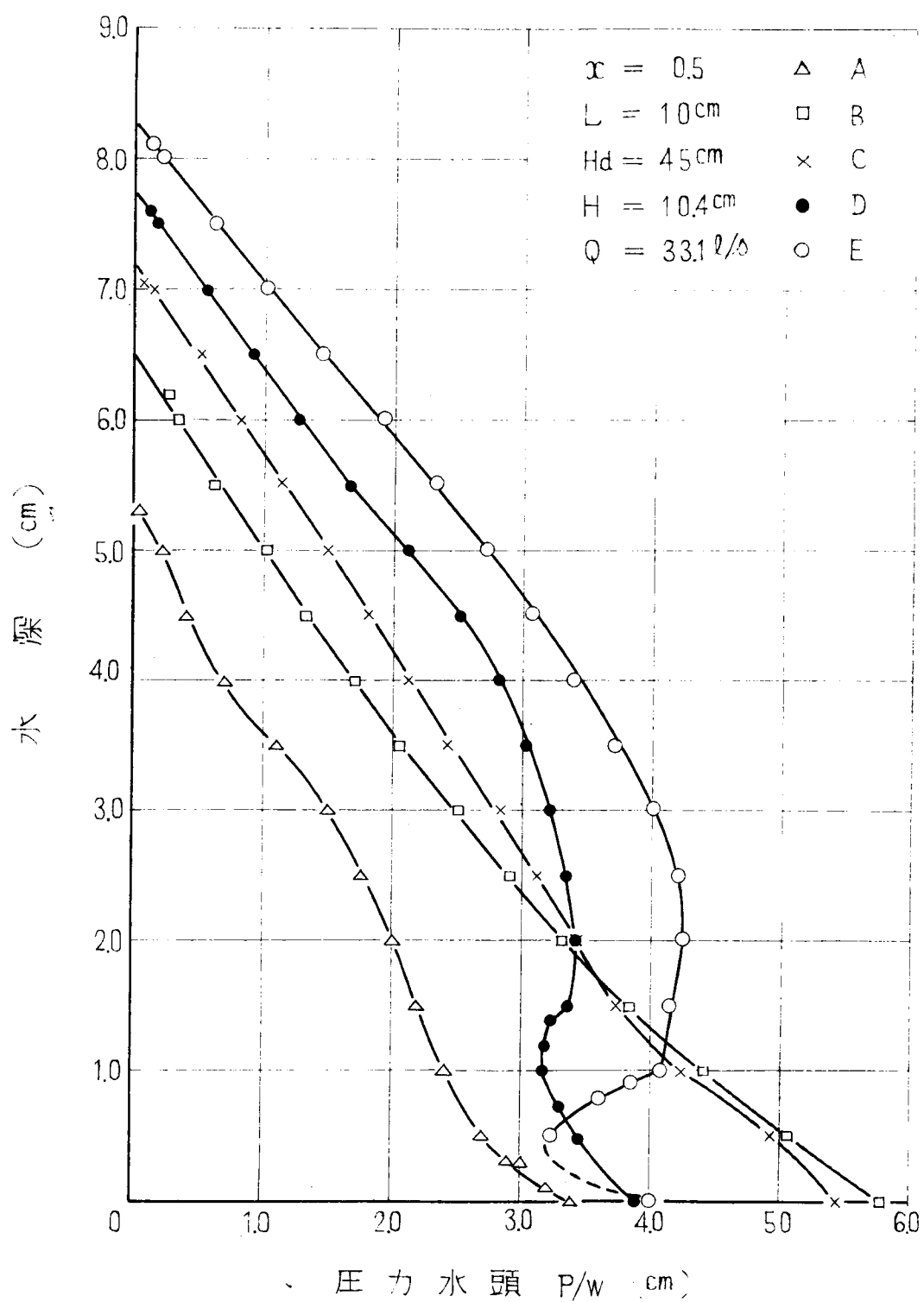


図-2.3.14.

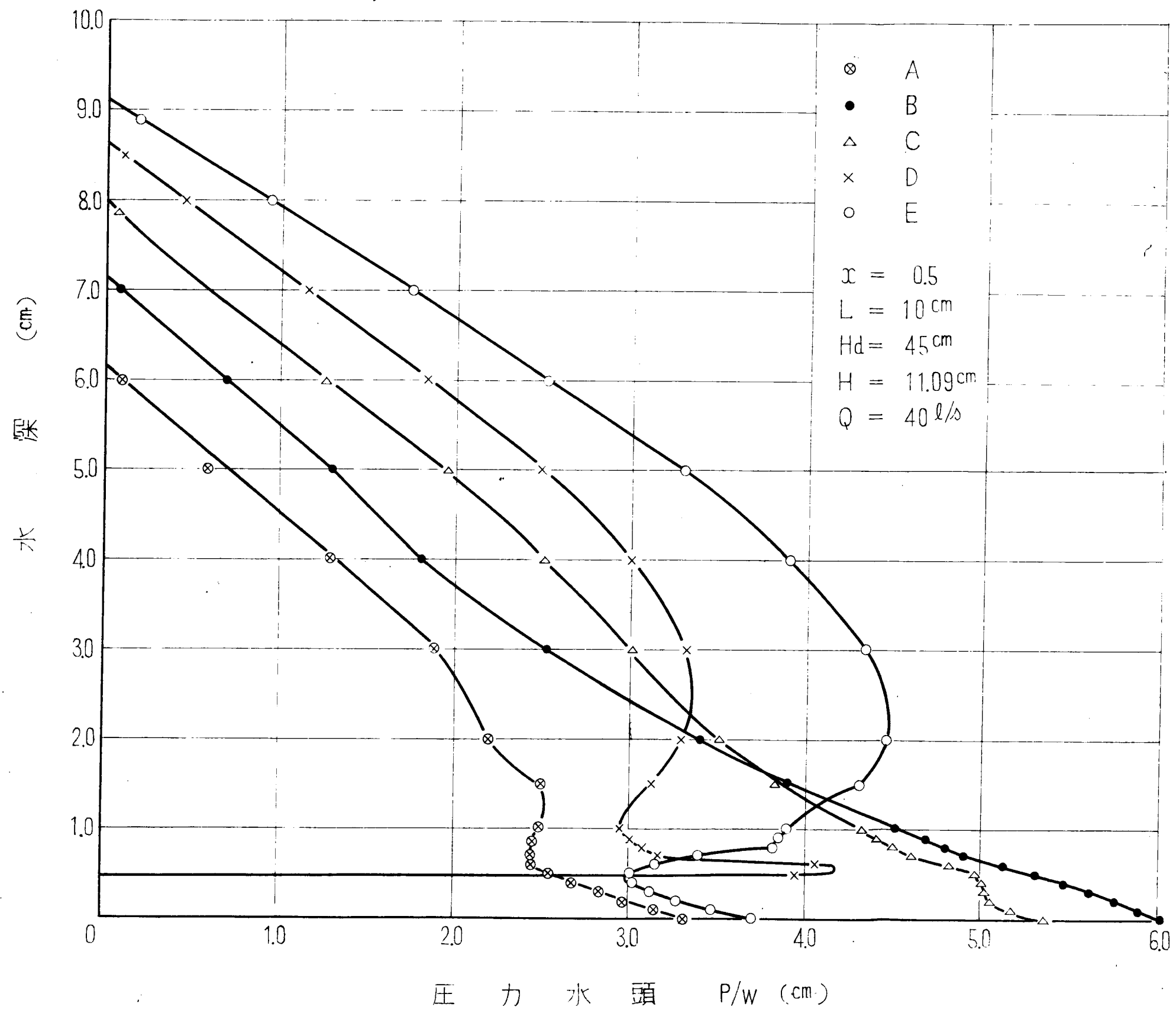


図 - 2.3.15

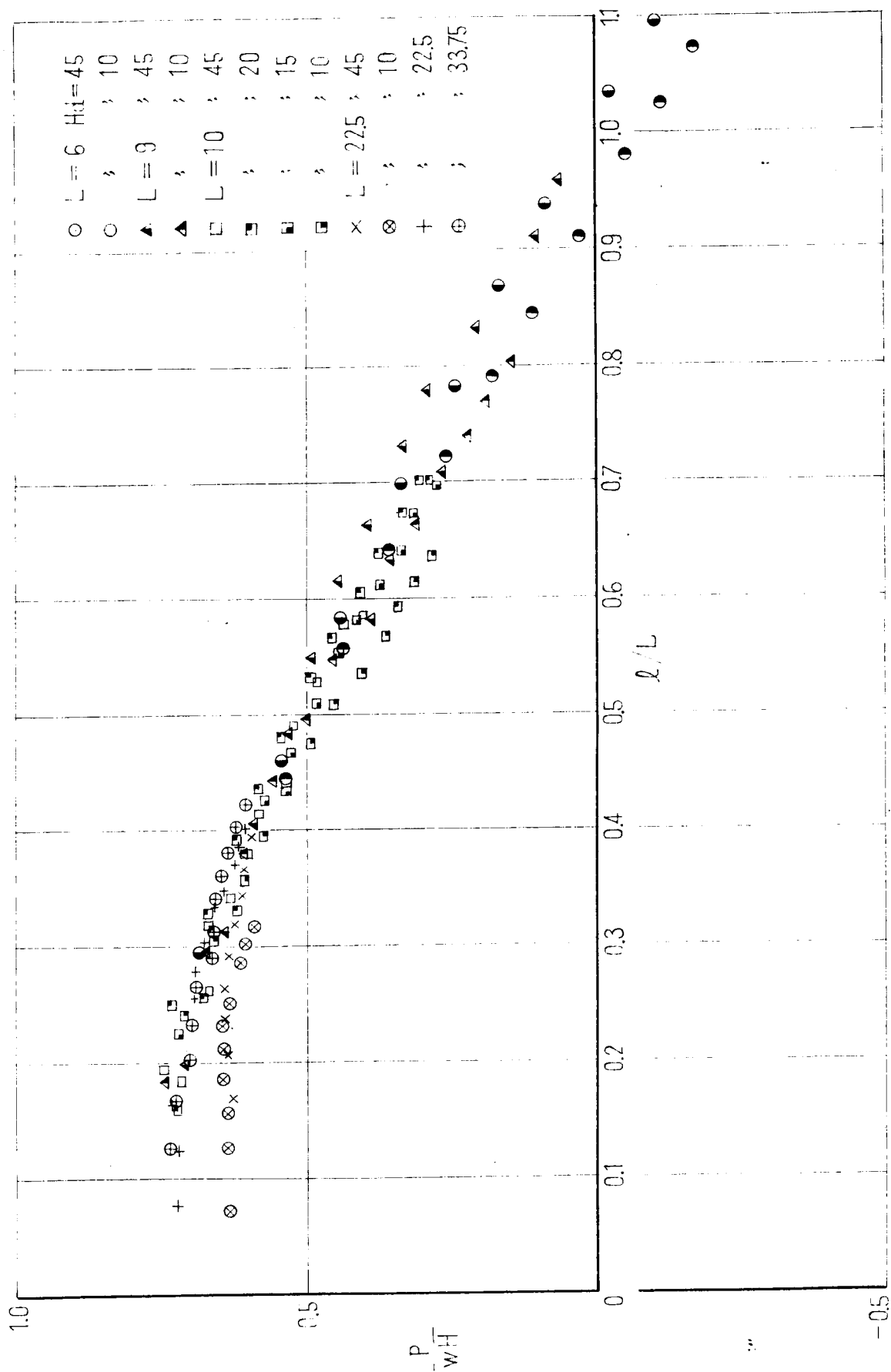


図-2.3.16. せき頂の P_{WH} の最小値と l/L との関係

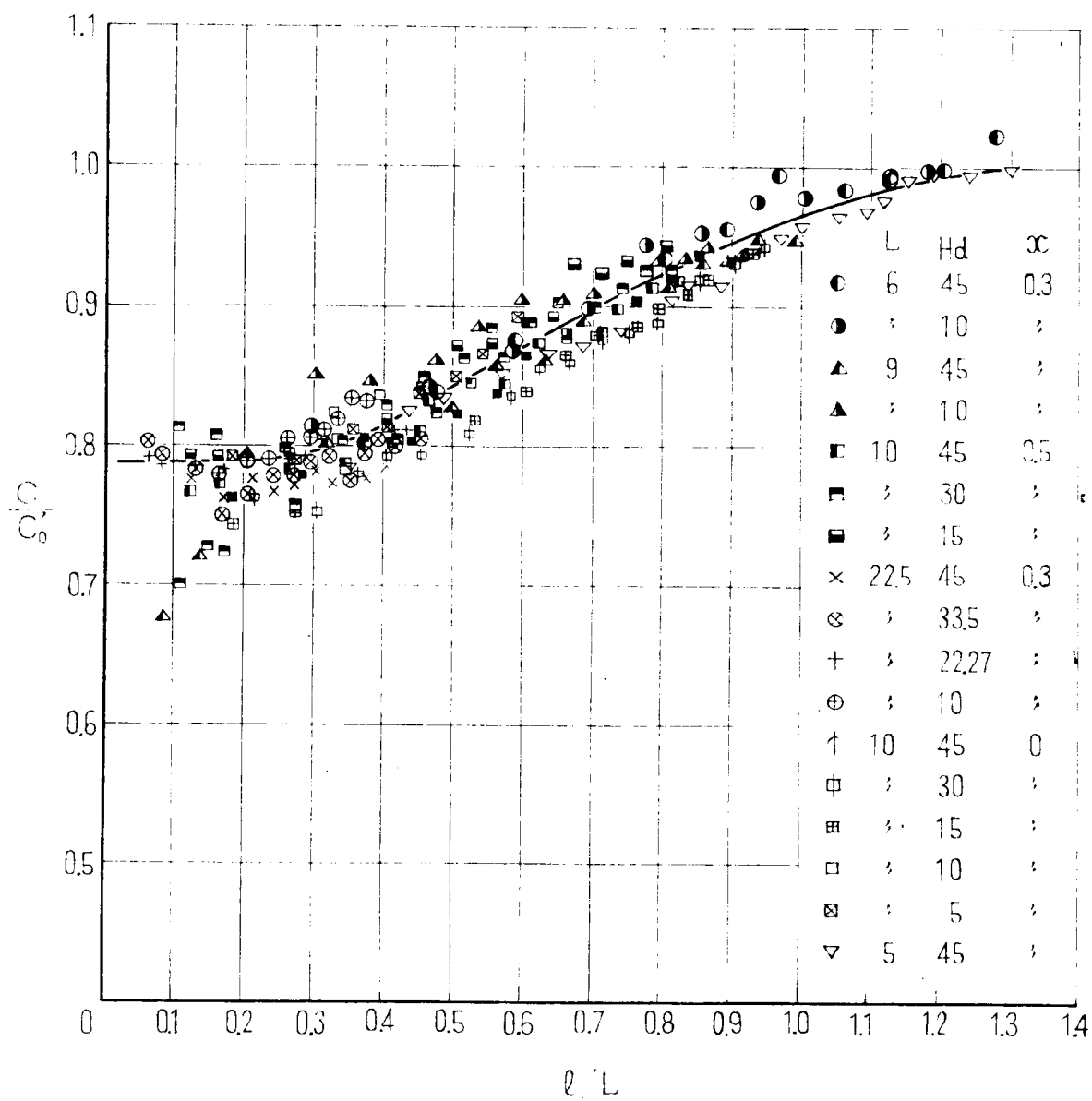


図-2.3.17. S/V と L/W との関係

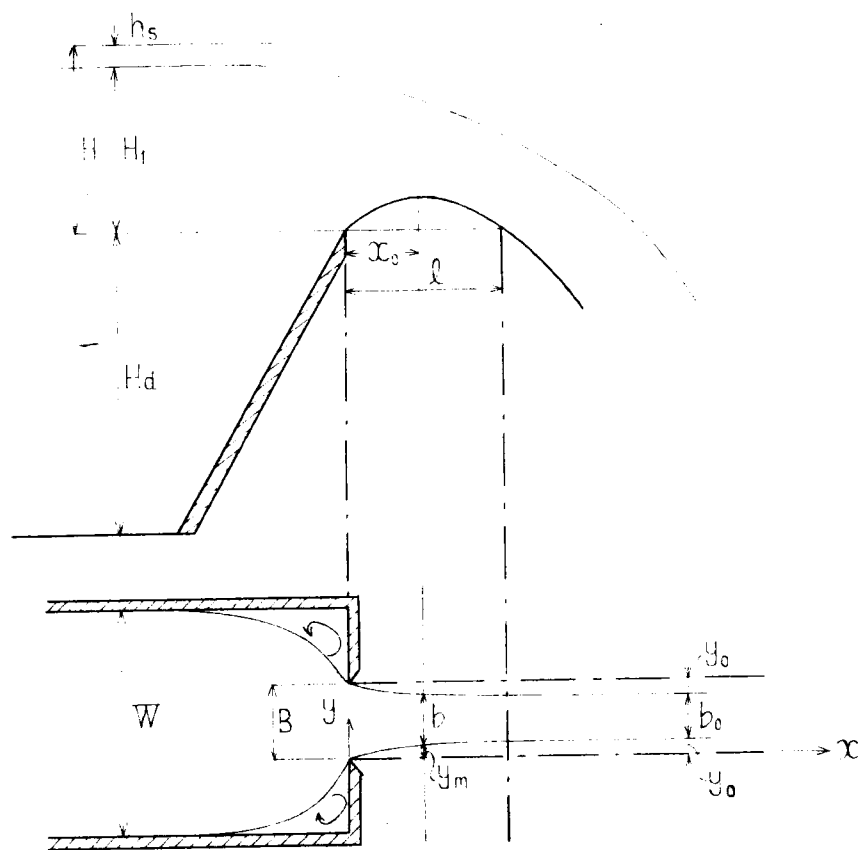


図-2.3.18. 三次元の補正の説明図

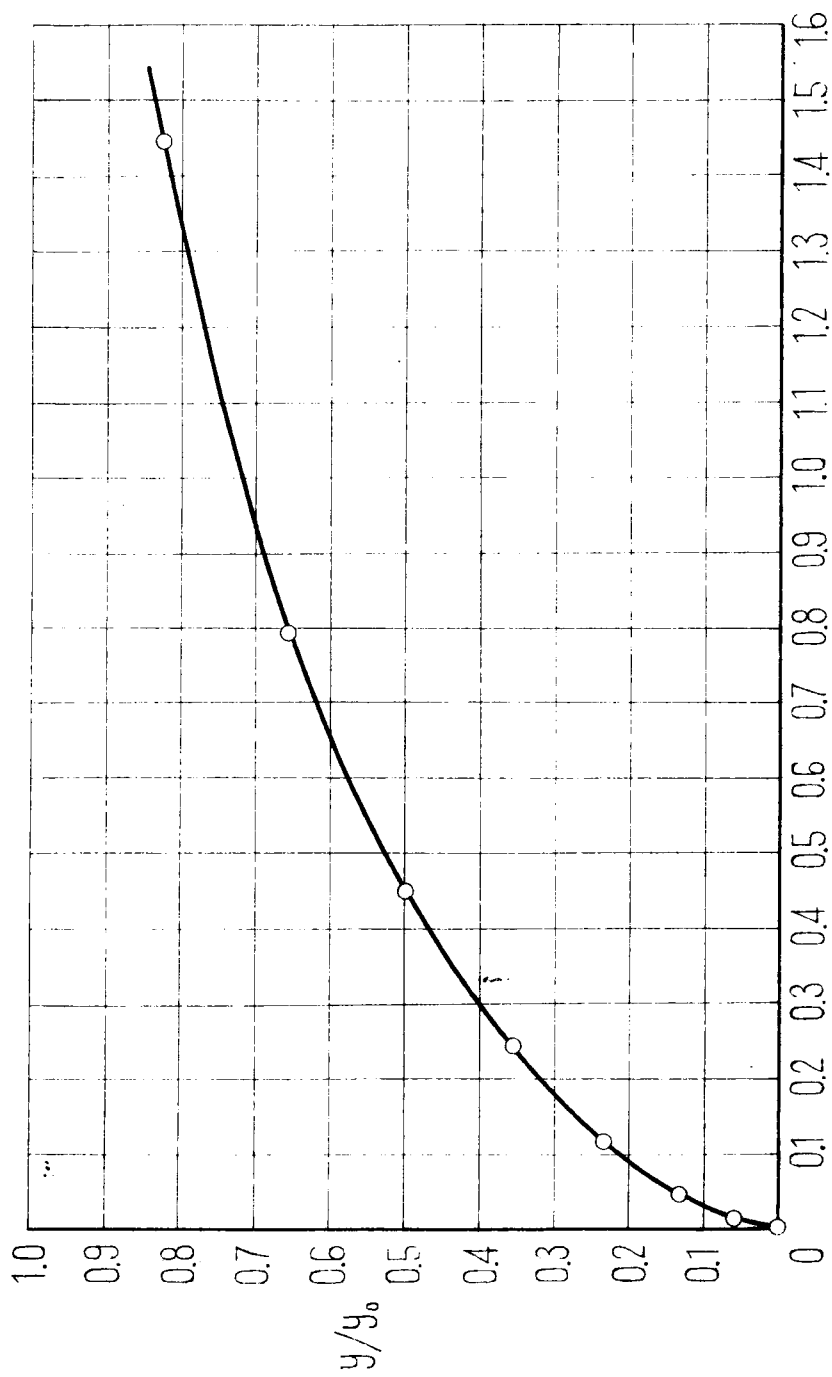


図-2.3.19. x/y_0 と y/y_0 の関係

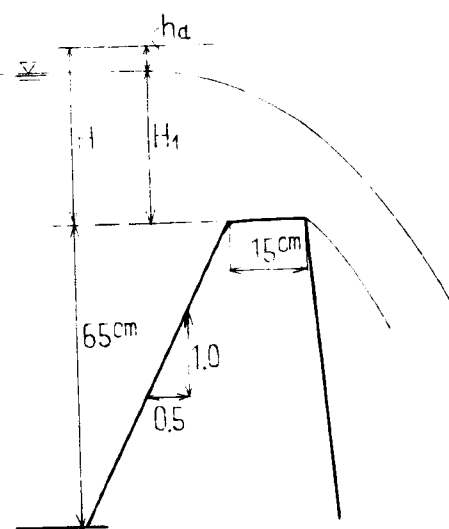
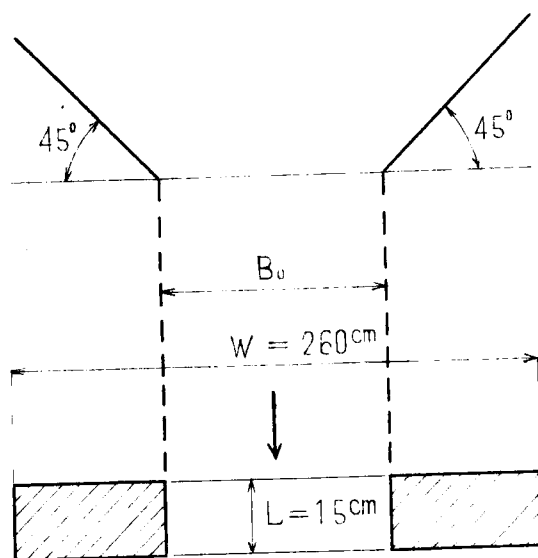


图 - 2.3.20

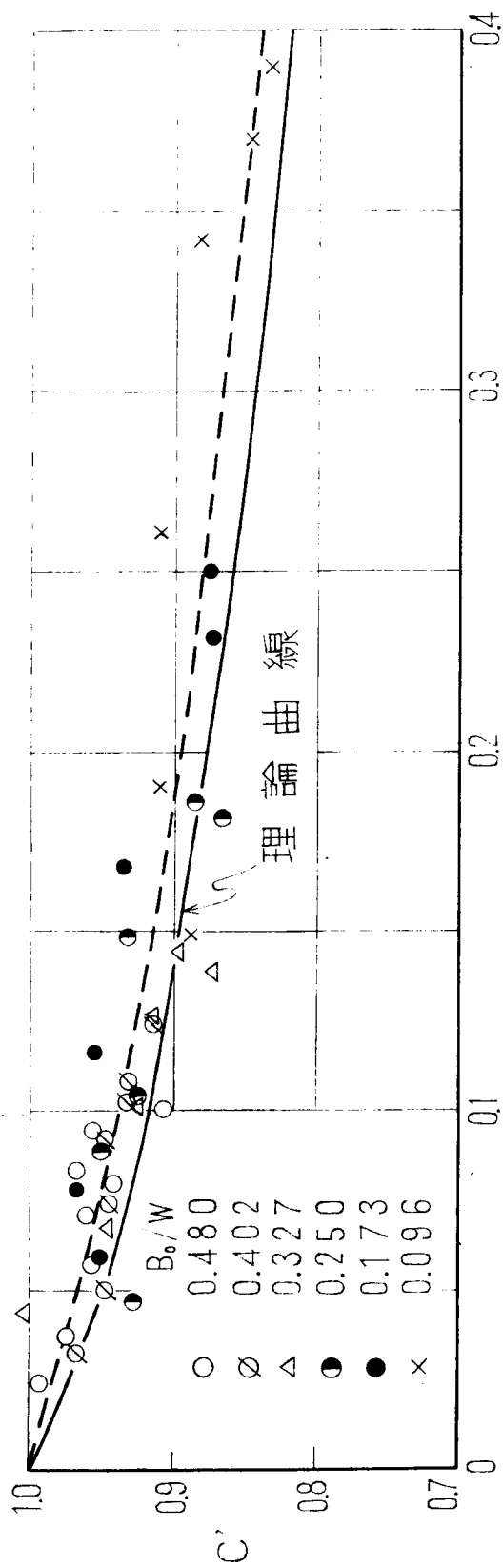


圖 2-3-21

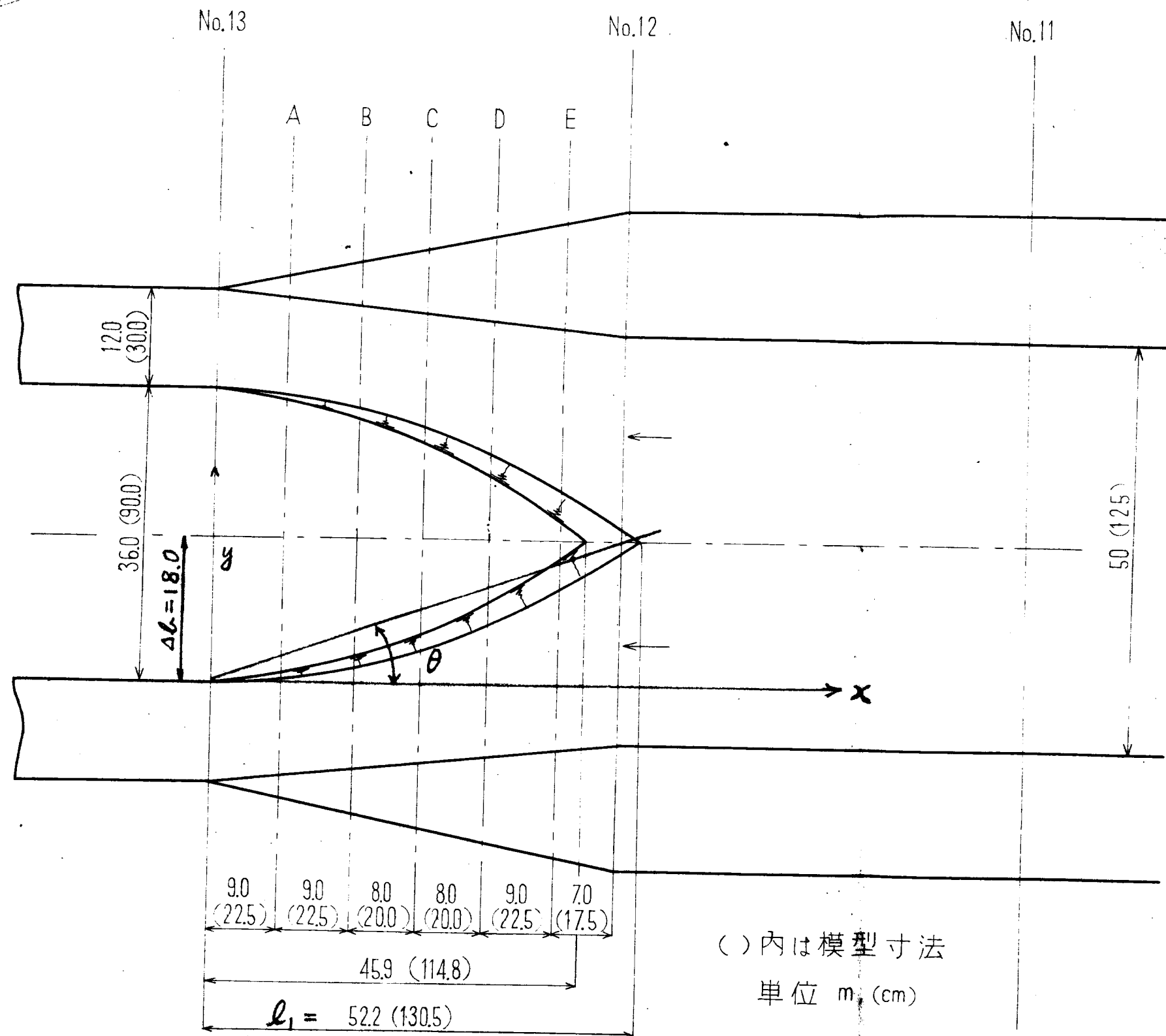


図 2.4.1 (a) オートネル入口平面形状

トンネル入口

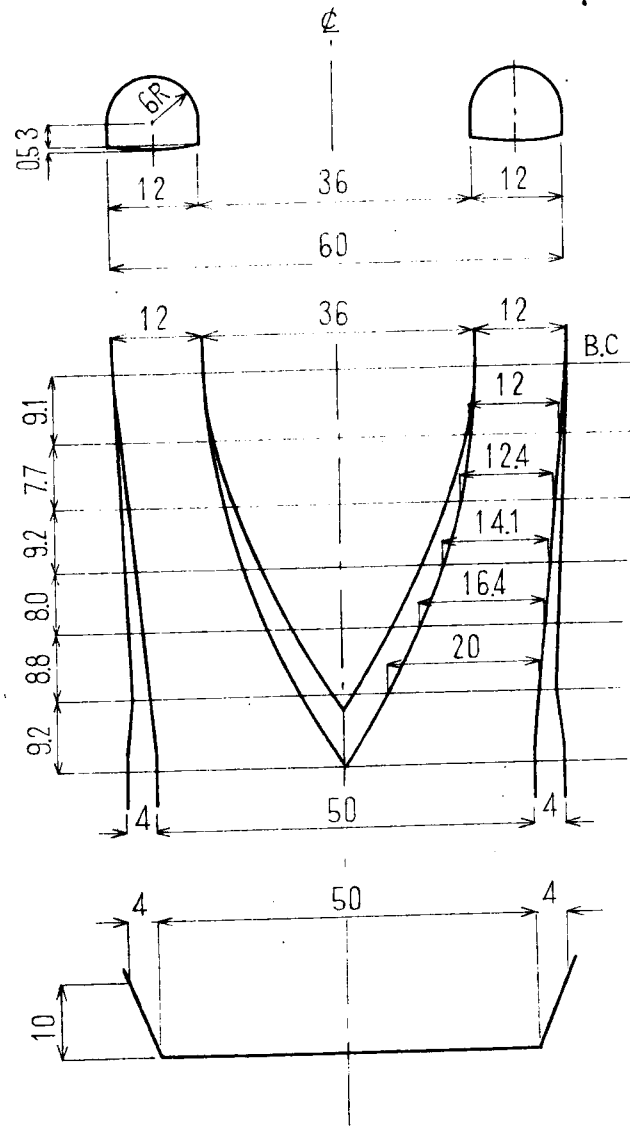


図 24.I(b) 2トンネル入口平面形状

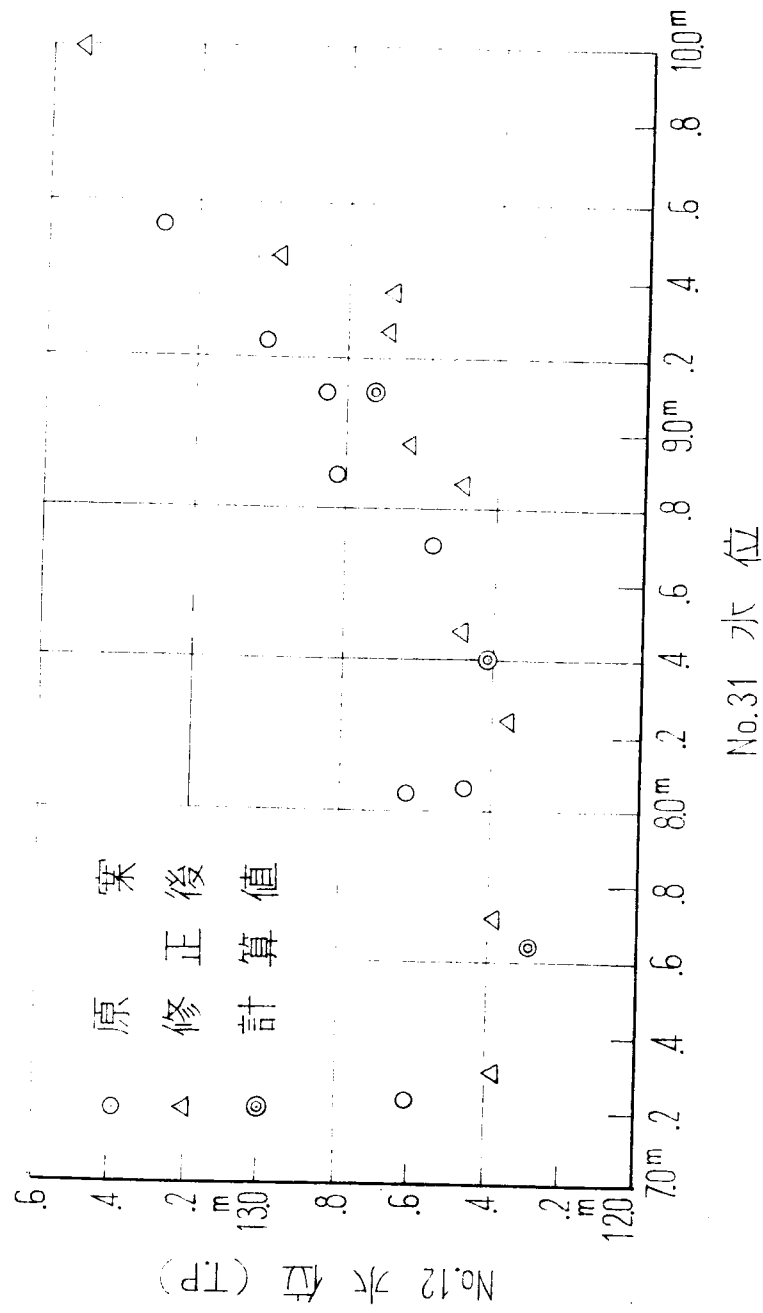


図 2.4.2

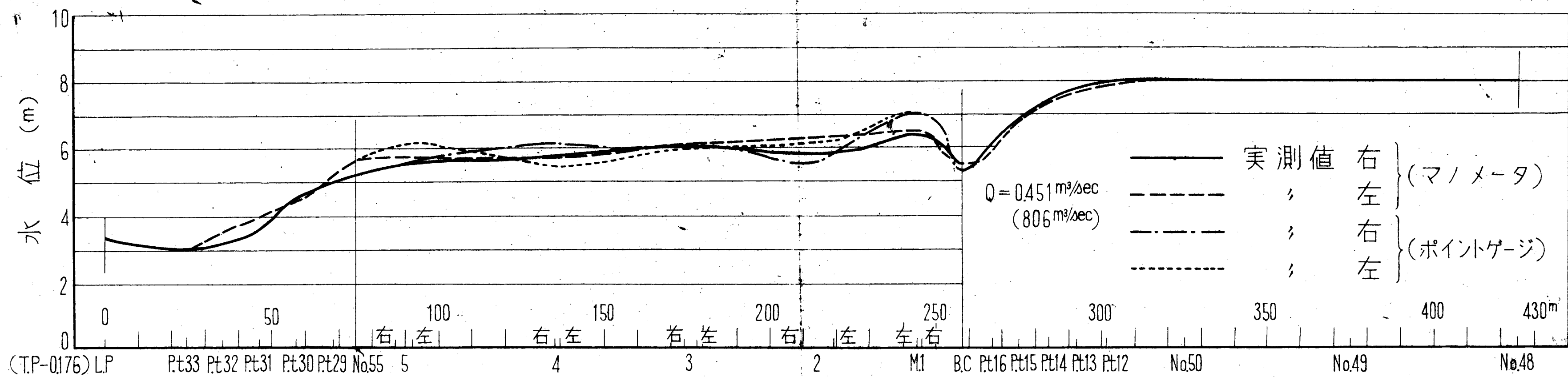


図 2.4.3 (a)

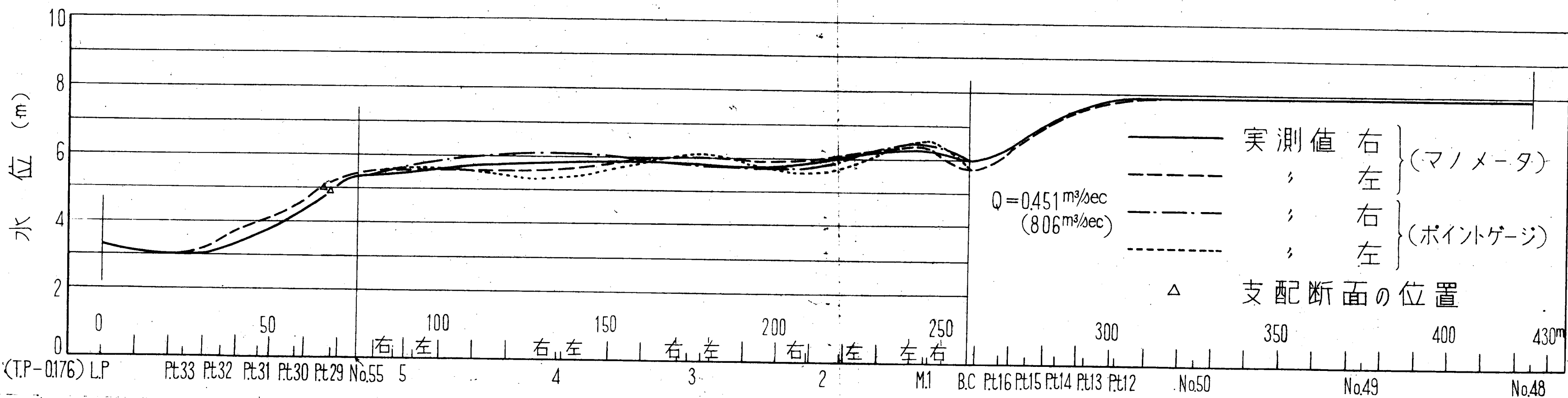
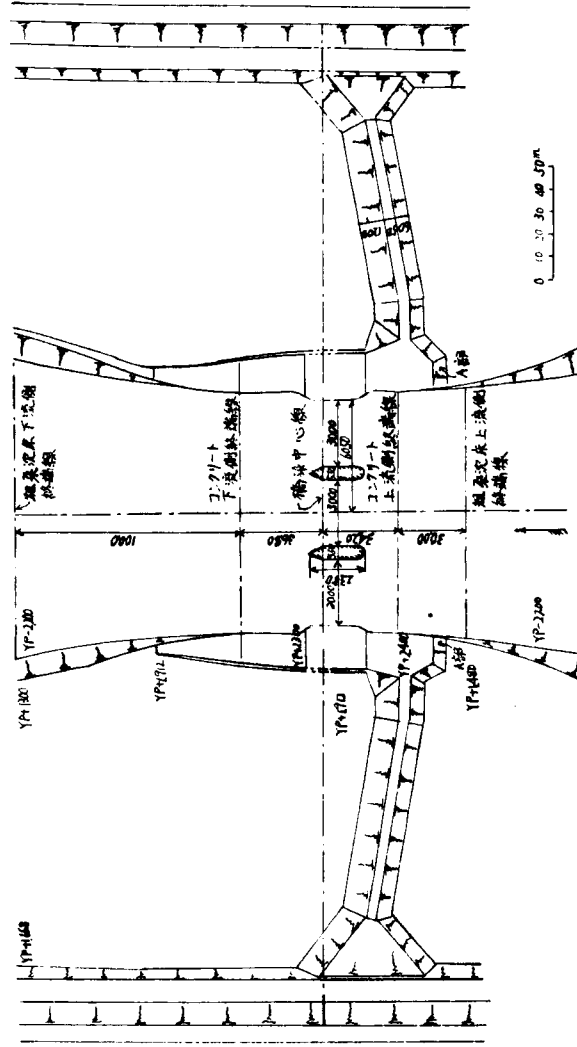


図 2.4.3 (b)



図一2・4・6. (1) 行徳水門附近の形状 (カ1案)

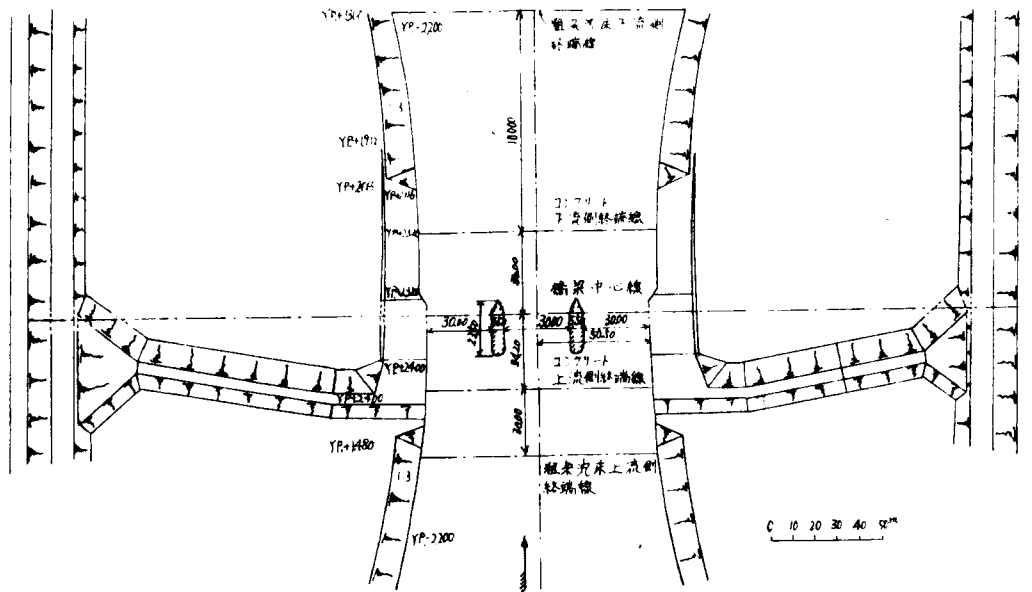


図-2.4.6. (2) 行徳水門附近の形状(第2案)

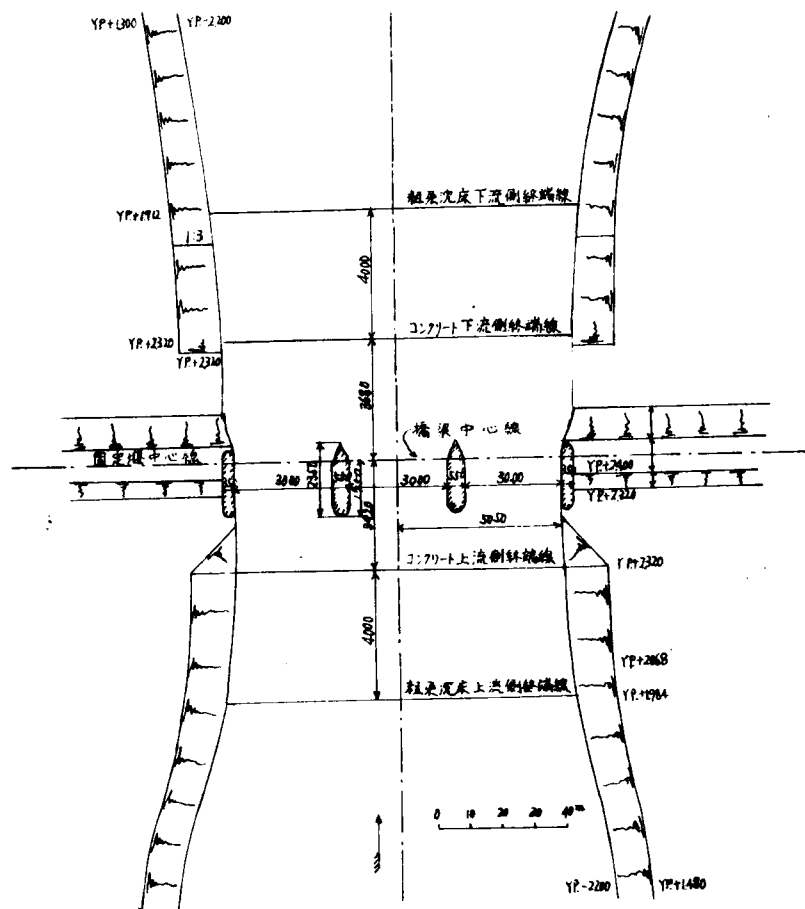


図-2.4.6. (3) 行徳水門附近の形状(第3案)

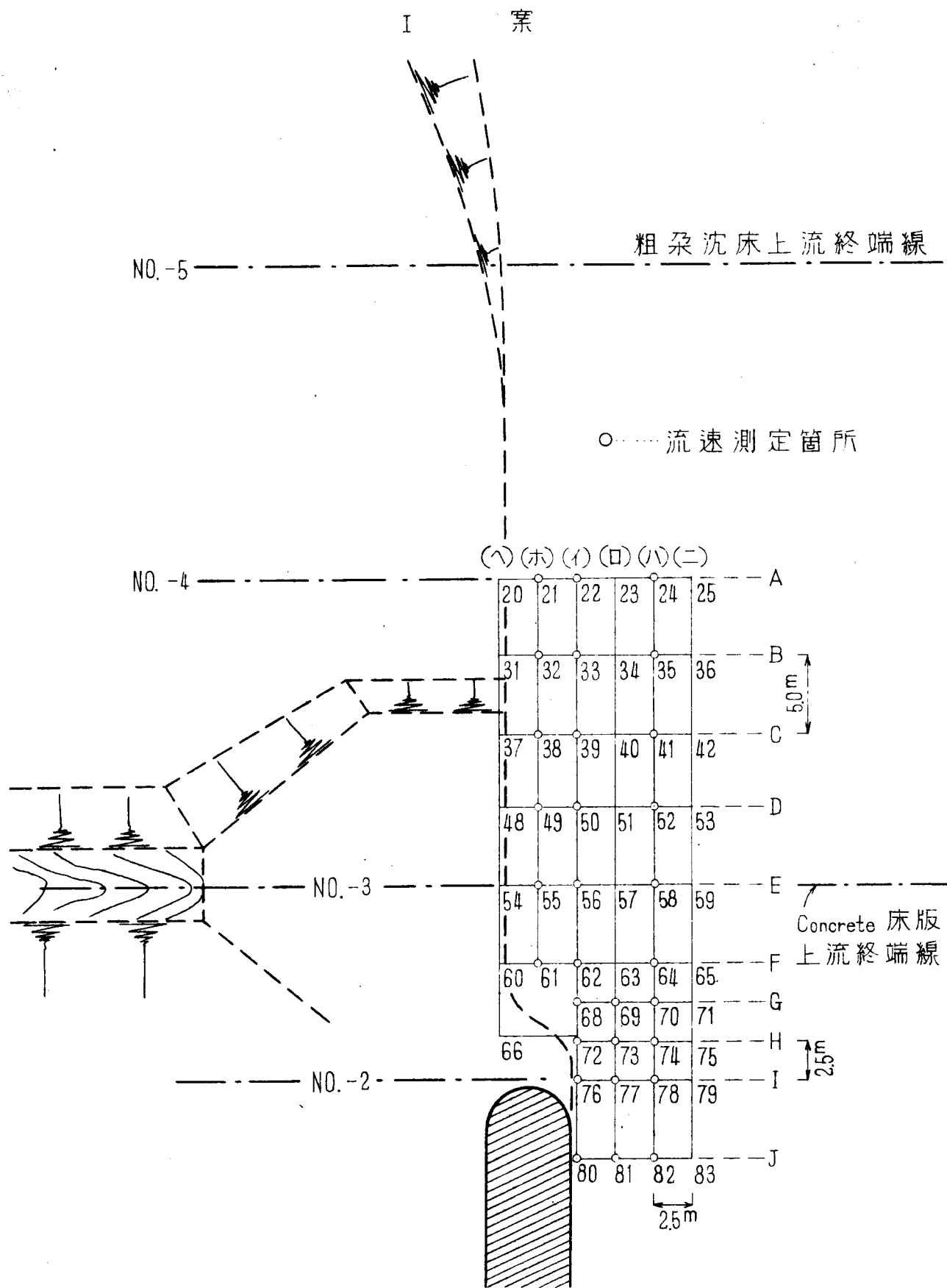


図 2.4.7 (1)

III 案

粗朶沈床上流終端線

NO.-5

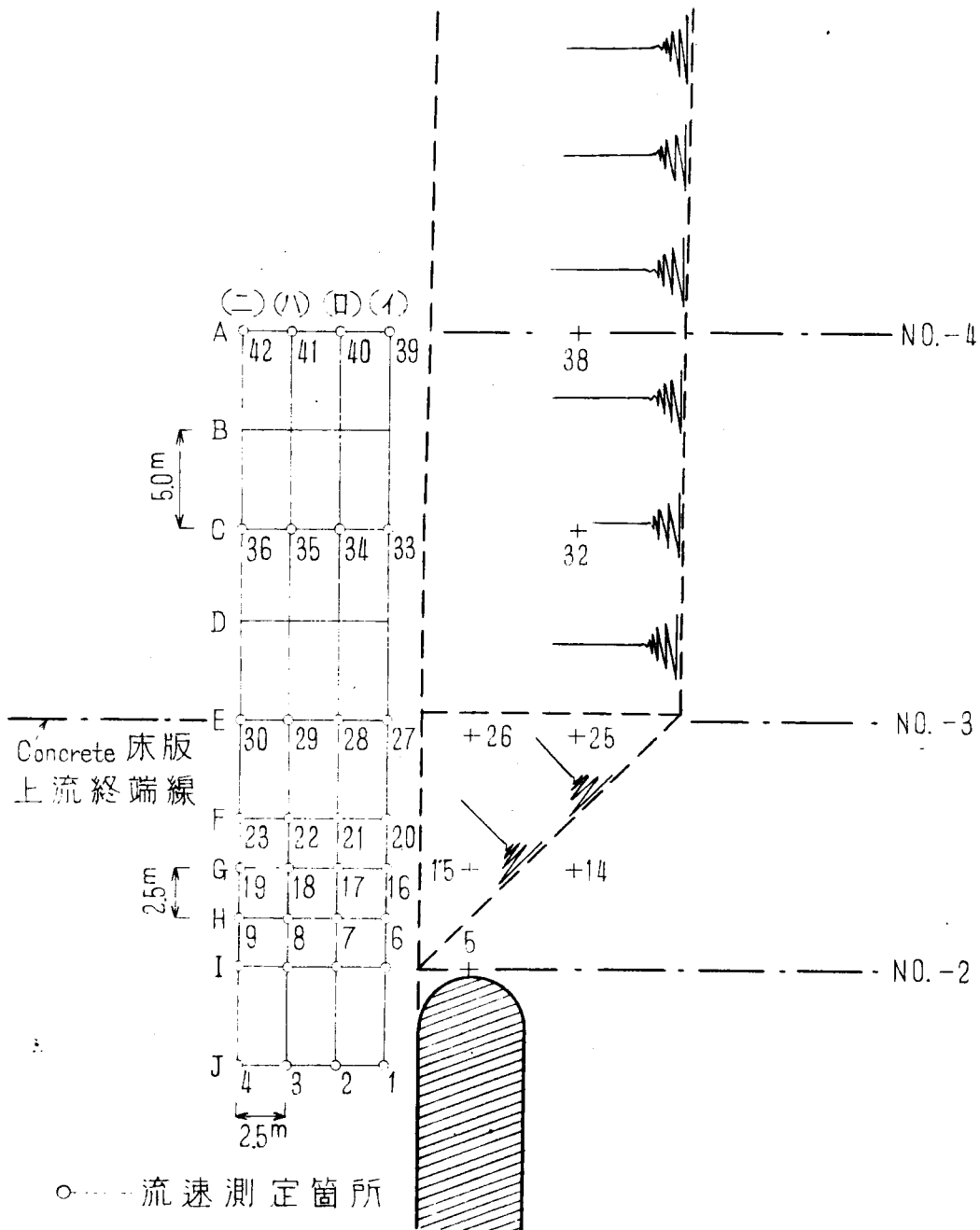


図 2.4.7 (3)

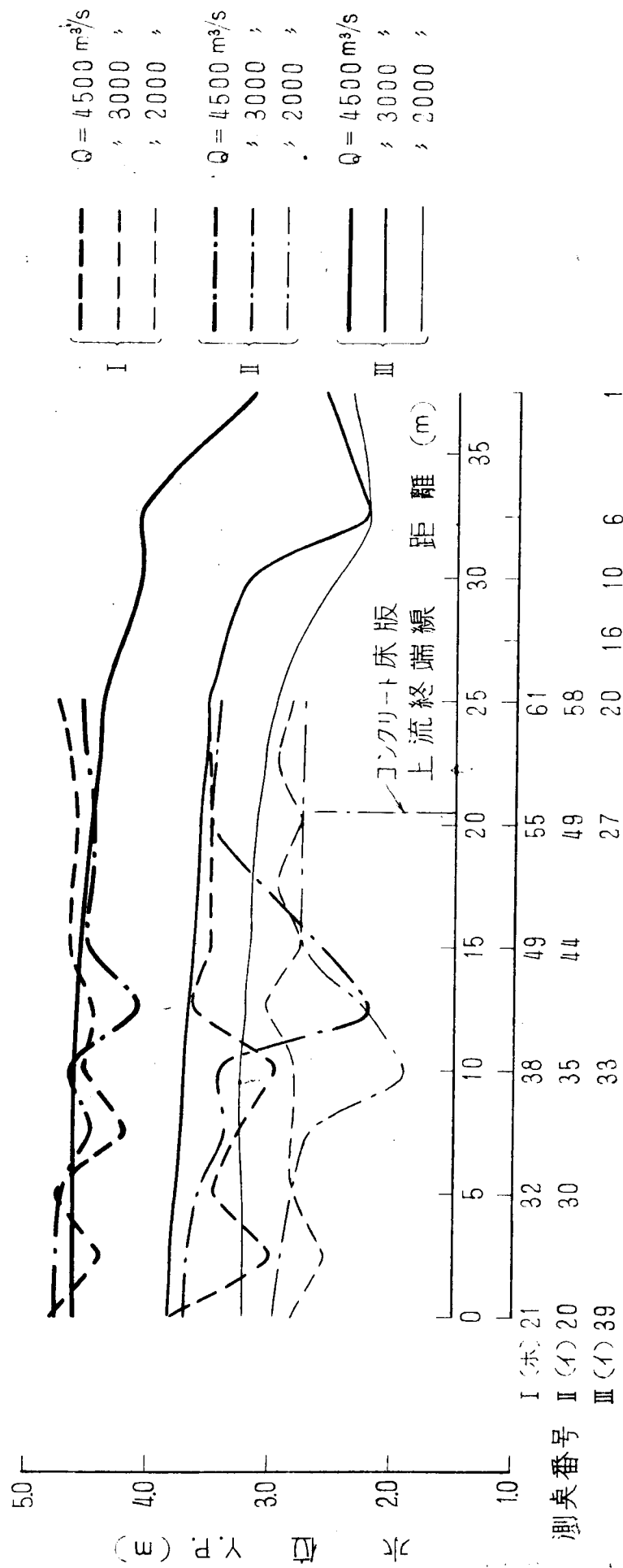


図 2.4.8 (1) 水面上流部の水面形

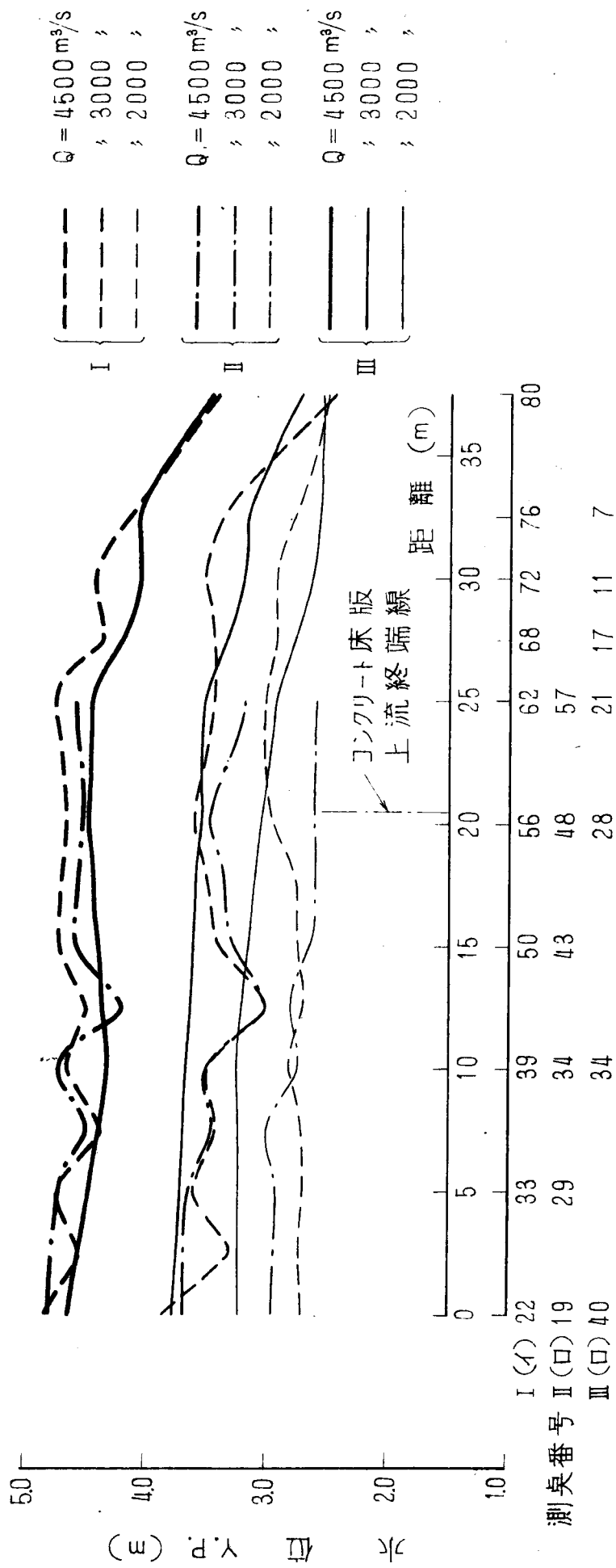


図 2.4.8(2)

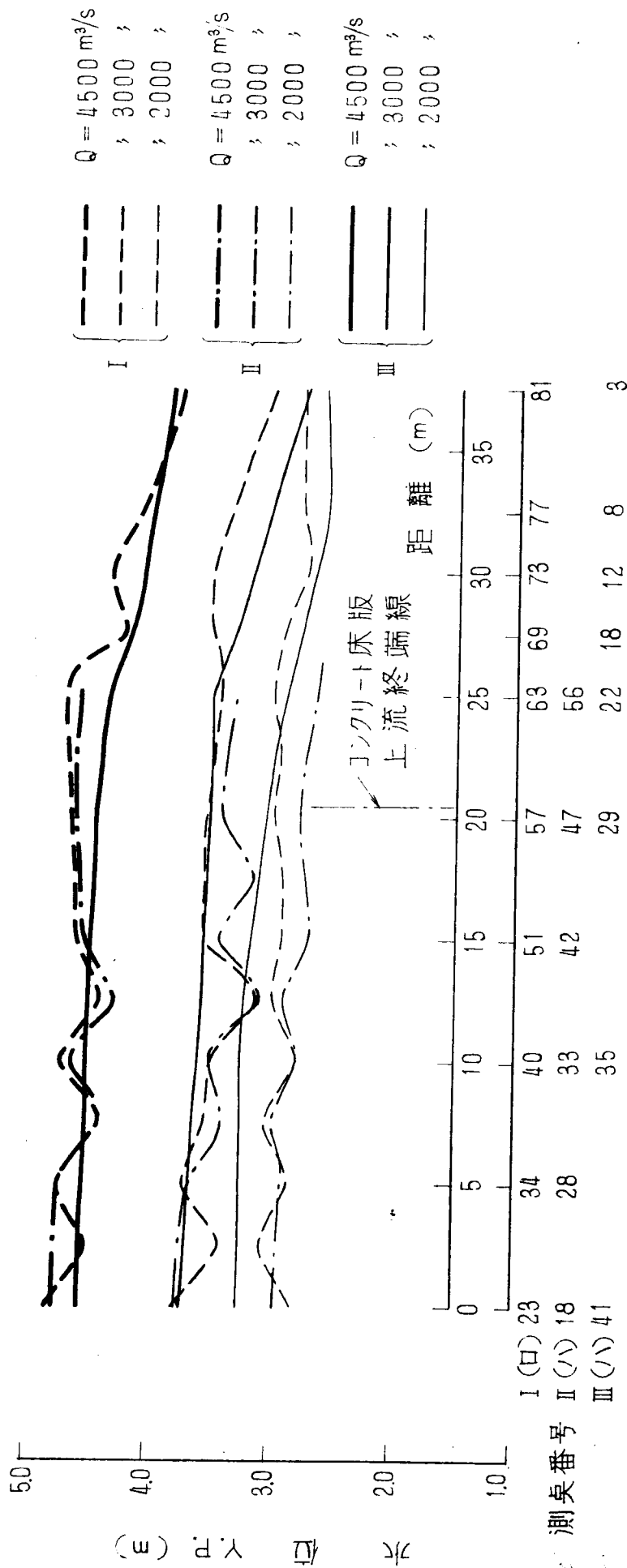


図 2.4.8(3)

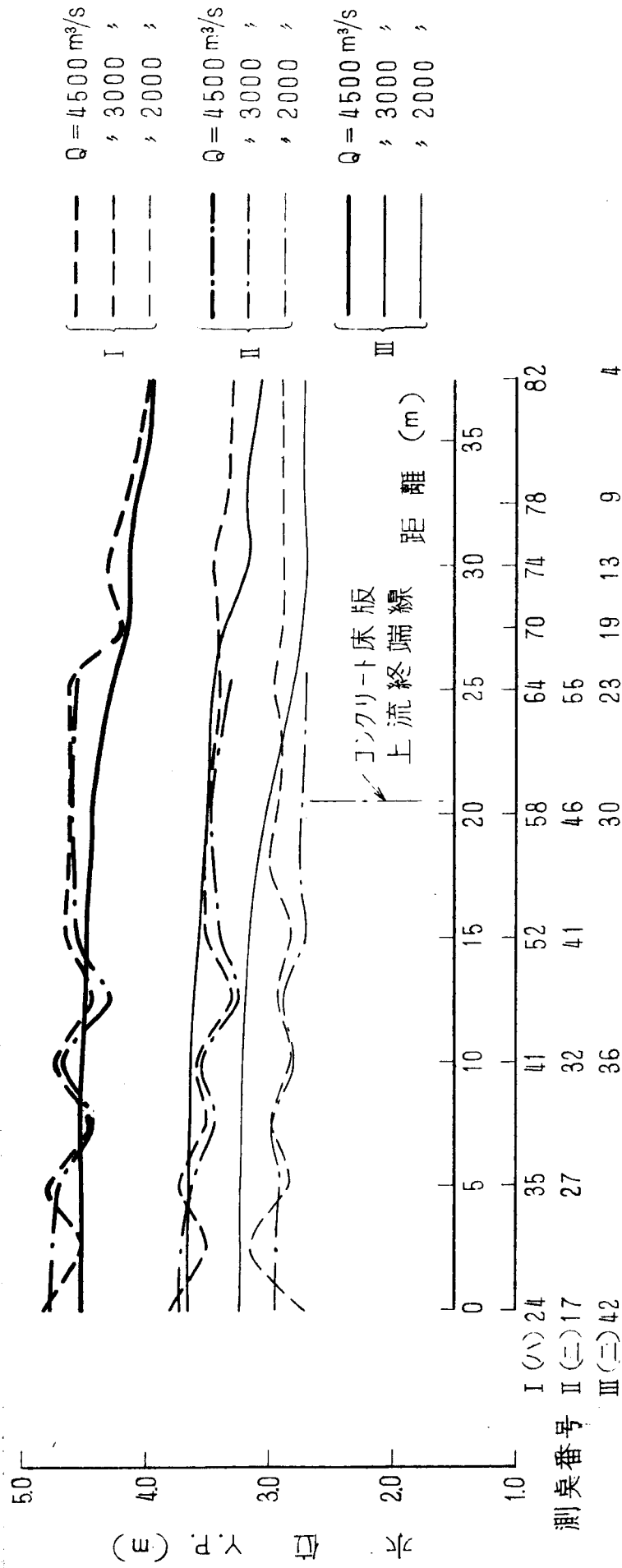


図 2.4.8 (4)

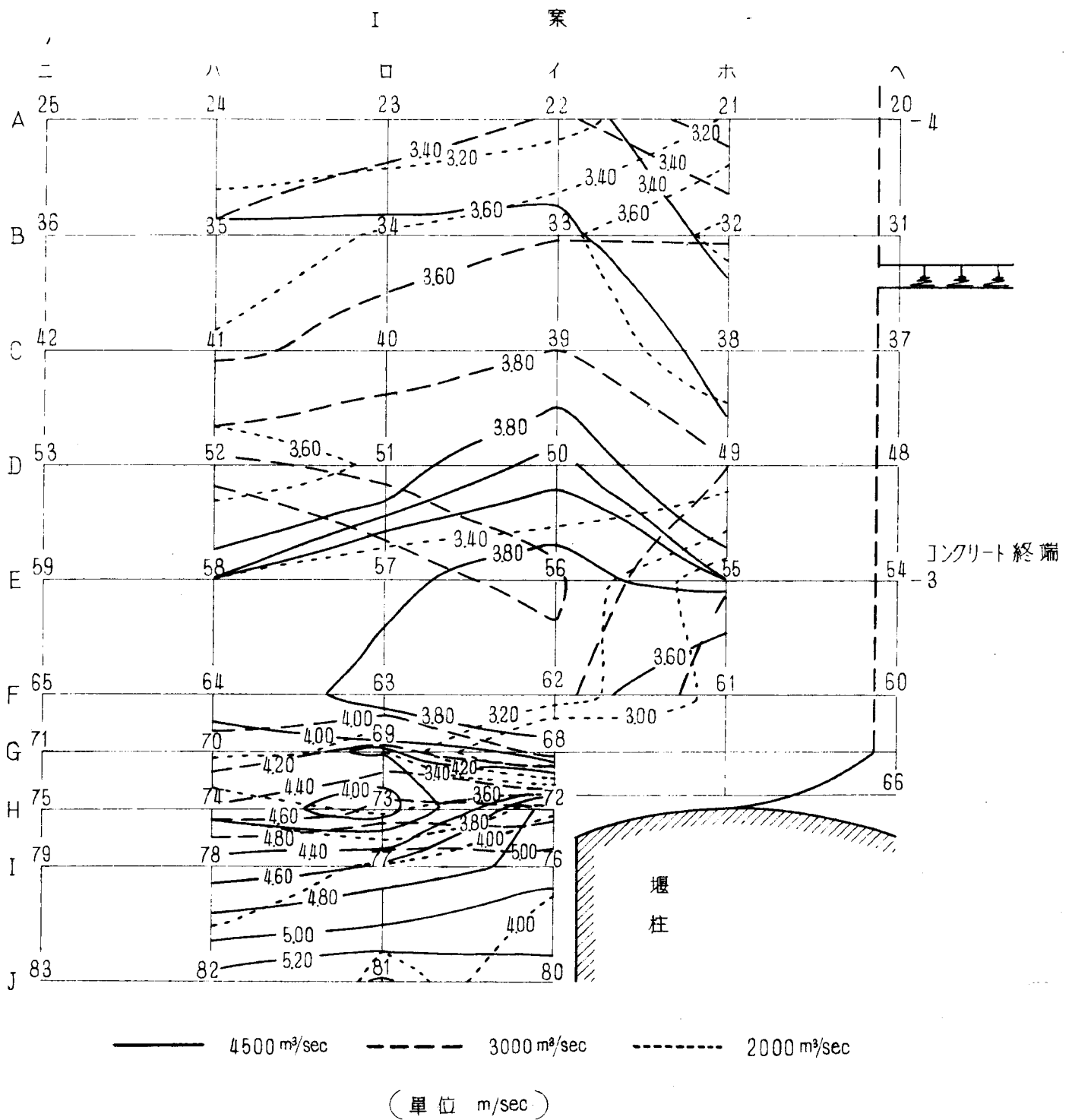


図 2.4.9 (1) 水門上流部の流速分布

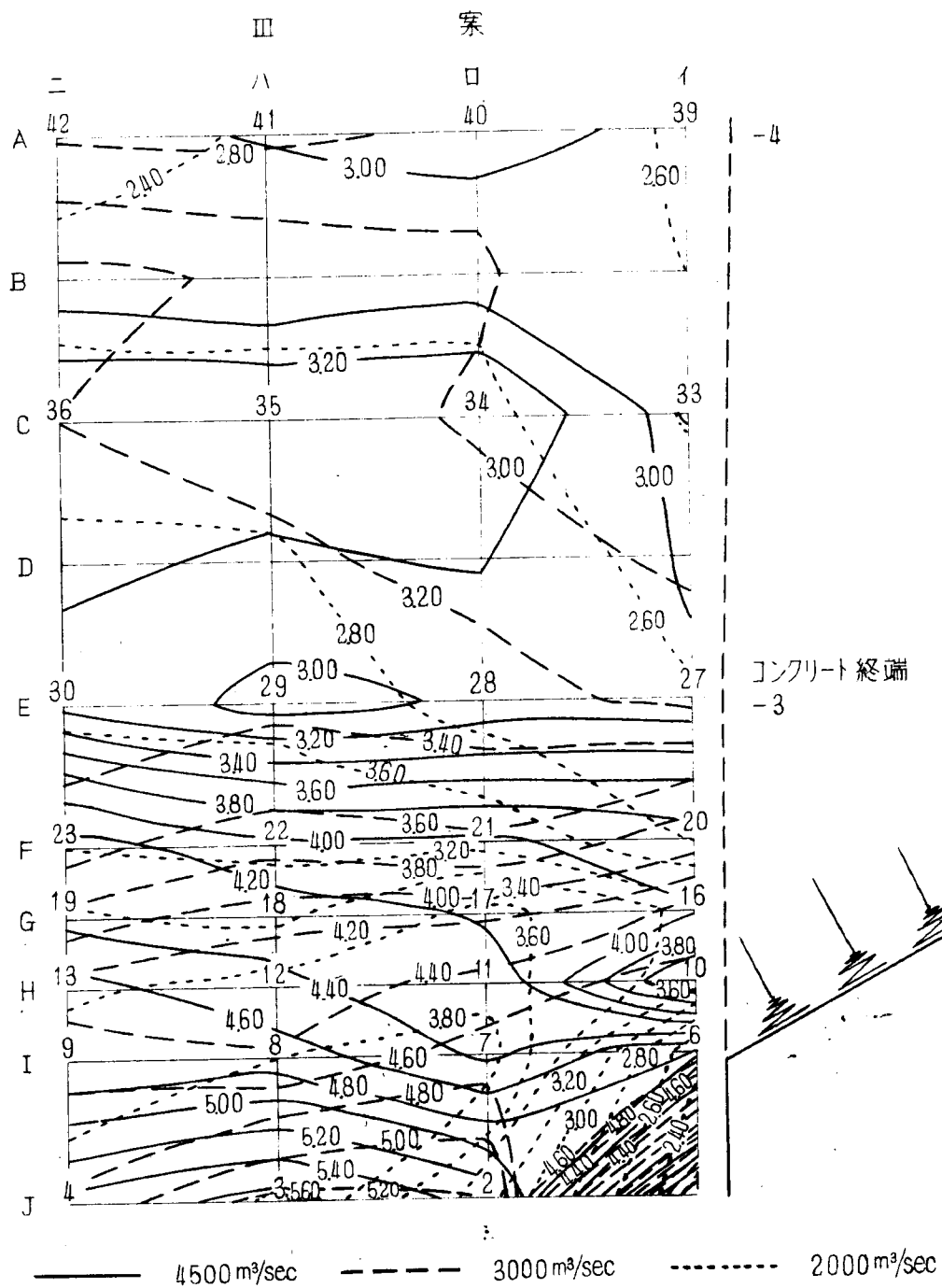


図 2.4.9 (3)

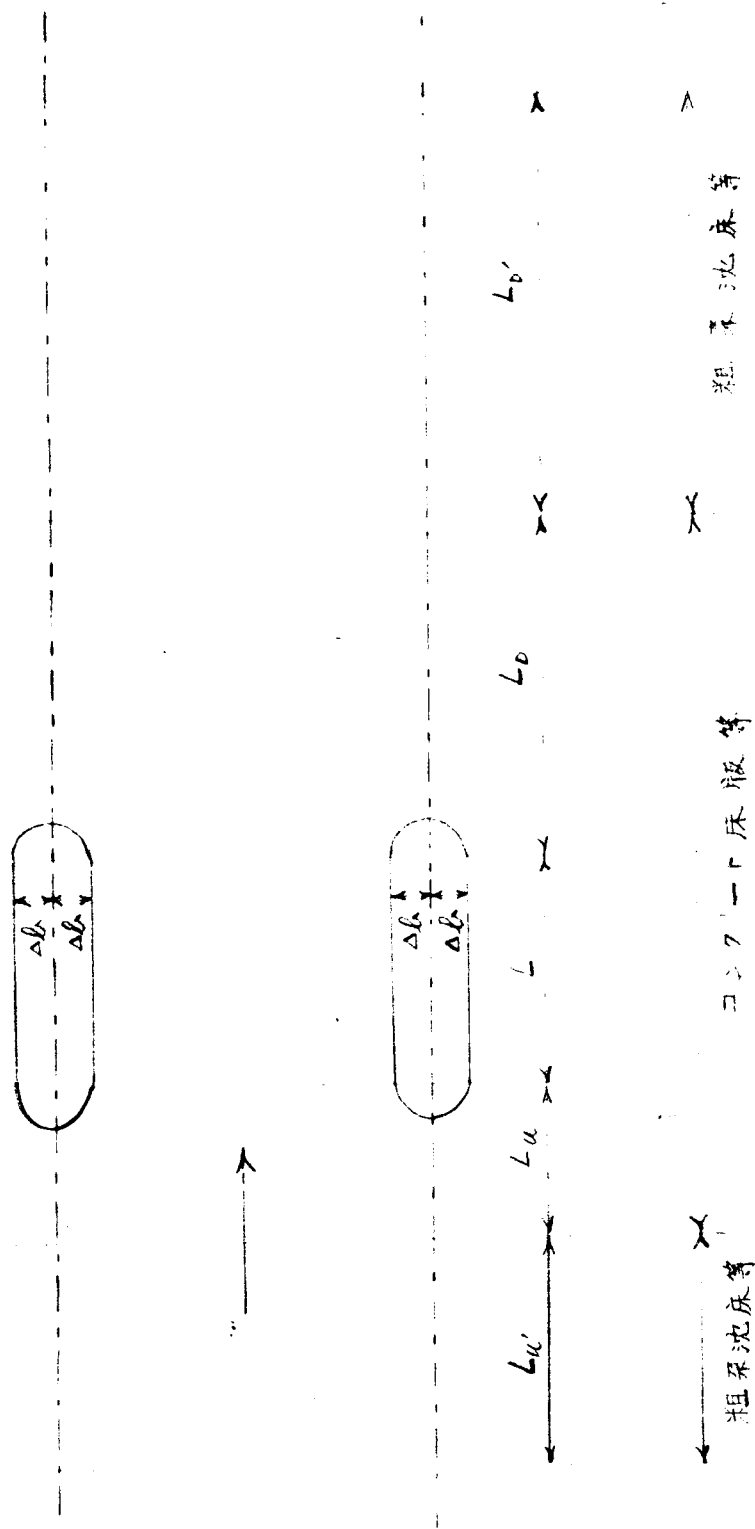
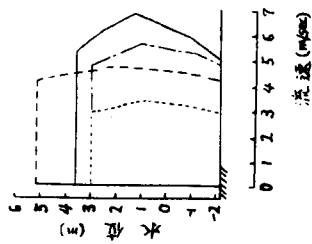
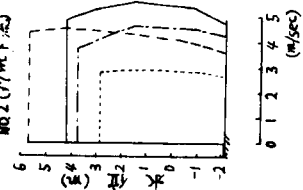


図 2.4.10 河床保護工の範囲

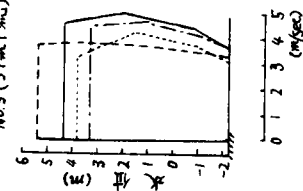
制流 NO.1 (水門閉鎖)



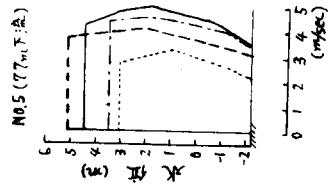
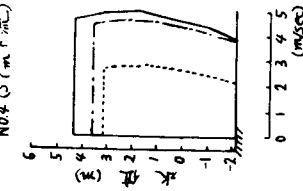
NO.2 (17m 下流)



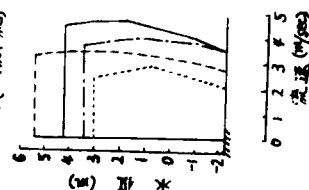
NO.3 (37m 下流)



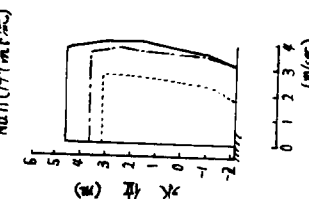
NO.4 (57m 下流)



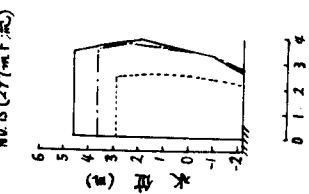
NO.7 (117m 下流)



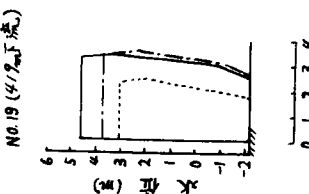
NO.11 (197m 下流)



NO.15 (297m 下流)

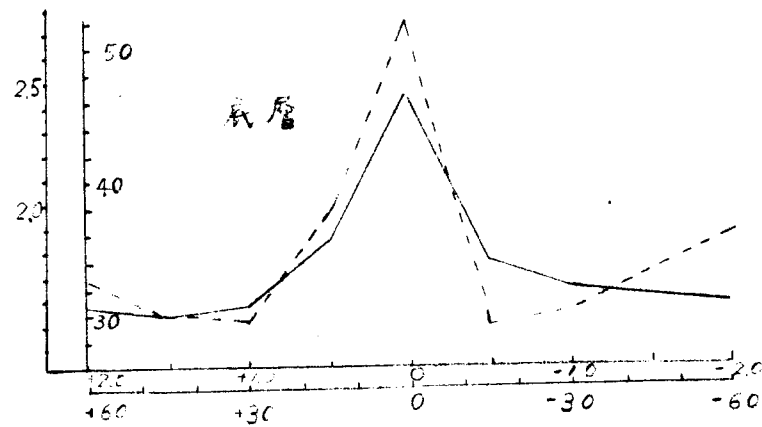
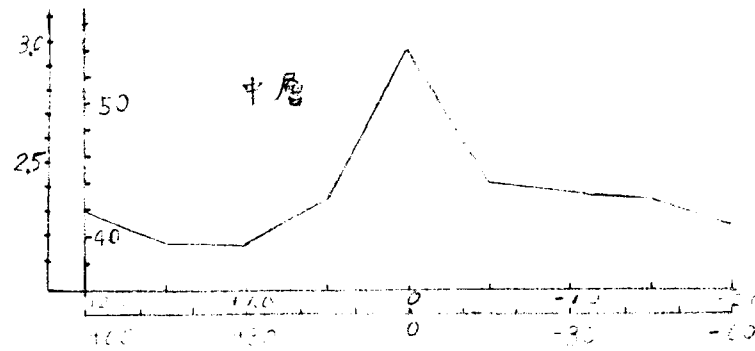
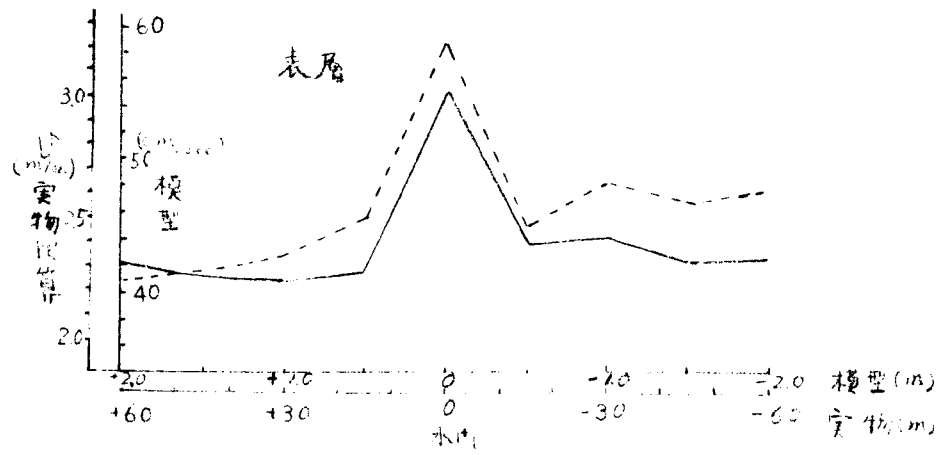


NO.19 (419m 下流)



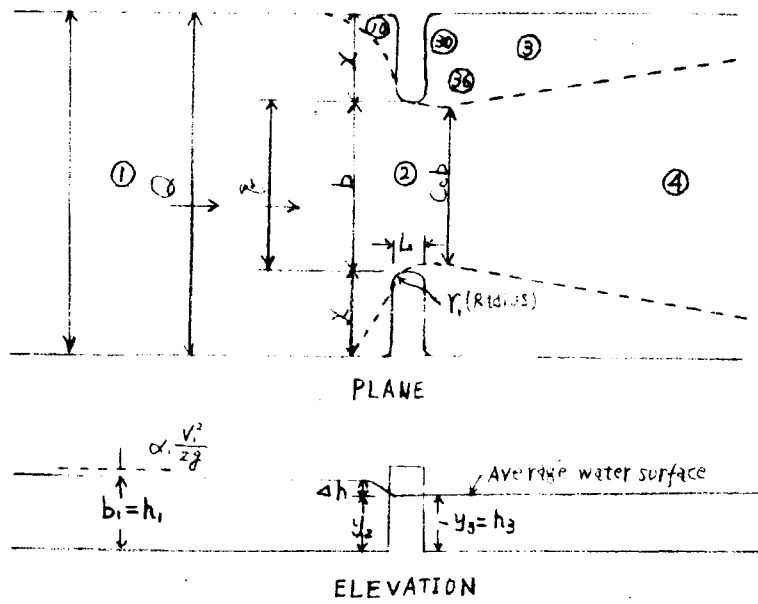
..... $Q=2000 \text{ m}^3/\text{s}$ 河口水位 YP+250m
 - - - - - $Q=3000 \text{ m}^3/\text{s}$ " YP+250m
 ———— $Q=4500 \text{ m}^3/\text{s}$ " YP+250m
 - - - - - $Q=5500 \text{ m}^3/\text{s}$ " YP+250m

図 2.4.11 橋脚下流部の流速分布



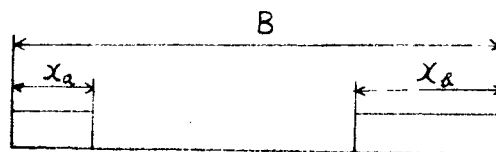
$Q = 500 \text{ m}^3/\text{sec}$
 H (実験下流端水位) = T.P. 0
 実線: 実験A, 点線: 実験B

図 2.4.12 水門付近の流速分布図



TWO-DIMENSIONAL CONSTRUCTION WITH $\frac{b}{B} = 0.5$

□ - 2.4.13



$$C = \frac{x_a}{x_a} \leq 1$$

□ - 2.4.14

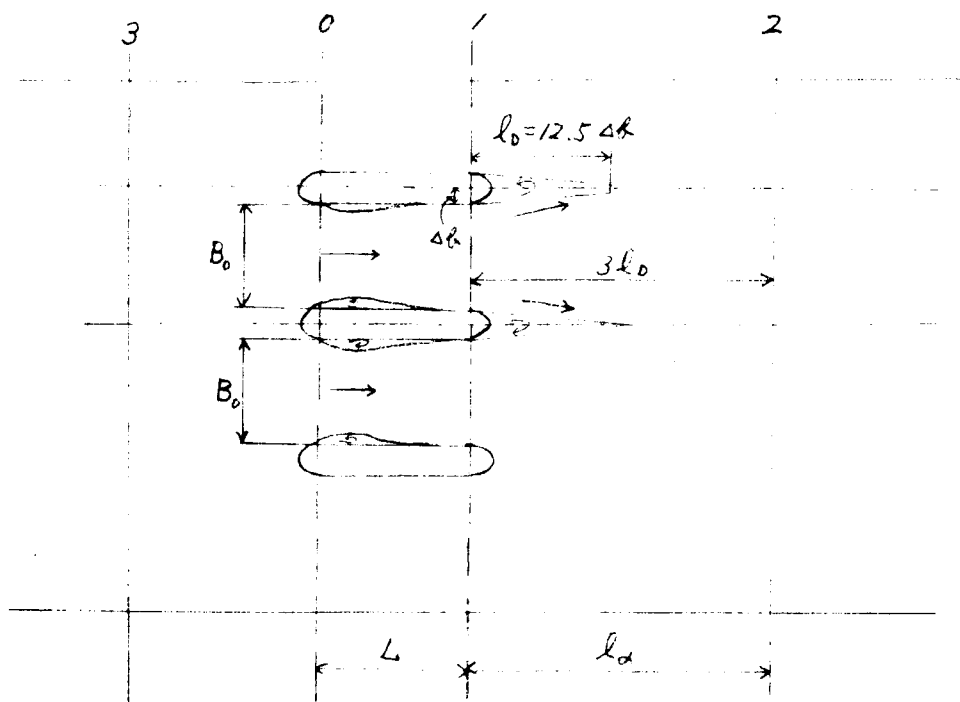


図 - 2.4.15

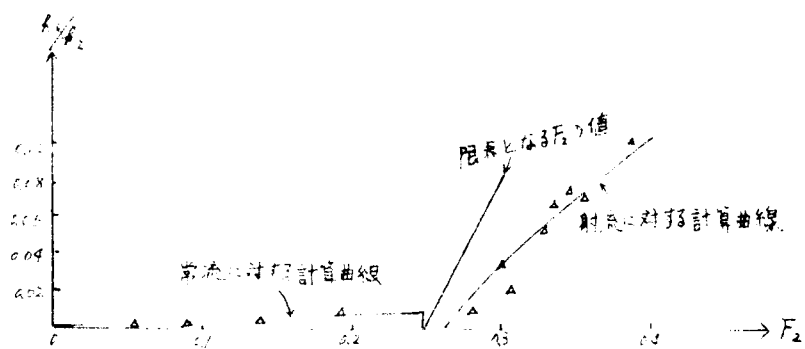


図 - 2.4.16 水門による形状損失水頭

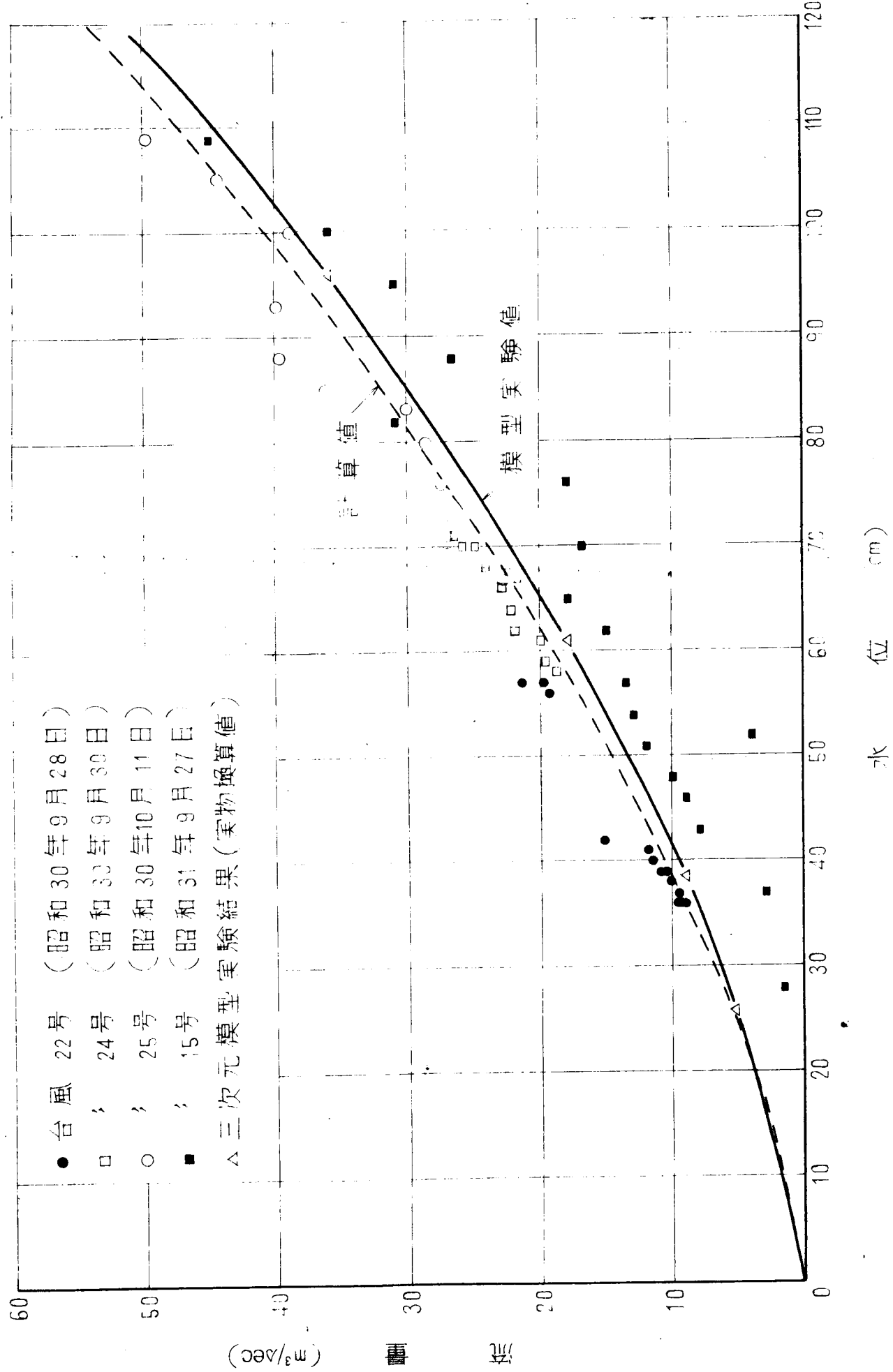


図 24.17

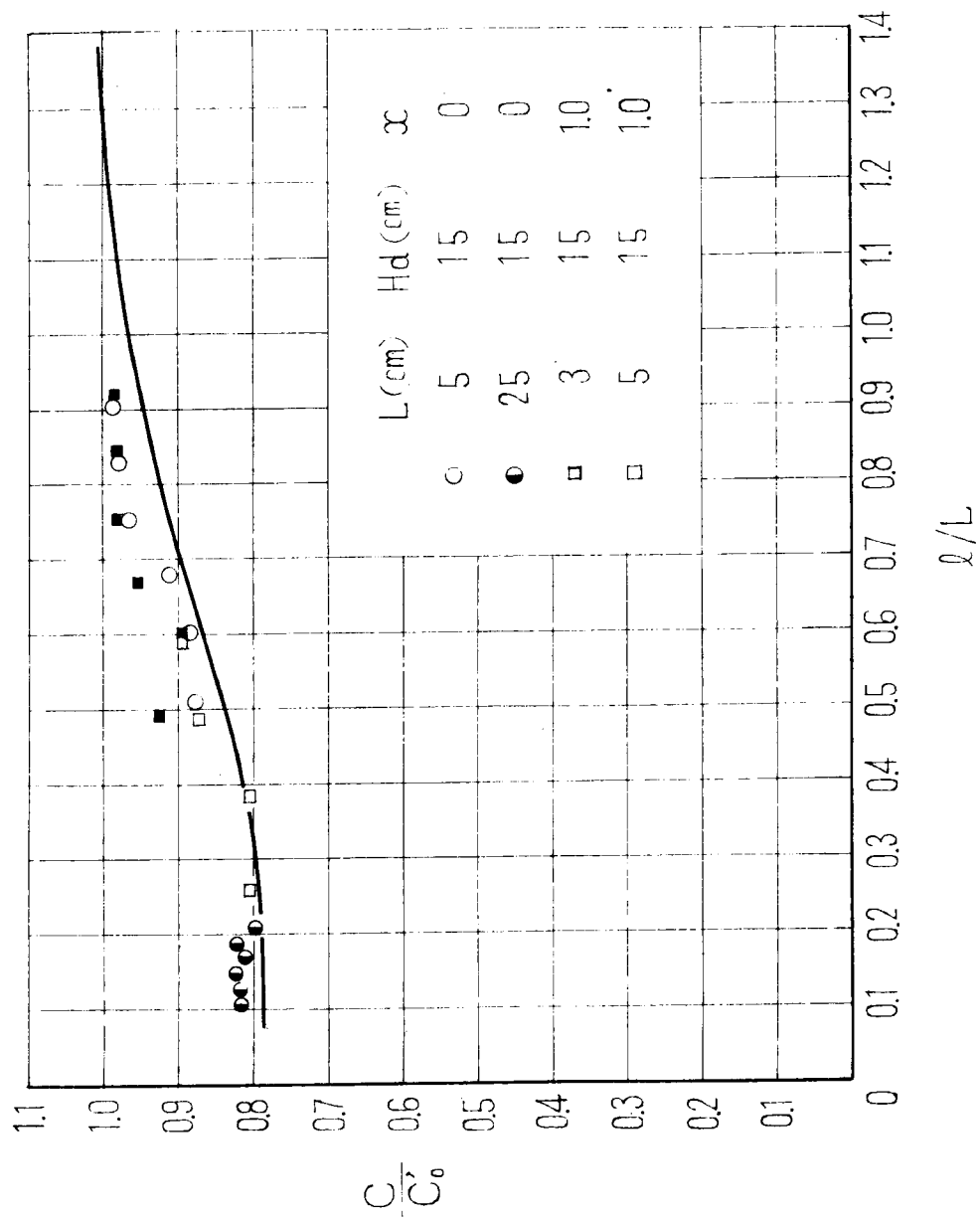


图 2.4.18